

应用光学

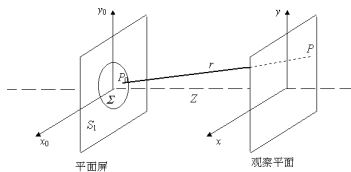
谭峭峰

tanqf@mail.tsinghua.edu.cn

清华大学 精密仪器系 光电工程研究所

光学信息处理

基础知识：基尔霍夫标量衍射理论



$$E_Z(P) = \frac{1}{i\lambda} \int_{\Sigma} E_{\Sigma}(P_0) K(\theta) \frac{e^{ikr}}{r} dS$$

索末菲辐射条件

光源和观察点到衍射屏的距离足够远

满足基尔霍夫边界条件(衍射孔甚大于波长)

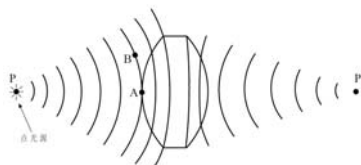
瑞利-索末菲衍射：积分公式

菲涅耳衍射：

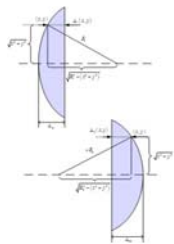
$$E_Z(x, y) = G(E_{\Sigma}(x_0, y_0)) \\ = \frac{e^{ikZ}}{i\lambda Z} \iint_{\Sigma} E_{\Sigma}(x_0, y_0) e^{i\frac{k}{2Z}[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]} dx_0 dy_0 = CF(E_{\Sigma}(x_0, y_0)) e^{i\frac{k}{2Z}(x_0^2 + y_0^2)}$$

夫琅和费衍射：

$$E_Z(x, y) = G(E_{\Sigma}(x_0, y_0)) \\ = \frac{e^{ikZ}}{i\lambda Z} e^{i\frac{k}{2Z}(x^2 + y^2)} \iint_{\Sigma} E_{\Sigma}(x_0, y_0) e^{-i\frac{k}{Z}(xx_0 + yy_0)} dx_0 dy_0 = CF(E_{\Sigma}(x_0, y_0))$$

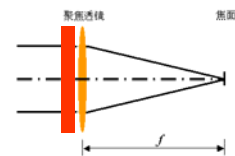


透镜对波面的作用与透镜成像



薄器件近似，透过率模型

$$t(x, y) = \exp[iknd] \exp[-i\frac{k}{2f}(x^2 + y^2)]$$



物体紧贴着透镜放置，复振幅透过率函数 $t(x, y)$

1、平面波 $A(x, y)$ 透过物体 $E_1(x, y) = A(x, y)t(x, y)$

2、光波 $E_1(x, y)$ 透过透镜

$$E_2(x, y) = A(x, y)t(x, y) \exp[-i\frac{k}{2f}(x^2 + y^2)]$$

3、光波 $E_2(x, y)$ 菲涅耳衍射传播距离 f

$$E_f(x_f, y_f) = \frac{e^{ikf}}{i\lambda f} \iint A(x, y) t(x, y) \exp[-i\frac{k}{2f}(x^2 + y^2)] \exp\left[i\frac{k}{2f}[(x_f - x)^2 + (y_f - y)^2]\right] dx dy$$

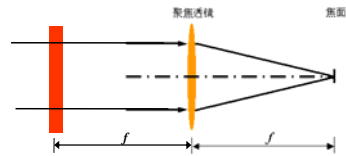
$$\begin{aligned}
 E_f(x_f, y_f) &= \frac{e^{ikf}}{i\lambda f} \iint A(x, y) t(x, y) \exp[-i \frac{k}{2f} (x^2 + y^2)] \\
 &\quad \exp\left[i \frac{k}{2f} [(x_f - x)^2 + (y_f - y)^2]\right] dx dy \\
 &= \frac{e^{ikf}}{i\lambda f} \exp\left[-i \frac{k}{2f} (x_f^2 + y_f^2)\right] \\
 &\quad \iint A(x, y) t(x, y) \exp[-i \frac{k}{2f} (2xx_f + 2yy_f)] dx dy \\
 &= \frac{e^{ikf}}{i\lambda f} \exp\left[-i \frac{k}{2f} (x_f^2 + y_f^2)\right] F\{A(x, y) t(x, y)\} \Big|_{f_x = \frac{x_f}{\lambda f}, f_y = \frac{y_f}{\lambda f}}
 \end{aligned}$$

透镜后焦面上的光场正比于物体透过率函数的傅里叶变换
(不考虑相位因子, 不考虑A(x,y))

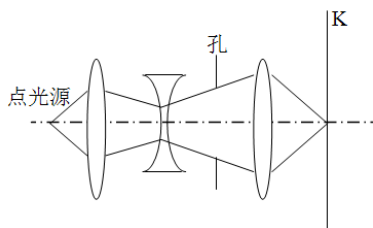
在有限距离处实现傅里叶变换。

$$E_f(x_f, y_f) = \frac{e^{ikf}}{i\lambda f} \exp\left[-i \frac{k}{2f} (x_f^2 + y_f^2)\right] F\{A(x, y) t(x, y)\} \Big|_{f_x = \frac{x_f}{\lambda f}, f_y = \frac{y_f}{\lambda f}}$$

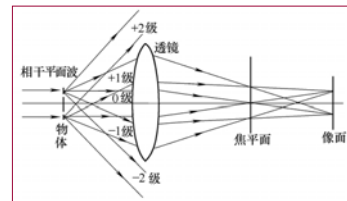
如何去掉相位因子, 实现傅里叶变换?



物体放在透镜后面, 实现傅里叶变换?



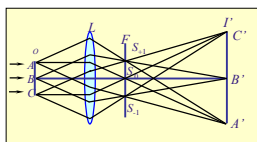
K处得到孔的菲涅耳衍射还是夫琅和费衍射?



实际透镜的口径有限, 物体所包含的空间频率超过一定限度的信息无法通过系统, 丢失高频成分 (渐晕)。

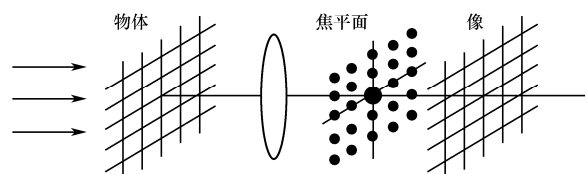
1 阿贝成像原理

Abbe对相干光照明的物体提出了两步衍射成像原理。



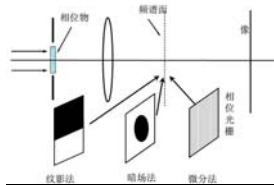
信息分解: 通过衍射屏的光发生夫琅和费衍射, 在透镜后焦面上得到傅里叶频谱 (S_{+1}, S_0, S_{-1})

信息合成: 频谱图上各发光点发出的球面波在像平面上相干叠加而形成像 A', B', C' 。



阿贝成像理论的应用：相衬法

- 显微术中观察的许多物体为相位型或弱相位型物体（如未染色的细菌），它对入射光的效应是产生一个与空间位置有关的相移，在普通的显微镜中无法直接观察。
- 观察相位型物体的方法有暗场法、纹影法、微分法、离焦法等，但强度分布与物体的相移不成线性关系，不能定量分析物体的相位分布。



泽尼克相衬显微镜

- 1935年，泽尼克（Zernike）根据阿贝二次衍射成像理论，提出了直接观察相位物体的相衬法。
- 设相位型物体的复振幅透射系数为：
$$g(x, y) = \exp[j\phi(x, y)]$$
- 弱相位物体复振幅透射系数可近似表示为：
$$g(x, y) = 1 + j\phi(x, y)$$
- 强度分布为：
$$I(x', y') = |1 + j\phi(x', y')|^2 \approx 1$$

- 弱的衍射项和强的背景项之间存在90°的相位差。

$$g(x, y) = 1 + j\phi(x, y)$$

$$G(f_x, f_y) = \delta(f_x, f_y) + j\Phi(f_x, f_y)$$

傅里叶变换

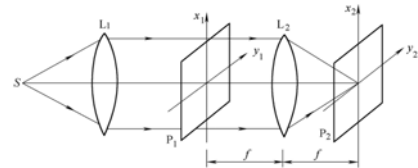
- 第一项是均匀背景光的频谱，位于显微镜后焦点上；第二项是衍射光的频谱，表现为环绕焦点的一个光斑。
- 在频谱面加入变相板可以改变两项相位上的正交关系。
- 简单的变相板可以在玻璃基片中心滴一小滴透明溶液制成。
- 变相板引入附加相移为90°，频谱为：
$$\varepsilon(f_x, f_y) = j[\delta(f_x, f_y) + \Phi(f_x, f_y)]$$
 正相衬
- 阿贝二次衍射成像后光强度分布为：

$$I(x', y') = |1 + \phi(x', y')|^2 \approx 1 + 2\phi(x', y')$$

强度与相位成线性关系，为提高对比度，可以在中心采取振幅型滤波器。

阿贝成像理论的应用：频谱分析系统

- 利用透镜的Fourier变换产生物体的空间频谱

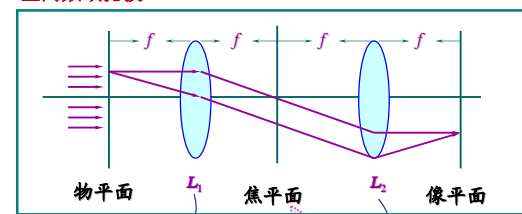


S为相干点光源，L1为准直透镜，L2为傅里叶变换透镜，P1为物面，P2为空间频谱面。

频谱分析的特点与应用

- 特点：
 - 并行性：二维或多通道并行运算，速度快。信息容量大、装置简单。
 - 尺度变换性：空间压缩，频谱展宽，可以测量尺寸非常小的物体或精细结构。
 - 平移不变性，在物面平移不影响谱面强度分布。
- 应用：
 - 精密测量：运动的悬浮微粒和粉尘尺寸；表面粗糙度检测；针尖缺陷分析；掩模线宽测量；羊毛纤维直径测量等。
 - 图像处理：卫星地图、遥感图像分析。

空间频域滤波



傅里叶变换 光学图像处理频滤波

$$E(x', y') = F\{F\{t(x, y)\}\} = t(-x', -y')$$

望远系统，4f系统

以一维光栅物体为例进行傅立叶分析。假设光栅（缝宽 a ，光栅常数 d ，尺寸为 L ）的透过率为：

$$t(x_1) = \left[\text{rect}\left(\frac{x_1}{a}\right) * \frac{1}{d} \text{comb}\left(\frac{x_1}{d}\right) \right] \text{rect}\left(\frac{x_1}{L}\right)$$

• 频谱面上的分布为：

$$\begin{aligned} T(f_x) &= \frac{aL}{d} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{sinc}\left(\frac{an}{d}\right) \text{sinc}\left[L\left(f_x - \frac{n}{d}\right)\right] \\ &= \frac{aL}{d} \left\{ \text{sinc}(Lf_x) + \text{sinc}\left(\frac{a}{d}\right) \text{sinc}\left[L\left(f_x - \frac{1}{d}\right)\right] + \text{sinc}\left(\frac{a}{d}\right) \text{sinc}\left[L\left(f_x + \frac{1}{d}\right)\right] + \dots \right\} \end{aligned}$$

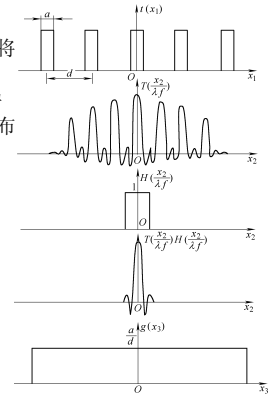
其中： $f_x = \frac{x_2}{\lambda f}$

在频谱面上放置不同的孔径光阑，将给出完全不同的输出像。

• 选择适当宽度的狭缝，仅让零级谱通过，挡掉其余频率部分。最终分布为：

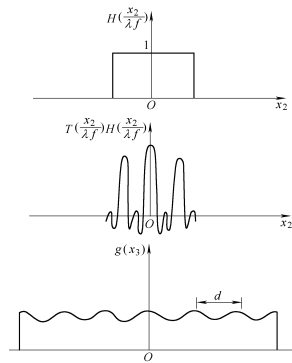
$$T(f_x)H(f_x) = \frac{aL}{d} \text{sinc}(Lf_x)$$

$$\begin{aligned} g(x_3) &= F^{-1}\{T(f_x)H(f_x)\} \\ &= \frac{a}{d} \text{rect}\left(\frac{x_3}{L}\right) \end{aligned}$$



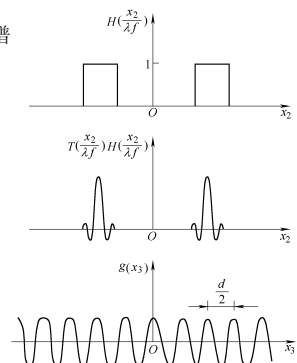
• 适当放宽狭缝，仅让零级和正、负一级谱通过。最终分布为：

$$\begin{aligned} T(f_x)H(f_x) &= \frac{aL}{d} \left\{ \text{sinc}(Lf_x) \right. \\ &\quad \left. + \text{sinc}\left(\frac{a}{d}\right) \text{sinc}\left[L\left(f_x - \frac{1}{d}\right)\right] \right. \\ &\quad \left. + \text{sinc}\left(\frac{a}{d}\right) \text{sinc}\left[L\left(f_x + \frac{1}{d}\right)\right] \right\} \\ g(x_3) &= F^{-1}\{T(f_x)H(f_x)\} \\ &= \frac{a}{d} \text{rect}\left(\frac{x_3}{L}\right) \left[1 + 2 \text{sinc}\left(\frac{a}{d}\right) \cos \frac{2\pi x_3}{d} \right] \end{aligned}$$



• 采用双缝，仅让正、负二级谱通过。最终分布为：

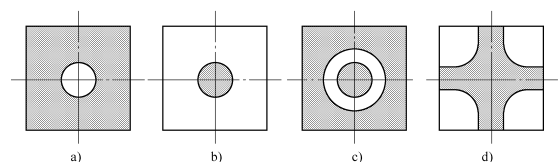
$$\begin{aligned} T(f_x)H(f_x) &= \frac{aL}{d} \left\{ \text{sinc}\left(\frac{2a}{d}\right) \text{sinc}\left[L\left(f_x - \frac{2}{d}\right)\right] \right. \\ &\quad \left. + \text{sinc}\left(\frac{2a}{d}\right) \text{sinc}\left[L\left(f_x + \frac{2}{d}\right)\right] \right\} \\ g(x_3) &= F^{-1}\{T(f_x)H(f_x)\} \\ &= \frac{2a}{d} \text{rect}\left(\frac{x_3}{L}\right) \text{sinc}\left(\frac{2a}{d}\right) \cos \frac{4\pi x_3}{d} \end{aligned}$$



• 相干滤波

- 相干滤波包括两个过程：从输入面到频谱面的频率分解过程和从频谱面到输出面的频率合成过程。若在频谱面放置一特定的滤波器，则实现了对输入信息的变换处理。
- 利用透镜的傅立叶变换性质，可实现相干光处理或相干滤波。4f系统是典型的相干滤波系统。

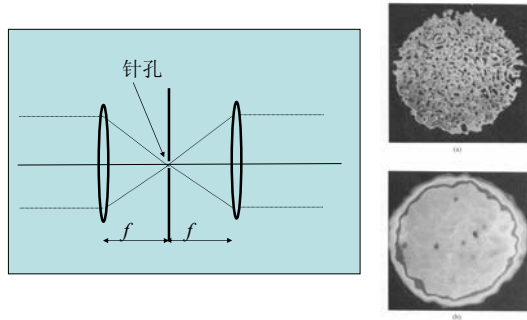
- 振幅滤波器
- 位相滤波器
- 复数滤波器



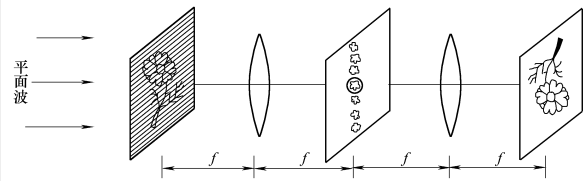
二元振幅滤波器

a)低通 b)高通 c)带通 d)方向滤波器

例1：针孔滤波

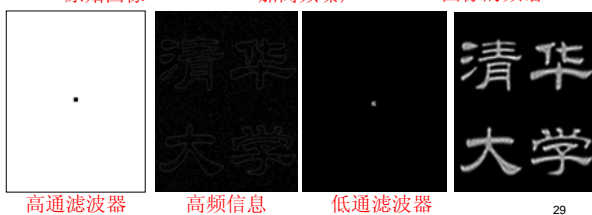
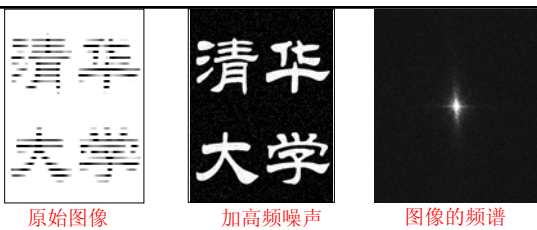
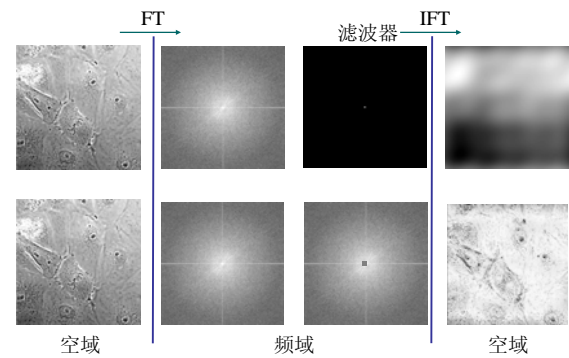
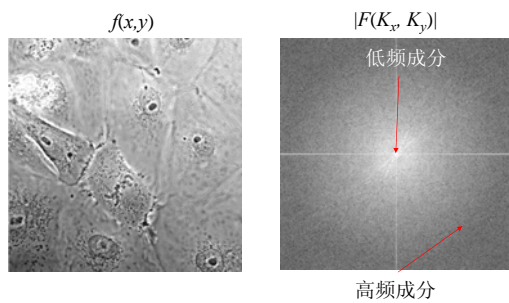


例2：图像滤波

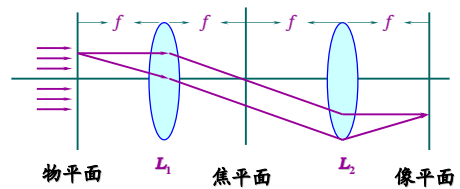


网点图像复振幅分布 $f_s(x_s, y_s) = \text{comb}\left(\frac{x_s}{X}\right) \text{comb}\left(\frac{y_s}{Y}\right) f(x_s, y_s)$

频谱面产生的频谱为 $F_s(f_x, f_y) = XY \text{comb}(Xf_x) \text{comb}(Yf_y) * F(f_x, f_y)$

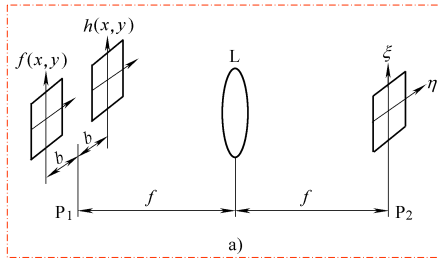


例3：光学图像处理：Vander Lugt相关器



在焦平面放置目标图像的频谱的复共轭，在像平面的中心得到待识别图像与目标图像的相关。

例4：光学图像处理：联合变换相关器

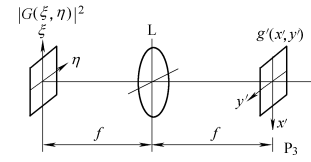


$$g(x, y) = f(x + b, y) + h(x - b, y)$$

$$G(\xi, \eta) = F(\xi, \eta) \exp\left(j \frac{2\pi}{\lambda f} b \xi\right) + H(\xi, \eta) \exp\left(-j \frac{2\pi}{\lambda f} b \xi\right)$$

$$G(\xi, \eta) = F(\xi, \eta) \exp\left(j \frac{2\pi}{\lambda f} b \xi\right) + H(\xi, \eta) \exp\left(-j \frac{2\pi}{\lambda f} b \xi\right)$$

$$|G(\xi, \eta)|^2 = |F|^2 + |H|^2 + F^* H \exp\left(-j \frac{4\pi}{\lambda f} b \xi\right) + F H^* \exp\left(j \frac{4\pi}{\lambda f} b \xi\right)$$



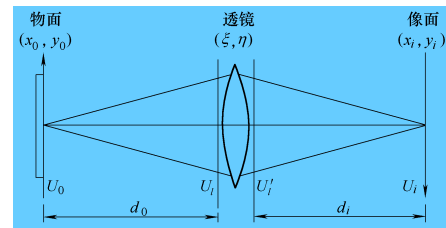
$$g'(x', y') = f(x', y') \star f(x', y') + h(x', y') \star h(x', y') + f(x', y') \star h(x', y') * \delta(x' - 2b, y') + h(x', y') \star f(x', y') * \delta(x' + 2b, y')$$

2 光学系统的频率特性

- 成像系统的一般分析
- 衍射受限的相干成像系统的频率响应
- 衍射受限的非相干成像系统的频率响应

系统的输入—输出关系

- 单色光照明下，一个薄的无像差的正透镜对透射物体成实像。



$$U_0(x_0, y_0) \rightarrow U_l(\xi, \eta) \rightarrow U'_l(\xi, \eta) \rightarrow U_i(x_i, y_i)$$

- 利用菲涅耳衍射公式

$$U_l(\xi, \eta) = \frac{1}{j\lambda d_0} \exp(jkd_0) \exp\left[j \frac{k}{2d_0} (\xi^2 + \eta^2)\right] \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U_0(x_0, y_0) \exp\left[j \frac{k}{2d_0} (x_0^2 + y_0^2)\right] \exp\left[-j \frac{2\pi}{\lambda d_0} (x_0 \xi + y_0 \eta)\right] dx_0 dy_0$$

- 透镜的复振幅透过率为

$$t_l(\xi, \eta) = P(\xi, \eta) \exp\left[-j \frac{k}{2f} (\xi^2 + \eta^2)\right]$$

- 透镜后的透射场分布为

$$U'_l(\xi, \eta) = U_l(\xi, \eta) t_l(\xi, \eta)$$

- 光波传播距离 d_i ，再次利用菲涅耳衍射公式，可确定 U_i :

$$U_i(x_i, y_i) = \frac{1}{j\lambda d_i} \exp(jkd_i) \exp\left[j \frac{k}{2d_i} (x_i^2 + y_i^2)\right] \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U'_l(\xi, \eta) \exp\left[j \frac{k}{2d_i} (\xi^2 + \eta^2)\right] \exp\left[-j \frac{2\pi}{\lambda d_i} (\xi x_i + \eta y_i)\right] d\xi d\eta$$

- 将 $U'_l(\xi, \eta)$ 代入上式，并进行整理，舍弃常数相位因子，可得到

$$U_i(x_i, y_i) = \frac{1}{\lambda^2 d_0 d_i} \exp\left[j \frac{k}{2d_i} (x_i^2 + y_i^2)\right] \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U_0(x_0, y_0) P(\xi, \eta) \exp\left[j \frac{k}{2} \left(\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_i} - \frac{1}{f}\right) (\xi^2 + \eta^2)\right] \exp\left[j \frac{k}{2d_0} (x_0^2 + y_0^2)\right] \times \exp\left[-j \frac{2\pi}{\lambda d_0} (x_0 \xi + y_0 \eta)\right] \exp\left[-j \frac{2\pi}{\lambda d_i} (\xi x_i + \eta y_i)\right] dx_0 dy_0 d\xi d\eta$$

$$U_i(x_i, y_i) = \frac{1}{\lambda^2 d_0 d_i} \exp \left[j \frac{k}{2d_i} (x_i^2 + y_i^2) \right] \times \int \int_{-\infty}^{\infty} U_0(x_0, y_0) P(\xi, \eta) \exp \left[j \frac{k}{2} \left(\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_i} - \frac{1}{f} \right) (\xi^2 + \eta^2) \right] \exp \left[j \frac{k}{2d_0} (x_0^2 + y_0^2) \right] \times \exp \left[-j \frac{2\pi}{\lambda d_0} (x_0 \xi + y_0 \eta) \right] \exp \left[-j \frac{2\pi}{\lambda d_i} (\xi x_i + \eta y_i) \right] dx_0 dy_0 d\xi d\eta$$

若满足成像关系，则为0

[若点物产生的响应是一个很小的像斑。]

$$\exp \left[j \frac{k}{2d_0} (x_0^2 + y_0^2) \right] = \exp \left[j \frac{k}{2d_0} \left(\frac{x_i^2 + y_i^2}{M^2} \right) \right] \quad M = \frac{d_i}{d_0}$$

该位相因子不依赖于 (x_0, y_0) ，可以舍去！

$$U_i(x_i, y_i) = \frac{1}{\lambda^2 d_0 d_i} \int \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int \int_{-\infty}^{\infty} U_0(x_0, y_0) \exp \left[-j \frac{2\pi}{\lambda d_0} (x_0 \xi + y_0 \eta) \right] dx_0 dy_0 \right\} \times P(\xi, \eta) \exp \left[-j \frac{2\pi}{\lambda d_i} (\xi x_i + \eta y_i) \right] d\xi d\eta$$

$$= \frac{1}{\lambda^2 d_0 d_i} \int \int_{-\infty}^{\infty} G_0 \left(\frac{\xi}{\lambda d_0}, \frac{\eta}{\lambda d_0} \right) P(\xi, \eta) \exp \left[-j \frac{2\pi}{\lambda d_i} (\xi x_i + \eta y_i) \right] d\xi d\eta$$

其中， G_0 是 U_0 的傅立叶变换。表明成像过程经历了两次傅里叶变换，物的频率成分在传递过程中受到有限大小光瞳的截取。

38

- 令光瞳函数的傅里叶变换为：

$$\tilde{h}(x_i, y_i) = \int \int_{-\infty}^{\infty} P(\xi, \eta) \exp \left[-j \frac{2\pi}{\lambda d_i} (\xi x_i + \eta y_i) \right] d\xi d\eta$$

- 并且

$$\frac{1}{\lambda^2 d_0 d_i} \int \int_{-\infty}^{\infty} G_0 \left(\frac{\xi}{\lambda d_0}, \frac{\eta}{\lambda d_0} \right) \exp \left[-j \frac{2\pi}{\lambda d_i} (\xi x_i + \eta y_i) \right] d\xi d\eta = \frac{1}{M} U_0 \left(-\frac{x_i}{M}, -\frac{y_i}{M} \right)$$

- 利用卷积定理：

$$U_i(x_i, y_i) = \frac{1}{M} U_0 \left(-\frac{x_i}{M}, -\frac{y_i}{M} \right) * \tilde{h}(x_i, y_i)$$

$$= \int \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{M} U_0 \left(-\frac{\tilde{x}_0}{M}, -\frac{\tilde{y}_0}{M} \right) \tilde{h}(x_i - \tilde{x}_0, y_i - \tilde{y}_0) d\tilde{x}_0 d\tilde{y}_0$$

- 光波传播的线性性质， U_i 可由下述叠加积分表示

$$U_i(x_i, y_i) = \int \int_{-\infty}^{\infty} U_0(x_0, y_0) h(x_i, y_i; x_0, y_0) dx_0 dy_0$$

- 将两式进行对比，有

- 几何光学理想像点的坐标 $(\tilde{x}_0, \tilde{y}_0)$ 满足

$$-\frac{\tilde{x}_0}{M} = x_0 \quad -\frac{\tilde{y}_0}{M} = y_0$$

- \tilde{h} 可看做系统脉冲响应，而且

$$\tilde{h} = \frac{1}{M} h$$

- 定义一个新函数表示几何光学的理想像：

$$U_g(x_i, y_i) = \frac{1}{M} U_0 \left(-\frac{x_i}{M}, -\frac{y_i}{M} \right)$$

- 假如不考虑衍射效应，即认为透镜孔径无限大，

- 则此时，

- 系统脉冲响应是 δ 函数，即点物可成点像；
- 几何光学的理想像是物体的准确复现，它的像平面是倒立的，而且尺寸经过缩放。

$$U_i(x_i, y_i) = \frac{1}{M} U_0 \left(-\frac{x_i}{M}, -\frac{y_i}{M} \right) = U_g(x_i, y_i)$$

- 考虑透镜有限孔径产生的衍射效应:

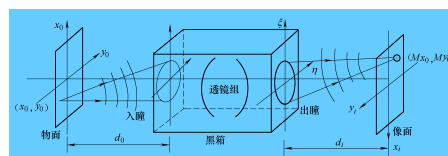
$$\tilde{h}(x_i - \tilde{x}_0, y_i - \tilde{y}_0) = \int \int_{-\infty}^{\infty} P(\xi, \eta) \exp \left\{ -j \frac{2\pi}{\lambda d_i} [\xi(x_i - \tilde{x}_0) + \eta(y_i - \tilde{y}_0)] \right\} d\xi d\eta$$

- 脉冲响应就等于透镜孔径的夫琅和菲衍射图样，其中心位于理想像点 $(\tilde{x}_0, \tilde{y}_0)$:

$$U_i(x_i, y_i) = U_g(x_i, y_i) * \tilde{h}(x_i, y_i)$$

像的光场分布是几何光学理想像和系统脉冲响应的卷积。

单色光照明的衍射受限系统



- 当单色光照明时，由于光波传播的线性性质，像面复振幅分布可以用叠加积分表示:

$$U_i(x_i, y_i) = \int \int_{-\infty}^{\infty} U_0(x_0, y_0) h(x_i, y_i; x_0, y_0) dx_0 dy_0$$

$$h(x_i, y_i; x_0, y_0) = C \int \int_{-\infty}^{\infty} P(\xi, \eta) \exp \left\{ -j \frac{2\pi}{\lambda d_i} [\xi(x_i - Mx_0) + \eta(y_i - My_0)] \right\} d\xi d\eta$$

$$= CF \left\{ P(\xi, \eta) \right\}_{f_{\xi} = \frac{x_i - Mx_0}{\lambda d_i}, f_{\eta} = \frac{y_i - My_0}{\lambda d_i}}$$

- 单色光照明时，衍射受限系统的脉冲响应是光学系统出瞳的夫琅和菲衍射图样，其中心在几何光学的理想像点 (Mx_0, My_0) 处。具有空间不变性!

非单色光照明

- 实际的照明光源绝不是理想单色的。事实上，照明光束的振幅和位相随时间变化的统计性质，将会对成像系统的性能产生重要影响。
- 非单色光照明时，xy平面光扰动随时间变化，可以用复值函数 $U(x, y; t)$ 表示

$$u(x, y; t) = U(x, y; t) \exp(-j2\pi \bar{\nu} t)$$

- 其中， $\bar{\nu}$ 是光波的平均频率， $U(x, y; t)$ 称为相幅矢量，是空间和时间坐标的函数。

- 当采用非单色光照明物体时，每一物点的振幅和位相随时间作无规则变化；在像平面，与每一物点对应的脉冲响应也将随时间作无规则变化。最终像的强度分布将取决于这些脉冲响应之间的统计关系，也正是取决于物面上被照明各点振幅和位相的统计关系。
- 考虑两种典型的物体照明方式：空间相干和非相干照明。
 - 相干成像系统对复振幅是线性的，可直接利用单色光照明的分析结果；
 - 非相干成像系统对强度这一物理量是线性的，强度变换的脉冲响应正比于相干系统脉冲响应的平方。

相干传递函数CTF

- 衍射受限的相干成像系统对于复振幅的传递是线性空间不变系统。
- 相干成像系统的物像关系由卷积积分描述，即:

$$U_i(x_i, y_i) = \int \int_{-\infty}^{\infty} U_g(\tilde{x}_0, \tilde{y}_0) \tilde{h}(x_i - \tilde{x}_0, y_i - \tilde{y}_0) d\tilde{x}_0 d\tilde{y}_0$$

$$\tilde{x}_0 = Mx_0 \quad \tilde{y}_0 = My_0 \quad \tilde{h} = \frac{1}{M} h$$

- M 为系统放大倍数，
- U_g 是几何光学理想成像的复振幅分布，
- h 是复振幅脉冲响应(或相干脉冲响应)

- 从频域的角度来分析成像过程。选择复指数函数作为基元物分布，考察系统对各种频率成份的传递特性。定义系统的输入频谱 $G_g(f_x, f_y)$ 和输出频谱 $G_i(f_x, f_y)$ 分别为

$$G_g(f_x, f_y) = F \{ U_g(\tilde{x}_0, \tilde{y}_0) \}$$

$$G_i(f_x, f_y) = F \{ U_i(\tilde{x}_i, \tilde{y}_i) \}$$

- 把相干脉冲响应的傅立叶变换定义为相干传递函数(CTF):

$$H_c(f_x, f_y) = F \{ \tilde{h}(x_i, y_i) \}$$

- 则三者具有如下关系:

$$G_i(f_x, f_y) = G_g(f_x, f_y) H_c(f_x, f_y)$$

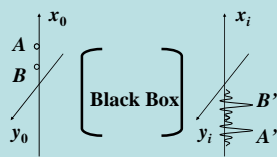
- H_c 表征了衍射受限的相干成像系统在频域中的作用，它使输入频谱转换为输出频谱。 H_c 决定于系统本身的物理结构，其与系统结构参数之间的关系为:

$$H_c(f_x, f_y) = P(-\lambda d_i f_x, -\lambda d_i f_y)$$

- 实际光瞳函数总是取0和1两个值，所以相干传递函数也是如此。系统是一个低通滤波器。

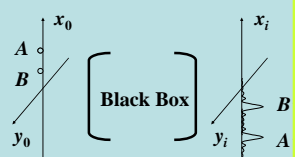
非相干成像系统的光学传递函数OTF

相干照明:



A, B 两点光振动相干, 则引起的以A', B'为中心的分布也相干。应将其干涉图样求出后, 再作模方求强度。

非相干照明:



A, B 两点在像面上某点引起的复振幅没有确定的位相关系。观察到的强度是多个像点强度的叠加, 即非相干叠加。

相干成像是光场复振幅的线性空不变系统
非相干成像是光强度的线性空不变系统

- 非相干成像是强度变换的线性系统，物像关系满足如下卷积积分:

$$I_i(x_i, y_i) = k \int \int_{-\infty}^{\infty} I_g(\tilde{x}_0, \tilde{y}_0) \tilde{h}_i(x_i - \tilde{x}_0, y_i - \tilde{y}_0) d\tilde{x}_0 d\tilde{y}_0$$

- 其中

- k 是实常数;
- I_g 是几何光学理想像的强度分布;
- I_i 为像的强度分布;
- \tilde{h}_i 是光强度脉冲响应(或非相干脉冲响应、点扩散函数), 它是点物产生的衍射光斑的强度分布。

$$\tilde{h}_i(x_i, y_i) = \left| \tilde{h}(x_i, y_i) \right|^2 = \left| F \{ P(\xi, \eta) \} \right|^2_{f_x = \frac{x_i}{\lambda d_i}, f_y = \frac{y_i}{\lambda d_i}}$$

把点源作为输入的基元物，它将在像面上产生以几何光学理想像点为中心的像斑，物体上所有点源产生的像斑按强度叠加的结果就给出像面的强度分布。

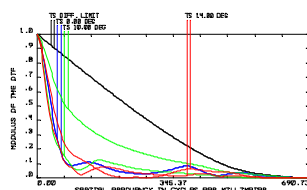
- 光学传递函数为:

$$H(f_x, f_y) = \frac{H_c(f_x, f_y) \star H_c(f_x, f_y)}{\int \int_{-\infty}^{\infty} |H_c(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta}$$

光学传递函数等于同一系统相干传递函数的归一化自相关函数。

调制传递函数(MTF)

相位传递函数(PTF)



小结:

阿贝成像原理

二次成像

应用: 相衬、滤波、相关

光学系统的频率特性

CTF, OTF(MTF, PTF)

由光瞳函数决定