分类号 _____ 密级 _____

UDC _____ 编号 _____

中国科学院研究生院
理学博士学位论文

太阳表面交叉螺度研究

赵明宇

指导教师 张洪起 研究员

中国科学院国家天文台

申请学位级别 理学博士 学科专业名称 天体物理

论文提交日期 _____ 论文答辩日期 2012年6月

培养单位 中国科学院国家天文台

学位授予单位 中国科学院研究生院

答辩委员会主席 _____

Typeset by LaTeX 2$_\varepsilon$ at June 19, 2012

With package `CASthesis` v0.2 of CTEX.ORG

The Analysis of Cross Helicity on Solar Surface

Ming-Yu Zhao

Supervisor:

Prof. Hong-Qi Zhang

National Astronomical Observatory

Chinese Academy of Sciences

June, 2012

Submitted in total fulfilment of the requirements for the degree of Ph.D. in Solar Physics Research

摘　要

交叉螺度衡量磁场和速度场的联系，从拓扑意义上，交叉螺度描述的是磁通量管与涡管之间的连接。在天体的湍动发电机理论中，小尺度交叉螺度导致的大尺度发电机活动，它对应于发电机方程中的不均匀项，可以作为一个湍动电池项，是有别于 α 效应的另外一种湍动磁场产生机制。我们通过对日面磁场和速度场的分析，试图从观测结果上分析交叉螺度可能的分布与演化。主要结果如下：

一、基于 SOHO/MDI 数据分析了磁场和速度场可能存在的相关性。结果表明观测的大尺度弱磁场（小于50高斯）和速度场存在统计上的相关。视向交叉螺度 （$h_\chi = \overline{\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}}$，$\mathbf{u}$ 和 $\mathbf{b}$ 是日面一个矩形区域内的视向速度和磁场，区域的经度范围 $\pm 15°$，纬度范围 $\pm 45°$） 随纬度变化的曲线在2000，2004和2007年有相同的趋势，在赤道附近正相关，在中纬度区域反相关。对于强磁场（50到3000高斯），视向交叉螺度随纬度的变化在中纬度区域有相同趋势。然而在赤道附近，2000年的曲线切向斜率为正而2004和2007年的曲线切向斜率为负。此外我们估计出基于 SOHO/MDI 数据的交叉螺度，量级在 $10^3 Gms^{-1}$。

二、分析了 SOHO/MDI 和 SDO/HMI 磁场和速度场数据的相关性。两种数据的全日面磁图相关系数为0.73，活动区的相关性超过0.95。对两种数据得到的交叉螺度进行了比较，得到的视向交叉螺度随纬度变化趋势一致。基于 SDO/HMI 矢量磁图，结合局部相关跟踪方法（ LCT ）得到的速度，分析了活动区的交叉螺度，结果表明活动区交叉螺度的分布图样与磁场分布图样很相似，并且视向分量的作用占主导，但从整个活动区范围的平均值来看，交叉螺度水平分量是视向分量的2 倍。

近年来，太阳物理的研究中，人们对交叉螺度的兴趣与日俱增。交叉螺度的研究得到了大量理论结果和推测，然而并没有可靠的观测结果。我们的研究利用观测数据对交叉螺度进行了分析，涉及到太阳物理中的一个重要问题，并

得到了比较有意义的结果，为更进一步工作的深入奠定了观测基础。

关键词： 太阳磁场，太阳光球，太阳活动，交叉螺度

Abstract

Cross helicity measures the correlation between fluid motion and magnetic field. In a topological sense, cross helicity describes the linkage of magnetic flux tubes with vortex tubes. The small-scale cross helicity can itself lead to large-scale dynamo action. Such a mechanism is quite different from the α effect. It corresponds to an inhomogeneous term in the dynamo equations and could play the role of a turbulent battery term. The purpose our research is to investigate some useful information by the combination of the magnetic and velocity field on the solar surface. The main contributions are as follows:

1. A possible correlation between the magnetic and velocity fields has been analyzed based on the SOHO/MDI magnetograms and Dopplergrams. It is found that the observed large-scale weak magnetic field (weaker than 50 G (gauss)) is correlated with the velocity statistically. The curves of cross helicity ($h_\chi = \overline{\mathbf{u} \cdot \mathbf{b}}$) with latitude, where $\mathbf{u}$ and $\mathbf{b}$ are the line-of-sight velocity and magnetic field in a rectangular region ($\pm 15^\circ$ in longitude, $\pm 45^\circ$ in latitude) on the Sun, show the same patterns in the years 2000, 2004, and 2007. The patterns indicate that u and b are positively correlated near the equator but are anti-correlated at the middle latitudes. For a strong magnetic field between 50 G and 3000 G, the curves of with latitude show the same tendencies at the middle latitudes. Near the equator, however, the slope of the curve is positive in 2000 and is negative in 2004 and 2007. In addition, we give an estimation for the amplitude of the cross helicity inferred from the MDI data, which is of the order of $10^3 G m s^{-1}$ near the center of the solar disk.

2. We analyzed the correlation of the solar magnetograms and Dopplergrams by SOHO/MDI and SDO/HMI respectively. The fulldisk correlation coeffcient of

magnetograms is about 0.73 and it is more than 0.95 for active regions only. Then we analyzed the distribution of the cross helicity (line-of-sight component) based on the data of SDO/HMI, the results indicate that the latitude distribution of cross helicity gotten from SDO/HMI accords with that of SOHO/MDI. At last, we analyzed the cross helicity in the active region by the vector magnetograms of SDO/HMI and the velocity gained from LCT method. Its distribution shows the similar pattern with the magnetic field and the vertical component domains the distribution of cross helicity in active region. However, the amplitude of mean horizontal components of cross helicity in solar active regions is about two times of line-of-sight one.

In recent years, in particular, the interest in cross helicity has been increasing. There are a number of theoretical results and conjectures on cross helicity, but nearly no reliable observational results yet. Our study gives the cross helicity determined from observations. It deals with a problem that is important in solar physics, and presents interesting and substantial results. The results need to be confirmed and extended by further observations. It establishes the foundation for further research.

Keywords: Magnetic field, Photosphere, Solar activity, Cross helicity

目　　录

摘要 ..... **i**

Abstract ..... **iii**

目录 ..... **v**

第一章　引言 **1**

1.1　太阳磁场和速度场 1

1.2　螺度与发电机理论 3

1.3　湍动交叉螺度的演化 12

1.4　本文的目的和意义 17

第二章　磁场和速度场相关性的统计研究 **25**

2.1　引言 25

2.2　数据处理 25

2.3　结果和讨论 29

2.3.1　弱磁场情况 29

2.3.2　强磁场情况 33

2.4　小结 35

第三章　日面交叉螺度 **39**

3.1　引言 39

3.2　SOHO/MDI 和 SDO/HMI 数据的相关性比较 40

3.3　日面交叉螺度分析 43

3.4 小结 49

第四章 总结与展望 **53**

参考文献 **57**

发表文章目录 **65**

致谢 **67**

插　　图

1.1 磁场周年变化（来自 R. Knaack，转引自[1]）····· 2

1.2 蒙德太阳黑子蝴蝶图。（此版本来自美国国家航空航天局马歇尔太空飞行中心太阳小组）····· 3

1.3 年平均的黑子数，第一行可以明显看到蒙德极小期。（来自 Eddy (1976)，转引自[2]）····· 4

1.4 不同尺度黑子的角速度随纬度的变化。（图片来自 Howard et al (1984)[3]）····· 5

1.5 超米粒结构。（图片来自 SOHO/MDI 观测）····· 6

1.6 黑子极性定律。黑子前导后随在太阳活动周期结束极性发生反转，同一活动周北半球前导（后随）黑子和南半球后随（前导）极性相同。图片来自[4]····· 7

1.7 Babcock-Leighton 发电机示意图。当偶极区域浮现时，它们在北半球顺时针倾斜，在南半球逆时针倾斜。在太阳表面以下，这一过程留下的极向磁场分量在南北半球均指向北极。日面较差自转的强剪切作用，产生了环向磁场。图片来自[1]····· 8

1.8 小尺度发电机模拟。图中显示的是 $|\mathbf{B}| > 4B_{rms}$ 处的可视化磁场矢量，拱形磁场结构的厚度相当于耗散尺度。可以看到产生的拱形磁场结构遍布整个模拟区域，在非螺旋性流体中的模拟结果产生了“大尺度”的磁场结构。图片来自[5]，转引自[1] ····· 19

1.9 Archontis 发电机模拟结果。深色是有强涡旋的速度场，浅色是感应产生的磁场，白线是平均磁场。可以看出平均磁场在涡旋速度场作用下产生平行或反平行速度的感应磁场。来自 Dorch and Archontis (2004)[6]····· 20

1.10 Archontis 流体在不同尺度下的模拟，结果表明这是一种小尺度发电机活动。L_0 是湍动尺度，L 是模拟尺度。可以看到只有在模拟尺度和湍动尺度相当时，模拟的结果才表现出明显的交叉螺度效应。随着模拟尺度的增加，产生的磁场迅速分解成更小尺度的贡献。来自 Sur and Brandenburg (2009)[7] ····· 21

1.11 交叉螺度的物理解释。来自 Yokoi et al. (2010)[8] ····· 22

1.12 $\alpha\Omega$ 发电机模型下，太阳近表面区域交叉螺度的变化。来自 Kuzanyan, et al (2007)[9] ····· 22

1.13 湍动交叉螺度的分布。等值线是对流区底部的环向磁场。(a) 太阳表面的大尺度磁场，(b)，(c)，(d)是交叉螺度的三个分量。来自 Pipin, et al (2011)[10] ····· 23

2.1 SOHO/MDI 的全日面多普勒图 ····· 26

2.2 SOHO/MDI 的全日面多普勒图减去对应的滑动平均背景之后的结果。 ····· 27

2.3 速度随纬度的变化。 ····· 28

2.4 所选的日面中心附近的矩形区域示意图。纬度 $-45°$ 到 $+45°$，经度 $-15°$ 到 $+15°$，背景的全日面磁图和多普勒图显示的是0.97太阳半径以内区域。 ····· 29

2.5 空间平均示意图。每个平均区域对应的纵向宽度为10度纬度，对应在像素上不同纬度位置进行平均的数目不同，赤道附近参与平均的像素数更多。每个区域内所有像素位置的平均值作为该区域中心纬度位置的数值。 ····· 30

2.6 磁场和速度场的相关 ····· 31

2.7 具有相同磁场强度的像素位置对速度值的平均（上），具有相同速度的像素位置对磁场的平均（下）。 ····· 32

2.8 2000,2004和2007年的 $\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}$ 的纬度分布。磁场强度为0到50高斯。 · 33

2.9 2000年的 $\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}$ 纬度分布。图(a)、(b)、(c)是对应的不同纬度位置速度和磁场的相关性，图中的直线由最小二乘法线性拟合得到。 · 34

2.10 2007年的 $\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}$ 纬度分布。图(a)、(b)、(c)是对应的不同纬度位置速度和磁场的相关性，图中的直线由最小二乘法线性拟合得到。 · 35

2.11 2000年3月1日 00:00 UT 10分钟平均后的视向交叉螺度，磁场，速度场纬度分布。横坐标是以像素为单位的纬度方向。纵坐标单位是 Gms^{-1}，G,ms^{-1}。 ····· 36

2.12 2000年3月1日 00:00 UT 起始，48小时平均后的视向交叉螺度，磁场，速度场纬度分布。横坐标是以像素为单位的纬度方向。纵坐标单位是 Gms^{-1}，G,ms^{-1}。 ····· 37

2.13 $\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}$ 在2000，2004和2007年的纬度分布。磁场强度为50到3000高斯。 ····· 37

3.1 P 角与 SOHO/MDI 和 SDO/HMI 数据相关系数之间的关系。左边对应活动区 NOAA 11102，右边对应活动区 NOAA 11101，这两个活动区取自2010年9月1日 23:02:19 UT 的全日面磁图。 ····· 40

3.2 SOHO/MDI 和 SDO/HMI 数据的全日面相关性（2010年9月1日 23:02:19 UT 的数据）。第一列是SOHO/MDI 的全日面视向磁图和多普勒图，第二列来自于 SDO/HMI。 ····· 41

3.3 SOHO/MDI 和 SDO/HMI 数据的局部区相关性。两个活动区截取自2010年9月1日 23:02:19 UT 的全日面矢量磁图，第一行对应活动区 NOAA 11102，第二行对应活动区 NOAA 11101。 ····· 42

3.4 平滑尺度（以像素为单位）与 SOHO/MDI 和 SDO/HMI 数据相关系数的关系。左边对应全日面磁图，右边对应多普勒图。 ····· 43

3.5 SOHO/MDI 和 SDO/HMI 数据经过 19.8×19.8 角秒范围滑动平均之后的全日面相关性（2010年9月1日 23:02:19 UT 的数据）。第一列是SOHO/MDI 的全日面视向磁图和多普勒图，第二列来自于 SDO/HMI。 ····· 44

3.6 基于 SDO/HMI 全日面磁图和多普勒图（23 : 00 : 00 to 24 : 00 : 00 UT, 2010.09.01）计算得到的视向交叉螺度（第一行）和基于 SOHO/MDI 数据得到的视向交叉螺度（第二行）。全日面磁图和多普勒图经过了0.4度的 P 角修正。 45

3.7 基于 SDO/HMI 全日面磁图和多普勒图（23 : 00 : 00 to 24 : 00 : 00 UT, 2010.09.01）计算得到的视向交叉螺度（第一行）和基于 SOHO/MDI 数据得到的视向交叉螺度（第二行）。全日面磁图和多普勒图经过了0.4度的 P 角修正，并且分别作了 19.8×19.8 角秒范围的滑动平均。 46

3.8 矢量磁图，水平速度和视向速度（活动区 NOAA 11158，2011年2月15日 00:35 UT）。图(a)的背景是视向磁场，箭头代表横向磁场，单位是高斯，最大箭头是2582.60高斯。图(b)背景是视向磁场，箭头是对背景的视向磁场应用 LCT 方法计算得到的横向速度，最大箭头是 $0.519 kms^{-1}$。图(c)是同一时间同一位置的多普勒图，单位是 kms^{-1}。白色指向外黑色指向内（为了和磁场一致我们改变了符号，这与传统多普勒图相反）。 47

3.9 太阳活动区 NOAA 11158 的交叉螺度分布。图(a)是视向交叉螺度，图(b)是水平交叉螺度，图(c) 是两者的和。单位是 $Gkms^{-1}$。 50

第一章　引言

1.1　太阳磁场和速度场

太阳是以宁静太阳为主体附加有太阳活动现象的实体[11]，多种太阳活动如黑子、耀斑、日珥和日冕物质抛射等都与太阳磁场密切相关。1908年 Hale 通过分析太阳黑子中谱线的塞曼分裂证实了太阳磁场的存在[12]，1953年 Babcock 利用塞曼效应的偏振特征发明了测量太阳表面磁场的设备[13]。太阳磁场的起源和演化通常以发电机机制来解释[14, 15]，发电机理论框架下的太阳磁场研究中，通常将其分为平均场（大尺度磁场）和涨落场（小尺度磁场）。大尺度磁场的典型尺度为300 Mm，对应于大约纬度上30 度左右的具有相同极性的环向通量带宽度，对流区底部的压力标高大约为50 Mm，所有小于上述尺度的现象均可归结为小尺度磁场，小尺度磁场通常解释成在湍动对流的作用下，约束在独立的通量束中的磁场，一般地表现为磁流管的形成和活动区的浮现[1]。

对于大尺度磁场，观测磁场的径向分量通过对日面经度的平均，表现出明显规则的时空分布，即径向磁场以11年为周期变化并且相对于赤道改变符号[16–18]。大尺度磁场的性质反映在太阳活动上表现为太阳活动周期循环的整体特性。大多数情况下太阳黑子以偶极形式成对出现。在11年周期的黑子循环中，东西方向的偶极黑子倾向在同一半球保持一致，在不同半球则相反。同一半球，东西倾斜方向在11 年黑子周期的极小年发生反转。因此磁场有22年活动周期，这些结果被统称为 Hale 极性定律[19]。黑子对的轴（正负极方向）关于纬度圈倾斜，前导黑子更靠近赤道，这一结果被称为 Joy 定律[19]。黑子对出现的位置限制在赤道两侧两个纬度带当中，在每一个黑子周期起始，黑子对在高纬度出现。在黑子循环过程中，黑子出现的平均纬度位置向赤道迁移[20]，黑子的位置在时间和纬度上，沿着赤道排列如一串蝴蝶翅膀，这就是著名的黑子蝴蝶图。黑子的11年周期强度并不一致，峰值最大黑子数以及循环周期的长

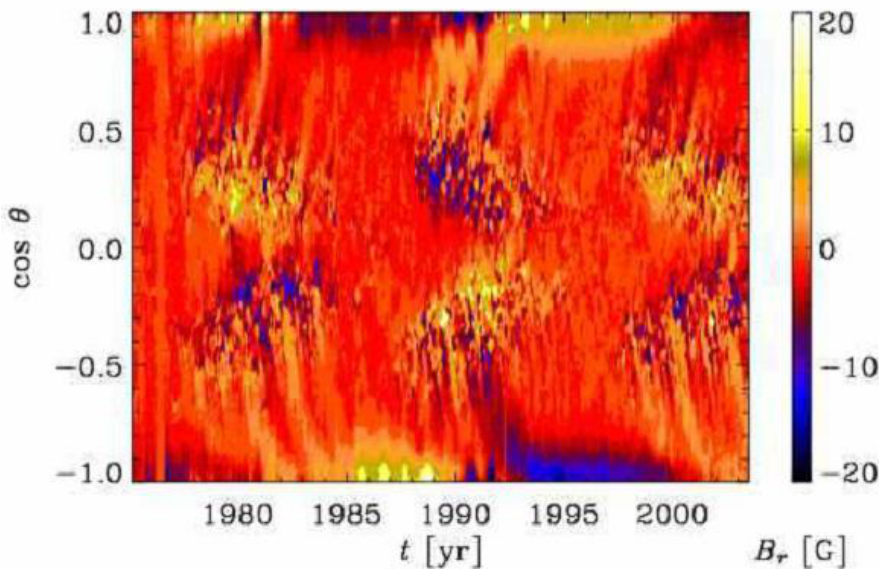

图 1.1: 磁场周年变化（来自 R. Knaack，转引自[1]）

度都存在变化。历史记录上显示有一些时间段内黑子数非常稀少，其中最著名的就是1640到1710之间的蒙德极小期[21]。

太阳速度场有多种形式，观测上通常可以通过多普勒效应和对日面特征结构的跟踪来获得。太阳和地球轨道平面夹角大约7度15分，太阳旋转的周期近似为27天。自转速率是非均匀的，在赤道比两极区域快，这被称之为日面较差自转。较差自转是太阳速度场的一种重要形式，Howard 等人通过对 Mt.Wilson 天文台大量白光像数据黑子运动的分析，经验地得出角速度随日面纬度变化的函数[3]，后来对于太阳内部结构的日震研究中发现，对流区同样存在径向的较差自转[22]。Leighton 等人通过分析太阳大气中的速度场发现一种典型半径 $1.6 \times 10^4 km$ 的对流元近似一致地分布在整个太阳表面，后来被称之为超米粒结构[23]，超米粒结构是太阳内部对流运动在日面的一种表象。Howard and Gilman 在1986年发现日面大尺度的速度场包含一个相对于中心子午线轴对称的分量[24]。Mt.Wilson 天文台的所有强谱线中发现存在垂直振荡运动[23, 25]。这种平均周期约290秒的振动后来被称之五分钟振荡，其物理解释为俘获在太阳大气下的驻声波在日面的表现[26]。

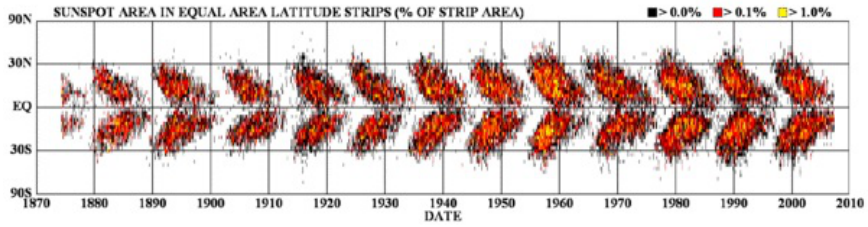

图 1.2: 蒙德太阳黑子蝴蝶图。（此版本来自美国国家航空航天局马歇尔太空飞行中心太阳小组）

1.2　螺度与发电机理论

磁场是太阳活动的本质，它的产生和演化是太阳物理中的重要问题。目前理论上一般认为太阳表面的磁场产生于切变层（ Tachocline 层，对流层底部，与辐射层之间的过渡）的自激发发电机作用[14]，发电机机制可以较好地解释11年太阳活动周期，Hale-Nicholson 极性定律，Maunder 黑子蝴蝶图等观测现象。

发电机机制提供了一种动能向磁能转化的方式。发电机理论中通常分为小尺度发电机和大尺度发电机。小尺度发电机活动可以很好地产生磁场结构，产生的磁场与湍动能量承载尺度相关联。小尺度发电机又被称为涨落发电机，非螺旋性流体（nonhelical flow，指几乎不存在运动学螺度的湍动流体）的发电机现象通常表现为小尺度发电机。模拟总体上看，小尺度发电机活动产生的磁场结构方向是随机的，影响这些磁场结构使之在时间和空间上表现出如太阳磁场一样分布规律的是大尺度发电机，大尺度发电机和流体非均匀的、各向异性的运动相关联，包含大量运动学螺度的流体中的发电机现象通常表现为大尺度发电机。小尺度和大尺度之间没有明确的严格界限，小尺度发电机活动和大尺度发电机活动之间是互相影响的。即使在某些模拟结果中，可以产生超过湍动尺度的“大尺度”磁场结构，但本质上与存在大量运动学螺度的流体中模拟产生的大尺度磁场不同，它们仍然属于小尺度发电机现象。[1]

在观测上，太阳极区存在磁场，南北极区的磁场极性相反，类似于偶极

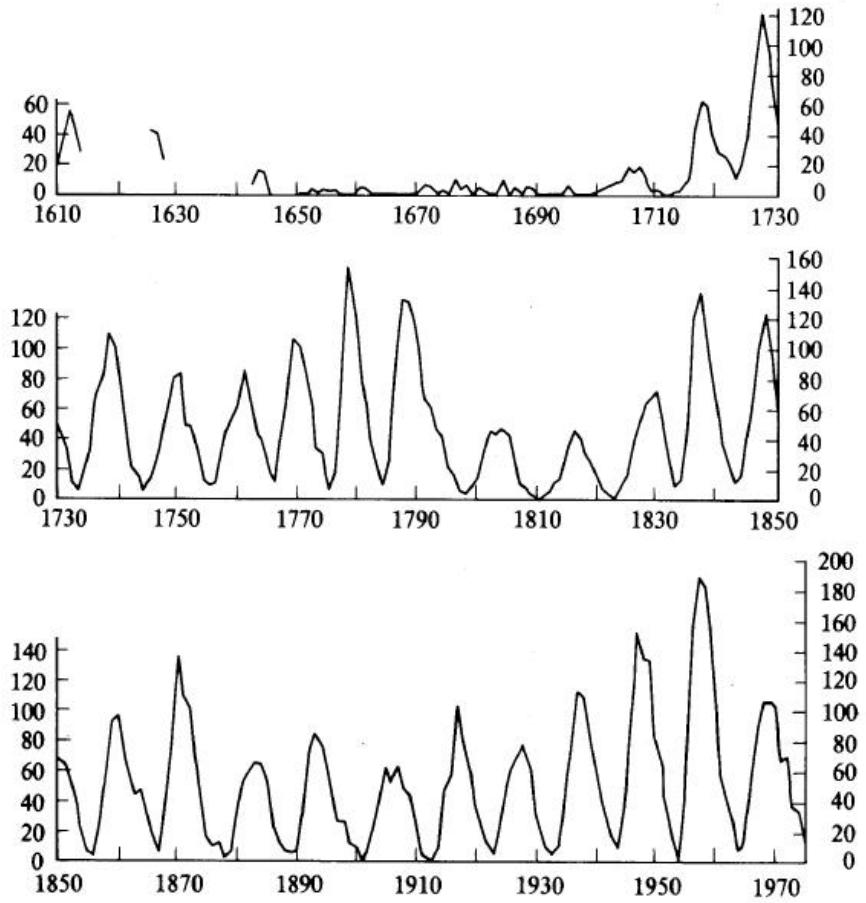

图 1.3: 年平均的黑子数，第一行可以明显看到蒙德极小期。（来自 Eddy (1976)，转引自[2]）

场，它们在太阳活动极大年附近发生极性互换。大多数日面双极活动区的磁流大致平衡，活动区的磁场主要依靠扩散减弱，遵从前导部分向赤道而后随部分向极区扩散的规律。在观测基础上，Babcock 于1961年提出了关于太阳活动和活动周起源的经验模型[14]，模型表明太阳活动周的主要特征是环向磁场（ toroidal magnetic field $\mathbf{B}_{tor}$ ）与极向磁场（ poloidal magnetic field $\mathbf{B}_{pol}$ ）之间的相互转换。Leighton 引入超米粒运动导致磁力线湍流扩散机制，对 Babcock 太阳活动周振动模型中的弛豫相位进行数值模拟[27]。

环向磁场的产生，一般认为来自于日面较差自转对极向磁场的剪切作用。

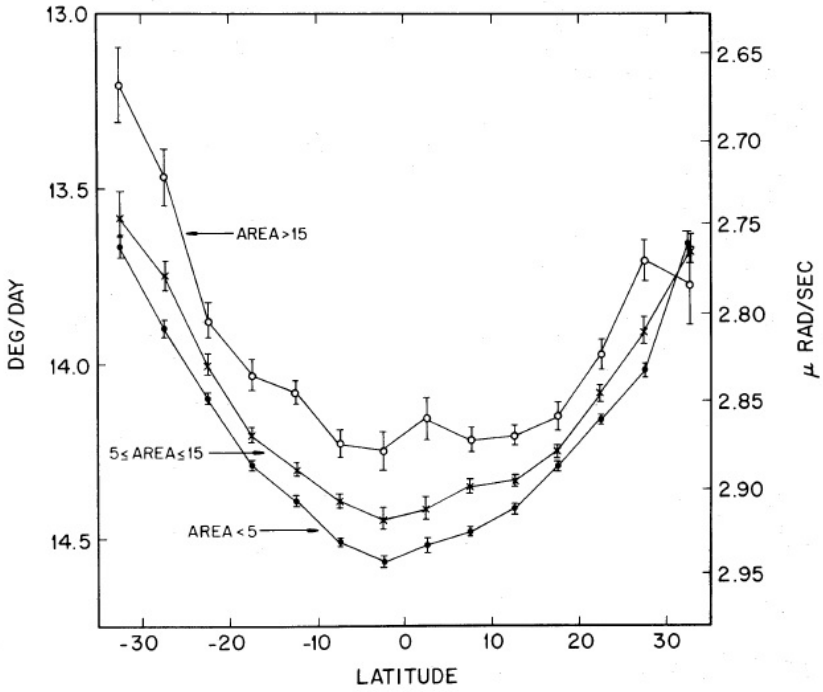

图 1.4: 不同尺度黑子的角速度随纬度的变化。（图片来自 Howard et al (1984)[3]）

数学上，通过感应方程的拉伸项反映为

$$\frac{d\mathbf{B}_{tor}}{dt} = \mathbf{B}_{pol} \cdot \nabla \mathbf{U}_{tor} + \ldots . \tag{1.1}$$

而极向磁场的产生，由 Parker 首先提出可能起因于科里奥利力 （Coriolis force） 的影响[28]。数学上，在感应方程中可以表示为

$$\frac{\partial \overline{\mathbf{B}}_{pol}}{\partial t} = \nabla \times (\alpha \overline{\mathbf{B}}_{tor} + \ldots) . \tag{1.2}$$

显而易见这一方程只在平均场意义下成立（平均场以物理量加上划线表示），因为真实矢量场中感应电动势 $\mathbf{U} \times \mathbf{B}$ 在 $\mathbf{B}$方向的分量是零，不可能写成 $\alpha\mathbf{B}$ 的形式。Parker 的理论直到1971年 Roberts 和 Stix [29]将 Steenbeck，Krause 和 Rädler 的一系列工作[30–32] 翻译成英文之后，才被广泛接受。他们的工作为平均场方法提供了严格的数学基础，并将其称之为 α 效应。平均场方法脱开了反发电机定理的桎梏，被广泛应用于发电机理论当中。

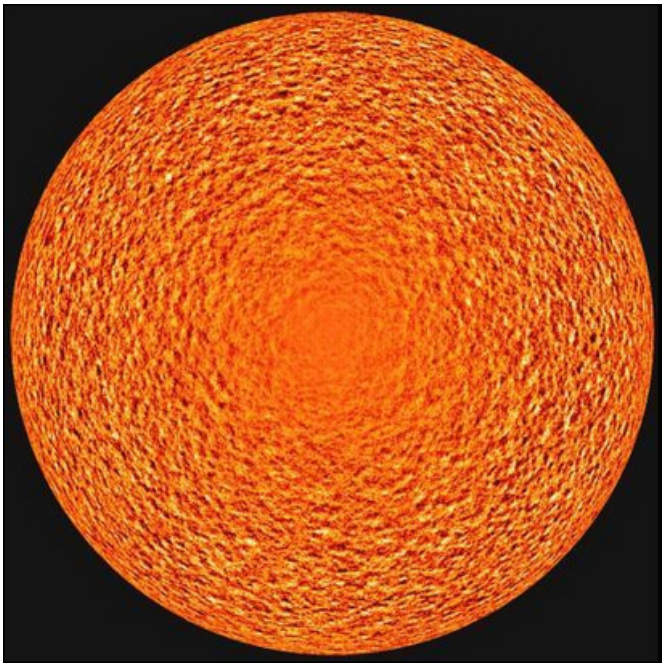

图 1.5: 超米粒结构。（图片来自 SOHO/MDI 观测）

在平均场理论中，物理量被分为平均部分和涨落部分，这时磁场和速度可以写成 $\mathbf{B}=\overline{\mathbf{B}}+\mathbf{b}$，$\mathbf{U}=\overline{\mathbf{U}}+\mathbf{u}$，带上划线的代表平均场，小写的代表涨落场。一般意义下使用的平均是对应物理量特性的系综平均 （ensemble averages）[33]，也可以单独使用环向平均，二维水平平均等平均方法，但是必须满足雷诺规则 （Reynolds rules）[1]:

$$\begin{aligned}
\overline{\mathbf{U}_1+\mathbf{U}_2} &= \overline{\mathbf{U}_1}+\overline{\mathbf{U}_2} \\
\overline{\overline{\mathbf{U}}} &= \overline{\mathbf{U}} \\
\overline{\overline{\mathbf{U}}\mathbf{u}} &= 0 \\
\overline{\overline{\mathbf{U}_1}\cdot\overline{\mathbf{U}_2}} &= \overline{\mathbf{U}_1}\cdot\overline{\mathbf{U}_2} \\
\overline{\frac{\partial\mathbf{U}}{\partial t}} &= \frac{\partial\overline{\mathbf{U}}}{\partial t} \\
\overline{\frac{\partial\mathbf{U}}{\partial x_i}} &= \frac{\partial\overline{\mathbf{U}}}{\partial x_i}\,.
\end{aligned} \tag{1.3}$$

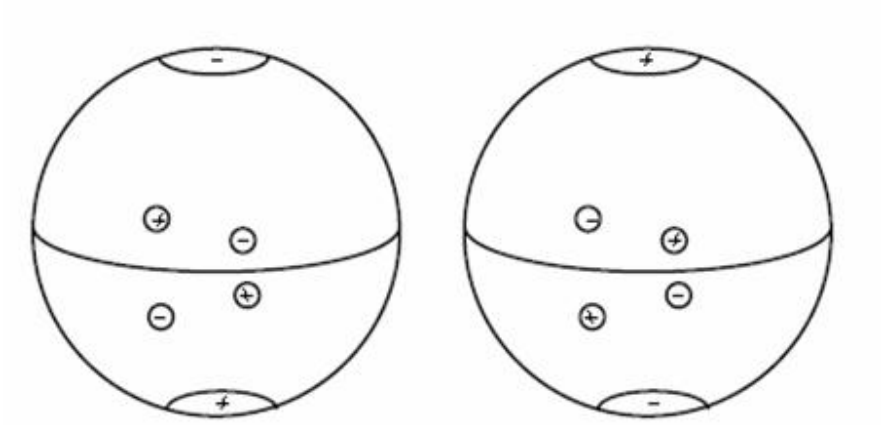

图 1.6: 黑子极性定律。黑子前导后随在太阳活动周期结束极性发生反转，同一活动周北半球前导（后随）黑子和南半球后随（前导）极性相同。图片来自[4]

对磁场感应方程做雷诺平均得到

$$\frac{\mathrm{D}\overline{\mathbf{B}}}{\mathrm{D}t} = \nabla \times (\overline{\mathbf{U}} \times \overline{\mathbf{B}}) + \nabla \times \mathbf{E}_M - \eta \nabla \times (\nabla \times \overline{\mathbf{B}}) \,, \tag{1.4}$$

这里 $\eta = 1/(\mu_0 \sigma)$ 是磁扩散率 （μ_0 是磁导率，σ 是电导率），$\mathbf{E}_M$ 是湍动电动势，定义为

$$\mathbf{E}_M \equiv \overline{\mathbf{u} \times \mathbf{b}} \,. \tag{1.5}$$

平均场发电机理论中的一个基本问题，就是将湍动电动势 $\mathbf{E}_M$ 展开为一系列由小尺度效应（涨落量）决定的大尺度物理量（平均量）的组合。这些大尺度平均量中，研究的比较广泛的是大尺度平均磁场 $\overline{\mathbf{B}}$ 和平均电流密度 $\overline{\mathbf{J}} = \nabla \times \overline{\mathbf{B}}/\mu_0$。Yoshizawa (1990) 的研究，引入了另外一个大尺度量，平均涡旋密度 $\overline{\mathbf{\Omega}} = \nabla \times \overline{\mathbf{U}}$，[34]即

$$\mathbf{E}_M = \alpha \overline{\mathbf{B}} - \beta \overline{\mathbf{J}} + \gamma \overline{\mathbf{\Omega}} \,. \tag{1.6}$$

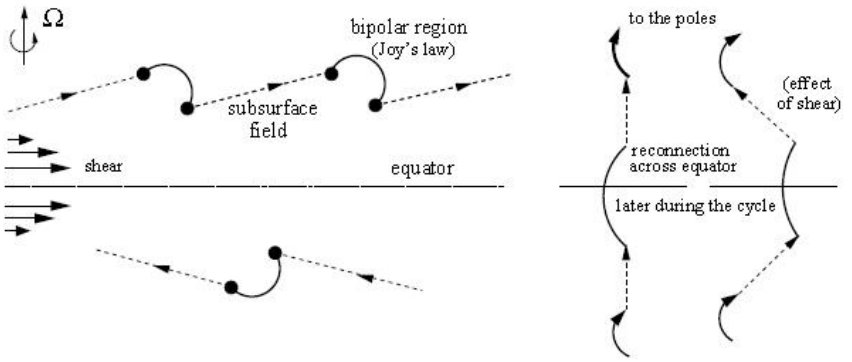

图 1.7: Babcock-Leighton 发电机示意图。当偶极区域浮现时，它们在北半球顺时针倾斜，在南半球逆时针倾斜。在太阳表面以下，这一过程留下的极向磁场分量在南北半球均指向北极。日面较差自转的强剪切作用，产生了环向磁场。图片来自[1]

将(1.6)带入平均场感应方程(1.4)可得

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{D}\overline{\mathbf{B}}}{\mathrm{D}t} &= \nabla\times(\overline{\mathbf{U}}\times\overline{\mathbf{B}})+\nabla\times\mathbf{E}_M-\eta\nabla\times(\nabla\times\overline{\mathbf{B}})\\ &= \nabla\times(\overline{\mathbf{U}}\times\overline{\mathbf{B}})+\nabla\times(\alpha\overline{\mathbf{B}}+\gamma\overline{\mathbf{\Omega}})\\ &\quad -\nabla\times[(\beta+\eta)(\nabla\times\overline{\mathbf{B}})]\,. \end{aligned}\tag{1.7}$$

可以看出 β 项代表着湍动对于磁耗散的增强作用（ $\eta\to\eta+\beta$），这一效应称之为湍动磁耗散。而 α 项和 γ 项则对应于可能的磁场产生与转化机制，分别称为 α 效应和交叉螺度效应。根据平均场理论[35, 33, 34]，三个系数分别可以用湍动剩余螺度 $H\equiv\overline{\mathbf{b}\cdot\nabla\times\mathbf{b}-\mathbf{u}\cdot\nabla\times\mathbf{u}}$，湍动 MHD 能量 $K\equiv(\overline{\mathbf{u}^2+\mathbf{b}^2})/2$，湍动交叉螺度 $W\equiv\overline{\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}}$ 来表示，即 $\alpha=C_\alpha\tau H$，$\beta=C_\beta\tau K$，$\gamma=C_\gamma\tau W$。其中 C_α，C_β，C_γ 是模型参数（常数），τ 是湍动的特征时间，表示为

$$\tau=K/\varepsilon\,,\tag{1.8}$$

这里的 ε 是湍动 MHD 能量耗散率，

$$\varepsilon=\nu\overline{\frac{\mathrm{D}\mathbf{u}'^a}{\mathrm{D}x^b}\frac{\mathrm{D}\mathbf{u}'^a}{\mathrm{D}x^b}}+\eta\overline{\frac{\mathrm{D}\mathbf{b}'^a}{\mathrm{D}x^b}\frac{\mathrm{D}\mathbf{b}'^a}{\mathrm{D}x^b}}\,,\tag{1.9}$$

其中 ν 是粘滞系数，η 是磁扩散率。由此可见，如同决定 α 项的小尺度效应是运动学螺度和磁螺度一样，决定 γ 项的小尺度效应正是交叉螺度。反应在物理上，电动势的 z 分量可以直接产生环向场，这一机制与 $\alpha\Omega$ 发电机理论不同。在发电机理论中，这一机制也被称为 Yoshizawa 效应[7]。

在天体物理中，湍动发电机机制与螺度紧密相连，有几种螺度至关重要。一种是运动学螺度，它在旋转分层流体中的作用导致了 α 效应的产生，这是环向磁场向极向磁场转化的重要方式[2, 36, 33]。另一种是磁螺度，磁螺度已经成为定量衡量磁场复杂性的一种重要观测手段，磁螺度的守恒对于理解 α 效应发电机的饱和有着决定作用[1]。α 效应产生的大尺度磁场是螺旋性的，而磁螺度守恒意味着需要存在相反的小尺度磁螺度，以保证大尺度和小尺度的磁螺度总量为零，在数学上通过正比于磁螺度效应的一项描述了总的 α 效应的衰减[37, 38]。

运动学螺度和磁螺度的研究一直是太阳物理中的重要课题，它们与发电机理论联系紧密[39]，在观测上同样有着广泛的研究[40–44]。而近年来的理论研究中，另一种螺度逐渐得到人们的重视，它就是交叉螺度。在拓扑意义上，磁螺度描述磁通量管（ magnetic flux tubes ）的连接[45]，运动学螺度则描述流体涡管（ vorticity tubes ）的连接，而交叉螺度描述的是磁通量管与涡管之间的连接[7]。交叉螺度守恒与磁螺度类似，它通过粘滞阻尼或者交叉螺度的通量变化而改变，小尺度交叉螺度可以独自地导致大尺度发电机活动[34]。

早期的研究中，交叉螺度在大尺度发电机活动中的作用（方程(1.6)中的 γ 项）并未得到重视，只有少数学者做了一些研究（例如[46–48]）。这是因为在早期的研究中，从未通过模拟手段发现交叉螺度效应，而理论上认为只有小尺度磁场和速度场系统地平行或者反平行时，交叉螺度的影响才会显著，类似这种平行或反平行排列，比较常见的是存在于太阳风中，而太阳风中的磁场通常认为直接来源于太阳表面，而非通过发电机作用产生。随着发电机理论的发展，经典的发电机理论已经建立了系统完善的模型框架，解释了许多太阳活动现象，然而现有的成果并不能完全解决所有的问题，发电机理论还远远没有达

到完美。近年来，非 α 项磁场产生机制的研究兴趣与日俱增，交叉螺度效应逐渐成为新的焦点。

在模拟研究中，Sharanya Sur 和 Axel Brandenburg 分析了 Archontis 发电机中的 Yoshizawa 效应[7]。Archontis 发电机的流场基于 ABC 流体（Arnold,Beltrami,Childress 流体），但省略了余弦项，它最初用来估计快速发电机过程中的湍动动能增长率[49]。这种流体是非螺旋性的，不存在 α 效应，但数值模拟的结果中发现，几乎到处都有产生平行或反平行于流场场的磁场[6]，而这种现象和 Yoshizawa 效应中描述的交叉螺度的效应相一致。然而 Archontis 流体的模拟是小尺度发电机现象，产生的磁场尺度不会超过流体湍动尺度。根据发电机理论，太阳磁场表现出的时间空间分布规律是源于大尺度发电机活动，小尺度发电机产生的磁场对大尺度发电机活动有什么影响尚需深入研究[1]。

Yokoi (2010) 为交叉螺度效应做了简单的物理诠释，即在存在大尺度涡旋 $\overline{\mathbf{\Omega}}(=\nabla\times\overline{\mathbf{U}})$ 的情况下，湍流中的交叉螺度会导致产生一个与大尺度涡旋 $\overline{\mathbf{\Omega}}$ 呈直线排列的湍动电动势。假设湍动流体元的速度与磁场正相关，即 $\langle\mathbf{u}'\cdot\mathbf{b}'\rangle>0$ 时（ Yokoi (2010) 文中以 $\langle...\rangle$ 表示平均量，以上标 "′" 表示涨落部分），流体元在角动量守恒作用下受制于一种类似科里奥利力的作用，产生感应速度 $\delta\mathbf{u}'[=\tau\mathbf{u}'\times\mathbf{\Omega}]$ （τ 是时间尺度）。正相关的假设意味着从统计结果上看，可以认为涨落速度 $\mathbf{u}'$ 平行于涨落磁场 $\mathbf{b}'$，这时对于湍动电动势的贡献为 $\delta\mathbf{u}'\times\mathbf{b}'=\tau\langle\mathbf{u}'\cdot\mathbf{b}'\rangle\mathbf{\Omega}$。可见只要同时存在大尺度涡旋与正的（负的）交叉螺度，就会产生平行（反平行）于涡旋的电动势[8]。而大尺度涡旋运动在天体物理问题中时普遍存在的（比如自转），因此检验交叉螺度效应的影响对于发展和完善发电机理论十分必要。

交叉螺度的研究可以追溯到 Wolfjer (1958) 和 Moffatt (1969)，他们推导了封闭体元内的运动学螺度、磁螺度、交叉螺度的守恒定律[50, 45]。下面依照 Moffatt(1969) 的方法，给出了交叉螺度守恒的简要推导。

对于连续的、非粘滞的流体，如果所受外力（质量力 Body force）守恒，

在正压情况（ barotropic condition ）下 $p=f(\rho)$ ，动量方程可以写成

$$\frac{\mathrm{D}\mathbf{U}}{\mathrm{D}t}=-\nabla(\mathrm{h}+\Omega)+\frac{1}{\rho}(\mathbf{j}\times\mathbf{B})\,, \tag{1.10}$$

其中$\mathrm{h}=\int \mathrm{d}p/\rho$，$\Omega$ 是保守的质量力的势。在完全电导条件下，感应方程可以写成

$$\frac{\mathrm{D}}{\mathrm{D}t}\frac{\mathbf{B}}{\rho}=\frac{\mathbf{B}}{\rho}\cdot\nabla\mathbf{U}\,, \tag{1.11}$$

将方程(1.10)点乘 $\mathbf{B}/\rho$，方程(1.11)点乘 $\mathbf{U}$ 并求和，可以得到

$$\frac{\mathrm{D}}{\mathrm{D}t}(\frac{\mathbf{U}\cdot\mathbf{B}}{\rho})=\frac{\mathbf{B}}{\rho}\cdot\nabla(\frac{1}{2}\mathrm{q}^2-h-\Omega)\,, \tag{1.12}$$

其中 $\mathrm{q}^2=\mathbf{U}\cdot\mathbf{U}$。如果 $\mathcal{S}$ 为体元 $\mathcal{V}$ 的包络面，体元随流体运动，令

$$I=\int_{\mathcal{V}}\mathbf{B}\cdot\mathbf{U}\mathrm{d}V\,. \tag{1.13}$$

根据质量守恒可以得到

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} &= \int_{\mathcal{V}}\frac{\mathrm{D}}{\mathrm{D}t}(\frac{\mathbf{B}\cdot\mathbf{U}}{\rho})\rho\mathrm{d}V\\ &= \int_{\mathcal{V}}(\mathbf{B}\cdot\nabla)(\frac{1}{2}q^2-h-\Omega)\mathrm{d}V\\ &= \int_{\mathcal{S}}(\mathbf{n}\cdot\mathbf{B})(\frac{1}{2}q^2-h-\Omega)\mathrm{d}S\,.\end{aligned} \tag{1.14}$$

因此在磁场完全限制在体元内，即磁场法向分量为零时（ $\mathbf{B}\cdot\mathbf{n}=0$），交叉螺度守恒

$$\int_{\mathcal{V}}\mathbf{B}\cdot\mathbf{U}=const\,. \tag{1.15}$$

值得注意的是，上述螺度守恒只在理想 MHD 下严格成立，即磁扩散率和粘滞系数严格等于零。其中磁螺度守恒是一个特例，它在磁扩散率趋于零的极限下仍然成立，因此对于大尺度发电机活动有着重要意义[1]。然而其他螺度（运动学螺度，电流螺度，交叉螺度）在对应的此扩散率和粘滞系数趋于零的极限下不能保证守恒，因此虽然在模拟上由交叉螺度控制的发电机活动的饱和（Archontis 发电机[7]）与由磁螺度控制的发电机活动的饱和（α 退火[51]）有着惊人的相似，却不能简单地进行类推，交叉螺度的平衡由局部过程控制[52]。

1.3 湍动交叉螺度的演化

理解湍动交叉螺度的演化，有助于探索交叉螺度效应在平均场发电机中的作用[4, 7, 10]。交叉螺度的演化方程，可以通过理想磁流体动力学（magnetohydrodynamics（MHD））感应方程和动量方程比较容易地得到。流体的运动方程为

$$\rho\frac{\mathrm{D}\mathbf{U}}{\mathrm{D}t}=\rho\mathbf{F}+\nabla\cdot\mathbf{P}\,, \tag{1.16}$$

其中 $\mathbf{F}$ 是质量力分布密度（体元 $\mathcal{V}$ 中，$df=\rho\mathbf{F}dV$），$\mathbf{P}$ 是应力张量[53]。理想流体对于切向形变不会产生任何抗拒，此时 $\mathbf{P}=-p\delta_{ij}$，p 是理想流体的压力。理想流体的运动方程为

$$\rho\frac{\mathrm{D}\mathbf{U}}{\mathrm{D}t}=\rho\mathbf{F}-\nabla p\,. \tag{1.17}$$

MHD 情况下，考虑以常角速度 Ω 转动的等离子体，质量力包括引力 $-\rho\nabla\psi_g$，科里奥利力 $-2\rho(\Omega\times\mathbf{U})$，洛伦兹力 $\mathbf{J}\times\mathbf{B}$。故运动方程可以写成

$$\rho\frac{\partial\mathbf{U}}{\partial t}+\rho(\mathbf{U}\cdot\nabla)\mathbf{U}+2\rho(\Omega\times\mathbf{U})=\frac{(\nabla\times\mathbf{B})\times\mathbf{B}}{\mu_0}-\rho\nabla\psi_g-\nabla p\,. \tag{1.18}$$

这里假设磁雷诺数足够大，可以忽略耗散项，磁场感应方程为

$$\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}=\nabla\times(\mathbf{U}\times\mathbf{B})\,, \tag{1.19}$$

将方程 $(1.19)\cdot\mathbf{U}+(1.18)\cdot\mathbf{B}$得

$$\begin{aligned}\frac{\partial\mathbf{U}\cdot\mathbf{B}}{\partial t}+2\Omega\cdot(\mathbf{U}\times\mathbf{B}) &= \mathbf{U}\cdot(\mathbf{B}\cdot\nabla)\mathbf{U}-[\mathbf{U}\cdot(\mathbf{U}\cdot\nabla)\mathbf{B}\\ &\quad+\mathbf{B}\cdot(\mathbf{U}\cdot\nabla)\mathbf{U}]-\mathbf{B}\cdot\nabla\psi_g\\ &\quad-\frac{\mathbf{B}}{\rho}\cdot\nabla p\,.\end{aligned} \tag{1.20}$$

可以证明

$$\begin{aligned}\mathbf{U}\cdot(\mathbf{B}\cdot\nabla)\mathbf{U} &= U_j(B_i\frac{\partial U_j}{\partial x_i})\\ &= \frac{1}{2}B_i\frac{\partial U_j^2}{\partial x_i}\\ &= \mathbf{B}\cdot\nabla\frac{\mathbf{U}^2}{2}\,,\end{aligned} \tag{1.21}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{U}\cdot(\mathbf{U}\cdot\nabla)\mathbf{B}+\mathbf{B}\cdot(\mathbf{U}\cdot\nabla)\mathbf{U} &= U_jU_i\frac{\partial B_j}{\partial x_i}+B_jU_i\frac{\partial U_j}{\partial x_i}\\ &= U_i\frac{\partial U_jB_j}{\partial x_i}\\ &= (\mathbf{U}\cdot\nabla)(\mathbf{U}\cdot\mathbf{B})\,,\end{aligned}\tag{1.22}$$

这里下标应用爱因斯坦求和规则，下同。应用 $\nabla\cdot\mathbf{B}=0$ 和 $\nabla\cdot\mathbf{U}=0$ 条件可得

$$\frac{1}{2}\mathbf{B}\cdot\nabla\mathbf{U}^2+\frac{1}{2}\mathbf{U}^2\nabla\cdot\mathbf{B}=\nabla\cdot\frac{\mathbf{U}^2\mathbf{B}}{2}\,,\tag{1.23}$$

$$(\mathbf{U}\cdot\nabla)(\mathbf{U}\cdot\mathbf{B})+(\mathbf{U}\cdot\mathbf{B})(\nabla\cdot\mathbf{U})=\nabla\cdot[\mathbf{U}(\mathbf{U}\cdot\mathbf{B})]\,,\tag{1.24}$$

$$\nabla\cdot(\mathbf{B}\psi_g)=\mathbf{B}\cdot\nabla\psi_g\,.\tag{1.25}$$

此时可以得到

$$\begin{aligned}\frac{\partial\mathbf{U}\cdot\mathbf{B}}{\partial t}+2\Omega\cdot(\mathbf{U}\times\mathbf{B}) &= -\nabla\cdot[\mathbf{U}(\mathbf{U}\cdot\mathbf{B})+\mathbf{B}(\psi_g-\frac{\mathbf{U}^2}{2})]\\ &\quad -\frac{1}{\rho}\nabla\cdot(\mathbf{B}p)\,.\end{aligned}\tag{1.26}$$

假设 $p=\rho^\gamma$，则

$$\begin{aligned}\frac{1}{\rho}\mathbf{B}\cdot(\nabla p) &= \mathbf{B}\cdot(p^{-\frac{1}{\gamma}}\nabla p)\\ &= \mathbf{B}\cdot\frac{\gamma}{\gamma-1}[(1-\frac{1}{\gamma})p^{-\frac{1}{\gamma}}\nabla p]\\ &= \mathbf{B}\cdot\frac{\gamma}{\gamma-1}\nabla p^{1-\frac{1}{\gamma}}\\ &= \mathbf{B}\cdot\frac{\gamma}{\gamma-1}\nabla\frac{p}{\rho}\\ &= \nabla\cdot(\frac{\gamma}{\gamma-1}\mathbf{B}p)\,.\end{aligned}\tag{1.27}$$

故最终可以得到交叉螺度的演化方程

$$\frac{\partial\mathbf{U}\cdot\mathbf{B}}{\partial t}+2\Omega\cdot(\mathbf{U}\times\mathbf{B})=-\nabla\cdot[\mathbf{U}(\mathbf{U}\cdot\mathbf{B})+\mathbf{B}(\psi_g+\frac{p}{\rho}\frac{\gamma}{\gamma-1}-\frac{\mathbf{U}^2}{2})]\,.\tag{1.28}$$

在惯性系中，$\Omega=0$，根据高斯公式很容易得出 $\partial t\int_\mathcal{V}\mathbf{B}\cdot\mathbf{U}dV=0$，这与 `Wolfjer (1958)` 和 `Moffatt (1969)` 的交叉螺度守恒相符合。

假设密度的涨落可以忽略不计，采用粘弹性近似（anelastic approximation）[54]，$\nabla\cdot\overline{\rho}\overline{\mathbf{U}}=\nabla\cdot\overline{\rho}\mathbf{u}=0$。将平均场形式的 $\mathbf{U}=\overline{\mathbf{U}}+\mathbf{u}$ 和 $\mathbf{B}=\overline{\mathbf{B}}+\mathbf{b}$ 带入运动方程（1.18）和感应方程（1.19），然后对整个方程式子做平均，可以得到平均场的运动方程和感应方程

$$\begin{aligned}\overline{\rho}\frac{\partial\overline{\mathbf{U}}}{\partial t}+\overline{\rho}(\overline{\mathbf{U}}\cdot\nabla)\overline{\mathbf{U}}+\overline{\rho}\overline{\mathbf{U}\cdot\nabla\mathbf{U}}+2\overline{\rho}(\Omega\times\overline{\mathbf{U}}) &= -\overline{\rho}\psi_g-\nabla\overline{p}+\frac{(\nabla\times\overline{\mathbf{B}})\times\overline{\mathbf{B}}}{\mu_0}\\ &\quad+\overline{\frac{(\nabla\times\mathbf{b})\times\mathbf{b}}{\mu_0}}\,, \qquad (1.29)\end{aligned}$$

$$\frac{\partial\overline{\mathbf{B}}}{\partial t}=\nabla\times(\mathbf{E}_M+\overline{\mathbf{U}}\times\overline{\mathbf{B}})\,, \qquad (1.30)$$

其中 $\mathbf{E}_M=\overline{\mathbf{u}\times\mathbf{b}}$ 是湍动平均电动势。将方程 $1.29\cdot\overline{\mathbf{B}}+(1.30)\cdot\overline{\mathbf{U}}$ 得

$$\begin{aligned}\frac{\partial\overline{\mathbf{U}}\cdot\overline{\mathbf{B}}}{\partial t}+2\Omega\cdot(\overline{\mathbf{U}}\times\overline{\mathbf{B}}) &= -\nabla\cdot[\overline{\mathbf{U}}(\overline{\mathbf{U}}\cdot\overline{\mathbf{B}})+\overline{\mathbf{B}}(\psi_g+\frac{\overline{p}}{\overline{\rho}}\frac{\gamma}{\gamma-1}-\frac{\overline{\mathbf{U}}^2}{2})]\\ &\quad+\overline{\mathbf{U}}\cdot\nabla\times\mathbf{E}_M+\frac{\overline{\mathbf{B}}}{\mu_0\overline{\rho}}\cdot(\overline{\mathbf{b}\cdot\nabla\mathbf{b}}-\frac{1}{2}\nabla\overline{\mathbf{b}^2})\\ &\quad-\overline{\mathbf{B}}\overline{(\mathbf{u}\cdot\nabla)\mathbf{u}}\,. \qquad (1.31)\end{aligned}$$

对方程(1.28)做平均得到

$$\begin{aligned}\frac{\partial\overline{\mathbf{U}}\cdot\overline{\mathbf{B}}}{\partial t}+2\Omega\cdot(\overline{\mathbf{U}}\times\overline{\mathbf{B}})+\frac{\partial\overline{\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}}}{\partial t} &= -\nabla\cdot[\overline{\mathbf{U}}(\overline{\mathbf{U}}\cdot\overline{\mathbf{B}})+\overline{\mathbf{B}}(\psi_g+\frac{\overline{p}}{\overline{\rho}}\frac{\gamma}{\gamma-1}-\frac{\overline{\mathbf{U}}^2}{2})]\\ &\quad-\nabla\cdot[\overline{\mathbf{U}}(\overline{\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}})-\overline{\mathbf{B}}\frac{\overline{\mathbf{u}^2}}{2}]\,. \qquad (1.32)\end{aligned}$$

将方程(1.32)减去(1.31)得

$$\begin{aligned}\frac{\partial\overline{\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}}}{\partial t} &= -\mathbf{E}_M\cdot(2\Omega+\nabla\times\overline{\mathbf{U}})\\ &\quad-\nabla\cdot[\mathbf{E}_M\times\overline{\mathbf{U}}+\overline{\mathbf{U}}(\overline{\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}})-\frac{1}{2}\overline{\mathbf{B}}\overline{\mathbf{u}^2}]\\ &\quad+\frac{\overline{\mathbf{B}}}{\overline{\rho}}\cdot[\overline{\rho(\mathbf{u}\cdot\nabla)\mathbf{u}}-\frac{1}{\mu_0}(\overline{\mathbf{b}\cdot\nabla\mathbf{b}}-\frac{1}{2}\nabla\overline{\mathbf{b}^2})]\,. \qquad (1.33)\end{aligned}$$

令 $T_{ij}=\overline{\rho u_iu_j}-\mu_0^{-1}(\overline{b_ib_j}-\delta_{ij}\overline{b^2}/2)$，并利用条件 $\overline{\nabla\cdot\mathbf{b}}=0,\overline{\nabla\cdot\mathbf{u}}=0$。方程(1.33)的

第三行可以写成

$$\begin{aligned}
&\overline{\frac{B_i}{\overline{\rho}}}[\overline{\rho(u_j\frac{\partial u_i}{\partial x_j}} - \frac{1}{\mu_0}(\overline{b_j\frac{\partial b_i}{\partial x_j}} - \overline{b_j\frac{\partial b_j}{\partial x_i}})] \\
= &\overline{\frac{B_i}{\overline{\rho}}}[\overline{\rho(u_j\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + u_i\frac{\partial u_j}{\partial x_j})} - \frac{1}{\mu_0}(\overline{b_j\frac{\partial b_i}{\partial x_j} + b_i\frac{\partial b_j}{\partial x_j}})] + \frac{1}{2}\frac{\overline{B_i}}{\mu_0\overline{\rho}}\frac{\partial\overline{b_ib_j}}{\partial x_i} \\
= &\overline{\frac{B_i}{\overline{\rho}}}\nabla_j[\overline{\rho u_iu_j} - \frac{1}{\mu_0}(\overline{b_ib_j} - \delta_{ij}\frac{\overline{b^2}}{2})] \\
= &\overline{\frac{B_i}{\overline{\rho}}}\nabla_jT_{ij}\,. \qquad (1.34)
\end{aligned}$$

这时可以得到湍动交叉螺度的演化方程

$$\begin{aligned}
\frac{\partial\overline{\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}}}{\partial t} = &-\mathbf{E}_M\cdot(2\Omega+\nabla\times\overline{\mathbf{U}}) \\
&-\nabla\cdot[\mathbf{E}_M\times\overline{\mathbf{U}} + \overline{\mathbf{U}}(\overline{\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}}) - \frac{1}{2}\overline{\mathbf{B}\mathbf{u}^2}] \\
&+\frac{\overline{B_i}}{\overline{\rho}}\nabla_jT_{ij}\,. \qquad (1.35)
\end{aligned}$$

Pipin 等人对上述方程进行了详细分析[10]，他们采用最小弛豫时间近似（Minimal tau approximation (MTA)），将三阶项和可能存在的其他力的作用（方程(1.18)中未列出的外力）近似为湍动交叉螺度的耗散。MTA 方法的具体内容有着系统的全面的研究[55, 56, 37, 38, 57]，简单地说，这种方法的思想是所有三阶项的总贡献总可以近似地以一个二阶耗散项来表示。将方程(1.35)中的三阶项近似地表示为 $-(\overline{\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}})/\tau_c$，其中 τ_c 是湍动的特征时间，湍动交叉螺度的演化方程变为

$$\begin{aligned}
\frac{\partial\overline{\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}}}{\partial t} = &-\nabla\cdot\overline{F^C} - \mathbf{E}_M\cdot(2\Omega+\nabla\times\overline{\mathbf{U}}) \\
&+\frac{\overline{B_i}}{\overline{\rho}}\nabla_jT_{ij} - \frac{\overline{\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}}}{\tau_c}\,, \qquad (1.36)
\end{aligned}$$

其中

$$\overline{F^C} = \overline{\mathbf{U}}(\overline{\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}}) + \overline{B}_i\overline{u_i\mathbf{u}} - \overline{\mathbf{B}}\frac{\overline{u^2}}{2}\,. \qquad (1.37)$$

$\overline{F^C}$ 的物理意义是交叉螺度的通量，当体积足够大时可以认为交叉螺度限制在封闭体元内，这时体元边界不会有通量存在。湍动应力张量 T_{ij} 若不考虑剪切

效应，只考虑湍动动能和磁压力的贡献，在线性近似下（弱的平均场情况）可以写成[58]

$$T_{ij} \approx \frac{1}{3}\delta_{ij}(\overline{\rho}\overline{\mathbf{u}^2} + \frac{\overline{\mathbf{b}^2}}{2\mu_0}) \,. \tag{1.38}$$

湍动应力张量在物理上包含调节较差自转和子午环流效应的项[59]，如果不考虑它的影响，湍动交叉螺度的演化方程可以进一步简化为

$$\begin{aligned} \frac{\partial\overline{\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}}}{\partial t} &= -\mathbf{E}_M\cdot(2\Omega + \nabla\times\overline{\mathbf{U}}) \\ &\quad + \frac{1}{3\overline{\rho}}(\overline{\mathbf{B}}\cdot\nabla)(\overline{\rho}\overline{u^2} + \frac{\mathbf{b}^2}{2\mu_0}) - \frac{\overline{\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}}}{\tau_c} \,. \end{aligned} \tag{1.39}$$

可以看出，湍动交叉螺度的演化和大尺度磁场，旋转，平均电动势等平均场的物理量有关，受到湍动能量梯度的影响。

Kuzanyan等人对方程(1.39)中右边第一项进行了详细研究[9]。他们通过湍动电动势的数值模型研究了太阳对流区湍动交叉螺度的时间演化，并预言湍动交叉螺度的分布相对太阳赤道反对称，交叉螺度的符号随11年太阳周期而改变，交叉螺度的强度大约为$2\ Gkms^{-1}$。

方程(1.39)中第二项的作用可以通过简单的近似来估计。当湍动特征时间τ_c远远小于太阳活动周期时，忽略方程(1.39)的时间微分，只分析第二项则方程(1.39)简化为

$$\overline{\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}} \approx \frac{\tau_c}{3\overline{\rho}}(\overline{\mathbf{B}}\cdot\nabla)(\overline{\rho}\overline{\mathbf{u}^2} + \frac{\overline{\mathbf{b}^2}}{2\mu_0}) \,. \tag{1.40}$$

假设涨落磁场能量可以通过湍动动能来表示$\frac{\overline{\mathbf{b}^2}}{2\mu_0} = \varepsilon\overline{\rho}\overline{\mathbf{u}^2}$，方程(1.40)可以写成

$$\begin{aligned} \overline{\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}} &\approx \frac{\tau_c}{3\overline{\rho}}(\overline{\mathbf{B}}\cdot\nabla)(\overline{\rho}\overline{\mathbf{u}^2} + \frac{\overline{\mathbf{b}^2}}{2\mu_0}) \\ &= \frac{1}{3}\tau_c\overline{\mathbf{u}^2}(1+\varepsilon)\overline{\mathbf{B}}\cdot\nabla\ln(\overline{\rho}\overline{\mathbf{u}^2}) \\ &= \eta_T(1+\varepsilon)(\overline{\mathbf{B}}\cdot\mathbf{G} + \overline{\mathbf{B}}\cdot\mathcal{U}) \,, \end{aligned} \tag{1.41}$$

其中$\mathbf{G} = \nabla\ln\overline{\rho}$是密度分层矢量（`density stratification`），$\mathcal{U} = \nabla\ln\overline{u^2}$是湍动强度分层矢量（`turbulent intensity stratification`）。

更精确的结果由 Rüdiger (2011) 分析给出，他们在傅里叶空间应用准线性理论计算的交叉螺度为[52]

$$\overline{\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}} = \eta_T(\mathbf{G}\cdot\overline{\mathbf{B}}) + (\frac{\eta_T}{2} + \frac{2\hat{\eta}}{3})(\mathcal{U}\cdot\overline{\mathbf{B}})\,, \tag{1.42}$$

其中系数

$$\eta_T = \frac{1}{3}\int_0^\infty\int_0^\infty \frac{\eta k^2 E(k,\omega,\mathbf{r})}{\omega^2+\eta k^4}dkd\omega\,, \tag{1.43}$$

$$\hat{\eta} = \int_0^\infty\int_0^\infty \frac{\eta k^2\omega^2 E(k,\omega,\mathbf{r})}{(\omega^2+\eta k^4)^2}dkd\omega\,, \tag{1.44}$$

这里 $\eta = 1/(\mu_0\sigma)$ 是磁耗散系数，E 是湍动能谱。他们还应用混合长近似（mixing-length approximation）估计了交叉螺度的径向分量 $\overline{u_r b_r}$。在太阳对流区顶部到近光球表面，密度分层的贡献大于湍动强度分层贡献[60]，因为密度随半径增加而减少，$\mathbf{G} < 0$ 故可以粗略地估推断出，交叉螺度的径向分量与径向磁场符号相反。进一步地，Rüdiger 指出可以直接从观测交叉螺度的结果估计宁静太阳的磁耗散率[61]。

Pipin (2011) 总结了前人的结果，系统地分析了湍动交叉螺度的动力学和统计学特性，细致地推导了湍动交叉螺度产生和演化的方程，分析了密度分层、大尺度磁场、较差自转和湍动对流效应对交叉螺度演化的贡献，探讨了交叉螺度对发电机理论的意义[10]。他们的结果如图(1.9)所示。

1.4　本文的目的和意义

太阳磁场是一切太阳活动的枢纽[62]，而太阳活动作为空间天气学现象的源头，对于空间天气，空间安全，人类生存环境有着重要影响。因此，太阳磁场和太阳活动直接与国防、航天、国家安全和经济发展紧密相关[63]。在天体物理中，磁场在旋转等离子体球层区域内生成和演化的研究，可以粗略地归为两个范畴：一是直接根据原始磁流体动力学方程的计算机模拟实验，一是基于平均场方法的湍动发电机理论[4]。后者在磁场感应方程上补充以一系列平均场效应，例如经典的 α 效应，湍动磁耗散效应，以及本文所研究的交叉螺度效

应。交叉螺度效应是平均场发电机机制的一项重要补充，交叉螺度的研究对太阳发电机理论的完善，更好地认识太阳磁场的分布与演化规律，深刻理解太阳活动现象的物理本质有着重要意义。

对交叉螺度效应的研究关注在最近五年来迅速提升，已经得到了大量理论上的推理和猜测，大量的理论结果迫切需要验证，交叉螺度在观测领域的研究仍然十分匮乏。本文的工作是利用良好的空间观测资料（SOHO/MDI 和 SDO/HMI 数据），通过对观测数据的分析，目的是发掘可能的太阳表面交叉螺度分布与演化的信息，与理论研究的结果相印证，既有着约束作用也有着启示意义。

论文的第一章介绍了有关交叉螺度的基本知识，交叉螺度的研究历史与现状，并对相关研究的主要成果进行了述评。第二章和第三章为博士期间完成的工作。第二章利用 SOHO/MDI 全日面磁图和多普勒图从观测上分析了磁场和速度场可能存在的相关性，分别在强磁场和弱磁场情况下得到了视向交叉螺度的纬度分布。第三章研究了 SOHO/MDI 和 SDO/HMI 数据的相关性，对比了新的数据 （SDO/HMI 数据）下得到的日面视向交叉螺度分布趋势与第二章的结果之间的异同，并通过 SDO/HMI 矢量磁图得到了活动区交叉螺度三个分量完整的分布图样。第四章总结了前面的工作，归纳了论文的主要结果和存在的不足，并展望了日后进一步研究工作应该注意的问题和努力方向。

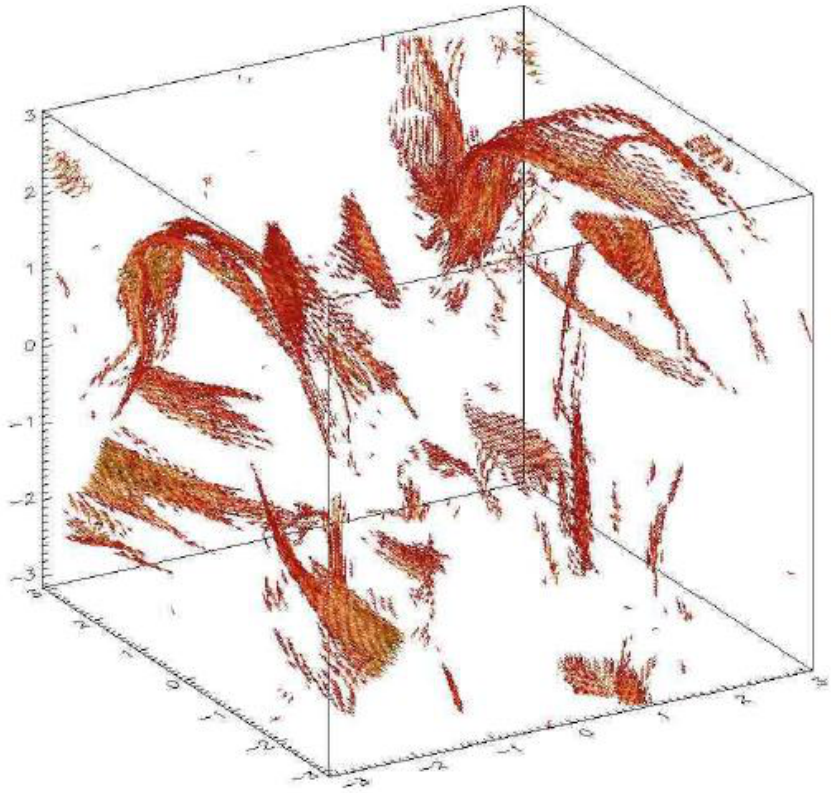

图 1.8: 小尺度发电机模拟。图中显示的是 $|\mathbf{B}| > 4B_{rms}$ 处的可视化磁场矢量，拱形磁场结构的厚度相当于耗散尺度。可以看到产生的拱形磁场结构遍布整个模拟区域，在非螺旋性流体中的模拟结果产生了“大尺度”的磁场结构。图片来自[5]，转引自[1]

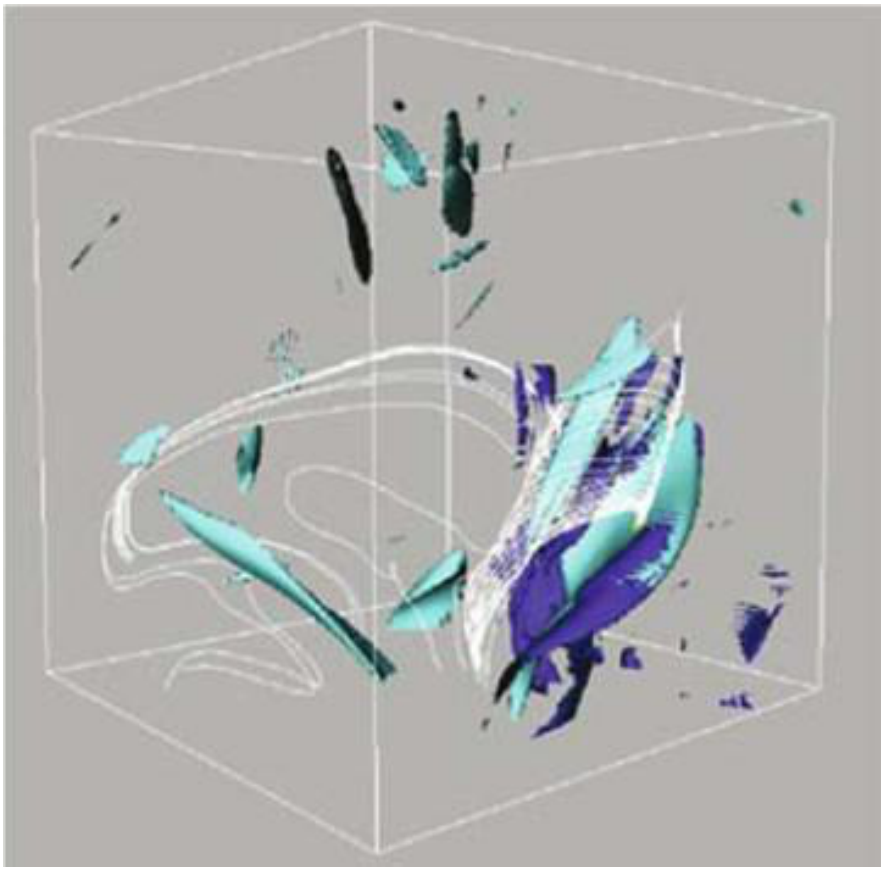

图 1.9: Archontis 发电机模拟结果。深色是有强涡旋的速度场，浅色是感应产生的磁场，白线是平均磁场。可以看出平均磁场在涡旋速度场作用下产生平行或反平行速度的感应磁场。来自 Dorch and Archontis (2004)[6]

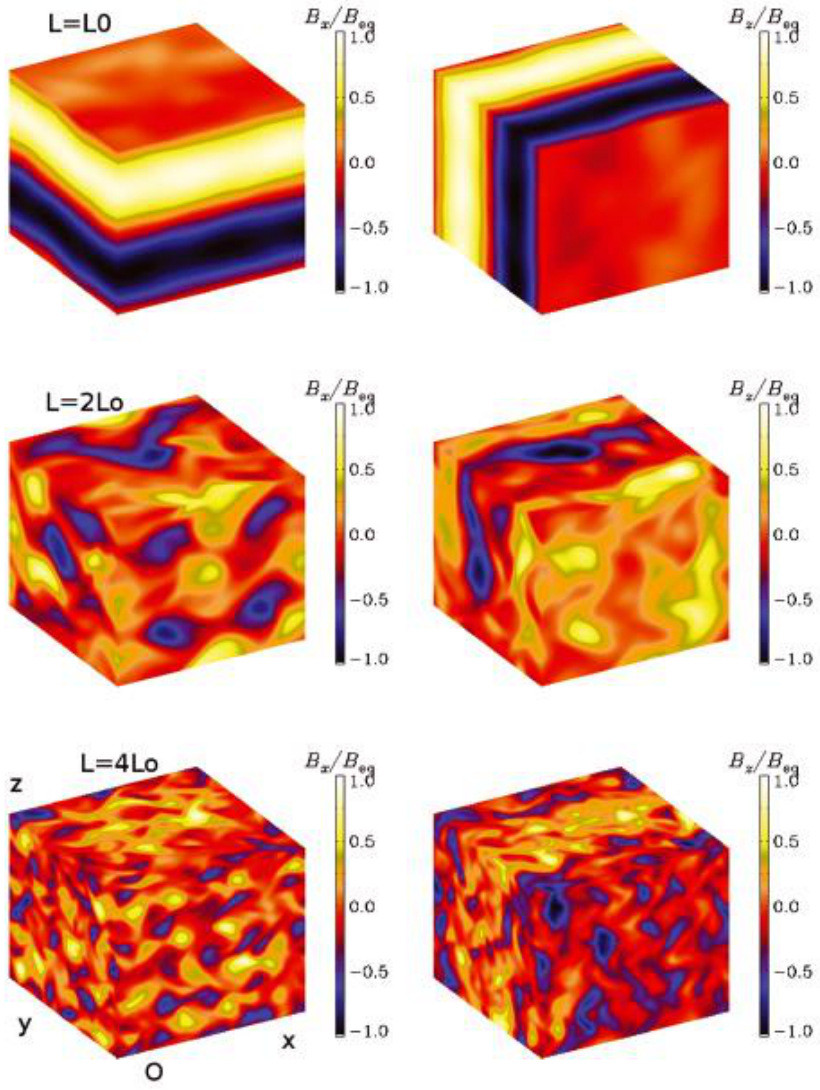

图 1.10: Archontis 流体在不同尺度下的模拟，结果表明这是一种小尺度发电机活动。L_0 是湍动尺度，L 是模拟尺度。可以看到只有在模拟尺度和湍动尺度相当时，模拟的结果才表现出明显的交叉螺度效应。随着模拟尺度的增加，产生的磁场迅速分解成更小尺度的贡献。来自 Sur and Brandenburg (2009)[7]

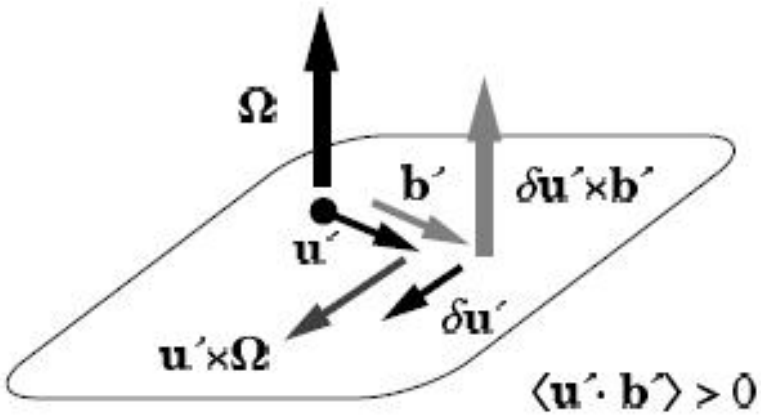

图 1.11: 交叉螺度的物理解释。来自 Yokoi et al. (2010)[8]

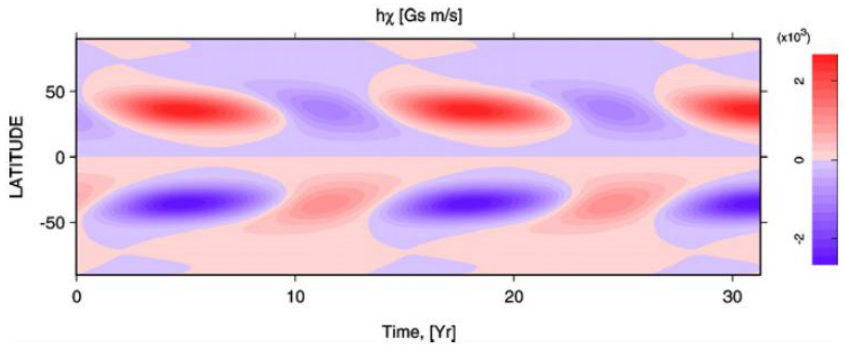

图 1.12: $\alpha\Omega$ 发电机模型下，太阳近表面区域交叉螺度的变化。来自 Kuzanyan, et al (2007)[9]

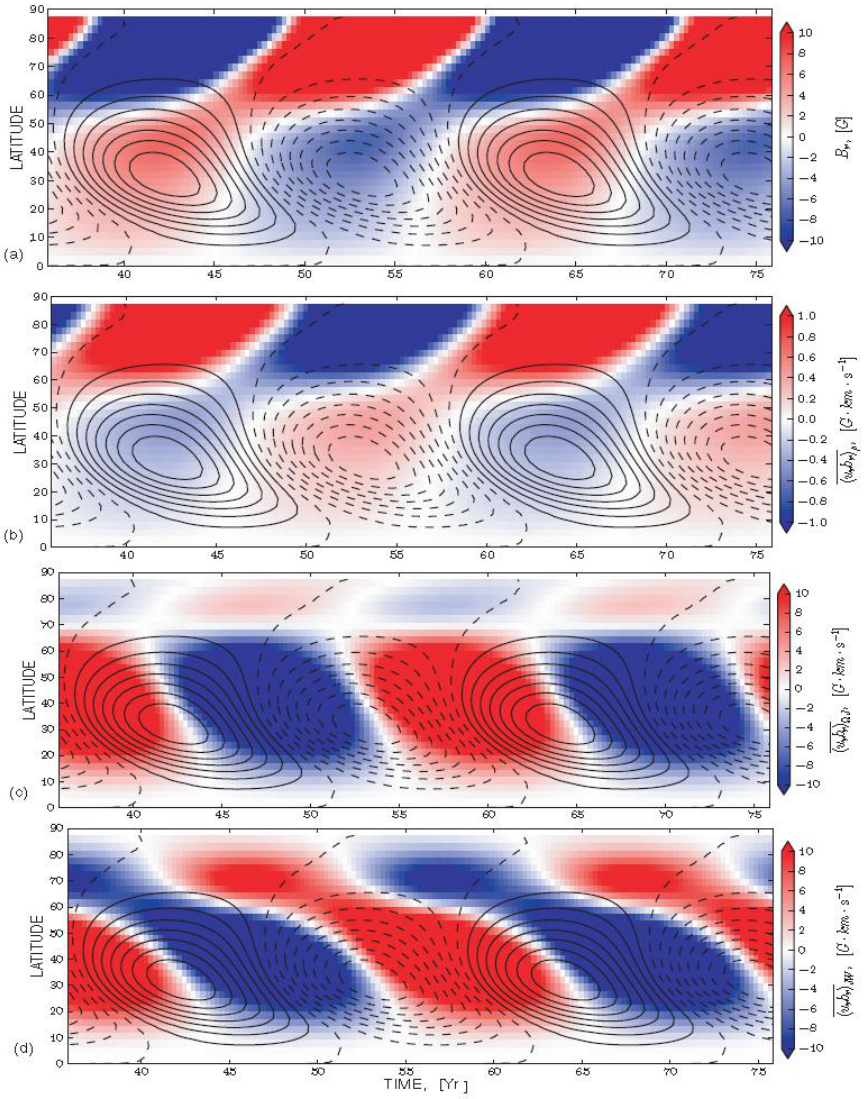

图 1.13: 湍动交叉螺度的分布。等值线是对流区底部的环向磁场。(a) 太阳表面的大尺度磁场，(b)，(c)，(d)是交叉螺度的三个分量。来自 Pipin, et al (2011)[10]

第二章　磁场和速度场相关性的统计研究

2.1　引言

在发电机理论的解释中，交叉螺度效应的影响显著时，流体元的速度与磁场应该存在系统的相关性[4, 7, 8]。而交叉螺度守恒说明在粘滞系数和电阻率趋于零时，交叉螺度是一个传输不变量[9, 10]，对流区底部的交叉螺度分布与演化，在日面应该有一定的反应。因此我们这里的工作就是是从观测上分析光球磁场和速度场的相关性。

SOHO/MDI 对磁场和速度场的长期观测积累了大量高质量的连续数据，这为磁场和速度场相关性的观测分析提供了条件。MDI（Michelson Doppler Imager）是 SOHO（Solar and Heliospheric Observatory）卫星搭载的仪器之一，它的目标是通过太阳振荡在光球的表现来探测太阳内部信息。SOHO/MDI 的噪音水平（per pixel in 1 minute）对于全日面视向多普勒速度观测是20 ms^{-1}，对于全日面视向磁场是20 G，分辨率为1.98角秒每像素[64]。我们的工作中选取2000，2004和2007年的全日面 SOHO/MDI磁图和多普勒图（Lev1.8 1-min）为研究对象。

2.2　数据处理

图2.1为 SOHO/MDI 提供的全日面多普勒图，图中可见包含的太阳自转信息十分显著，而自转运动的速度不在我们研究的范畴。简单的处理办法是用一定尺度的平滑作为太阳自转的近似。因此我们数据处理的第一步是，对于 SOHO/MDI 的 1-min 全日面多普勒图，选取50像素为平滑尺度，用每张多普勒图减去其对应的滑动平均背景。可以发现经过这一处理后，尤其在日面中心附近明显的太阳旋转信息消失了，见图2.2。因为我们的研究不考虑边缘区域，这种近似的处理方式是可以接受的。1-min 全日面多普勒图的分辨率是1.98 角秒

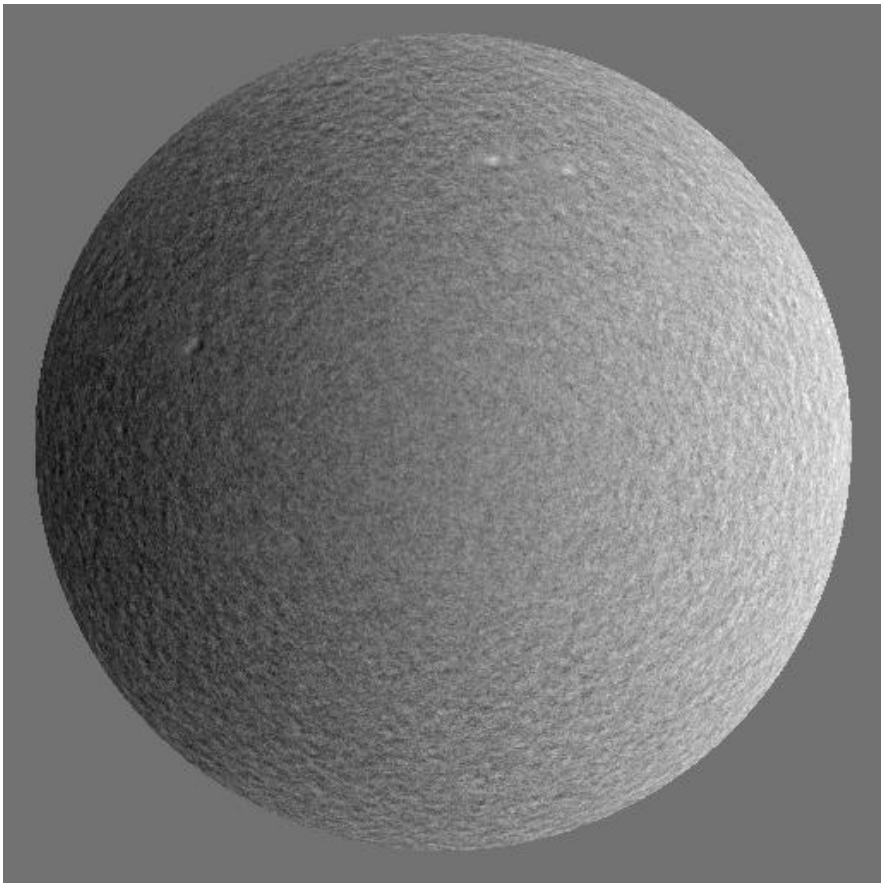

图 2.1: SOHO/MDI 的全日面多普勒图

每像素，而1角秒对应日面725.3千米，所以我们的平滑尺度大约为超米粒结构的典型尺度的四倍[23]，这样处理的结果中应该保留了超米粒运动的贡献。

如图2.3所示为速度随纬度的变化，速度是同一纬度上不同位置的速度值的平均（这里没有修正 B0 角的影响）。速度变化的空间周期大约为30 角秒，而这与超米粒结构的典型尺度符合。赤道附近的速度很小，因为这一区域的运动垂直于视向。即速度的视向分量决定于水平运动的投影，因此速度变化的幅度则证实了我们减去近似背景速度之后主要留下的信息来自超米粒结构。

多普勒图中的另外一个信息是太阳振荡，太阳振荡有多种周期，最显著的是平均周期约290秒的五分钟振荡。由于太阳振荡的周期特性，对多个周期的平均可以降低其影响并提高稳定的大尺度速度信号的灵敏度。尽管越多周期的

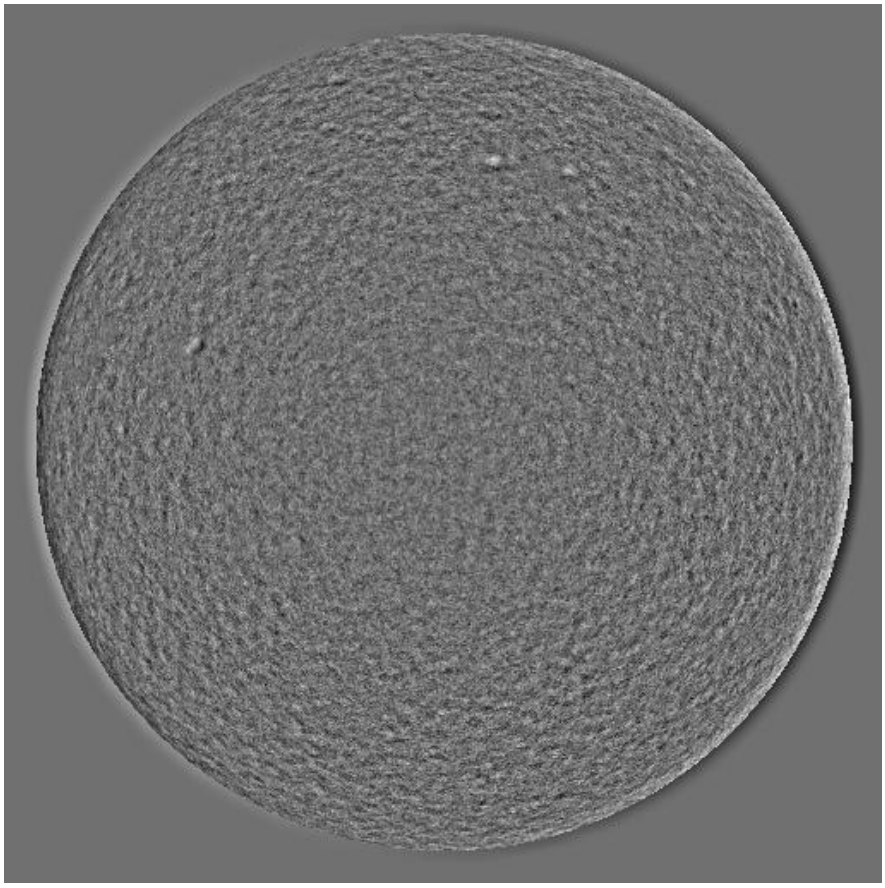

图 2.2: SOHO/MDI 的全日面多普勒图减去对应的滑动平均背景之后的结果。

平均提高得越多，当时间太长时 SOHO/MDI 数据连续性无法得到保证，因此我们选择10分钟为时间平均尺度。我们数据处理的第二步是，对去除平滑近似的背景速度后的多普勒图，进行连续的每10分钟平均。SOHO/MDI 全日面多普勒图的时间分辨率是1分钟，即每次平均需要用连续的10张多普勒图。

磁场数据我们选用 SOHO/MDI 提供的 1-min 全日面视向磁图。对于 SOHO/MDI 的 1-min 磁图单位像素噪音水平为50G，5-min 磁图观测噪音为 15G（这种 5-min 磁图通常是指人们常用的 96min 磁图，它是每相隔96分钟的连续5张 1-min 磁图的平均）。可见与统计期望一致，噪音水平反比于参与平均的图像数目的平方根。因此我们数据处理的第三步是将10 分钟的全日面视向磁图进行平均，这既和全日面多普勒图的处理保持一致，又降低了噪音水平。

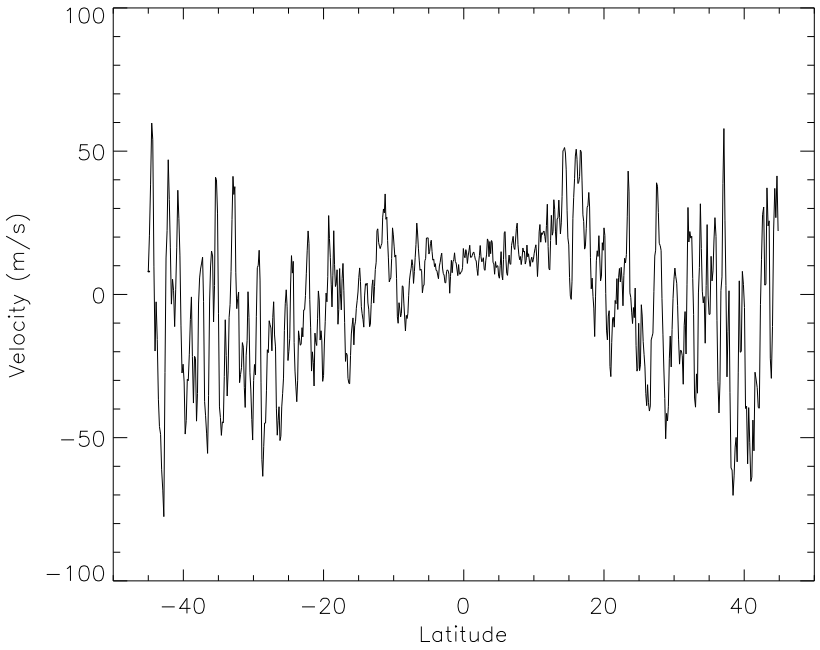

图 2.3: 速度随纬度的变化。

我们数据处理的第四步是将10分钟平均的速度图和对应的10分钟平均的磁图乘起来，乘积作为下一步平均的基本单元 $\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}$，然后对一系列的基本单元 $\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}$ 在一年时间内若干时间段进行平均。这里选择了一年中每个月中的两天为一个时间段。数据在每个时间段里面是连续的，我们选择这两天48小时内每小时的前10分钟来计算每个基本单元 $\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}$。然后对一年内取样时间24天的一系列 $\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}$ 进行平均。一年平均的结果 $h_\chi=\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}$ 是一个二维数组。到这里为止，采用的磁图和多普勒图各5760张，因为噪音水平反比于参与平均的图像数目的平方根，这时一年的平均结果中噪音水平已经显著降低。

由于投影效应的影响，我们选择了日面中心附近的一个矩形区域（－45到＋45纬度，－15到15经度），这一区域的示意图见图2.4。我们数据处理的第五步是做空间上的平均。将一年平均结果 h_χ 限制在所选矩形区域内之后，我们得到的是一个二维的分布数组，它的纵向跨度为负45度到正45度纬度，横向的物理尺度不同，在赤道处是跨越30度经度的宽度，中纬度位置则更宽，为了计

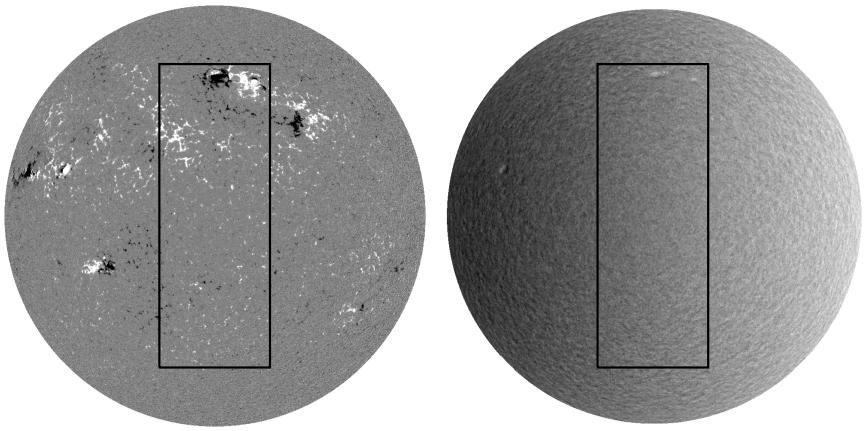

图 2.4: 所选的日面中心附近的矩形区域示意图。纬度 $-45°$ 到 $+45°$，经度 $-15°$ 到 $+15°$，背景的全日面磁图和多普勒图显示的是0.97太阳半径以内区域。

算方便我们并未对横向的物理跨度进行统一。我们在纵向上以10度纬度为单位，划分了一系列的盒子，因为球面投影的影响，不同纬度10度所对应的像素数不同，因此这一系列盒子在像素上是不均匀的，示意图见图2.5。空间上我们就是对这一系列盒子内的数值进行平均，并定义其为该区域中心位置的 $\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}$。最终得到的是一个一维数组，代表着 $\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}$ 随纬度的变化。

2.3　结果和讨论

我们人为地以50高斯为界，按照磁场强度划分了两个区域：50高斯以下的弱磁场情况和50高斯到3000高斯的强磁场情况。由于 SOHO/MDI 观测的磁场饱和在 3000G 左右[65]，我们同时选取了 3000G 作为强磁场情况的上限。

2.3.1　弱磁场情况

我们的结果中，50G 以下的磁场是混杂着噪音的，但大量数据的平均会显著降低噪音影的响降。首先我们用线性回归的方法分析了速度场和磁场的相关（10分钟平均的结果，对应上一节中第二步和第三步），结果在图(2.6) 中显

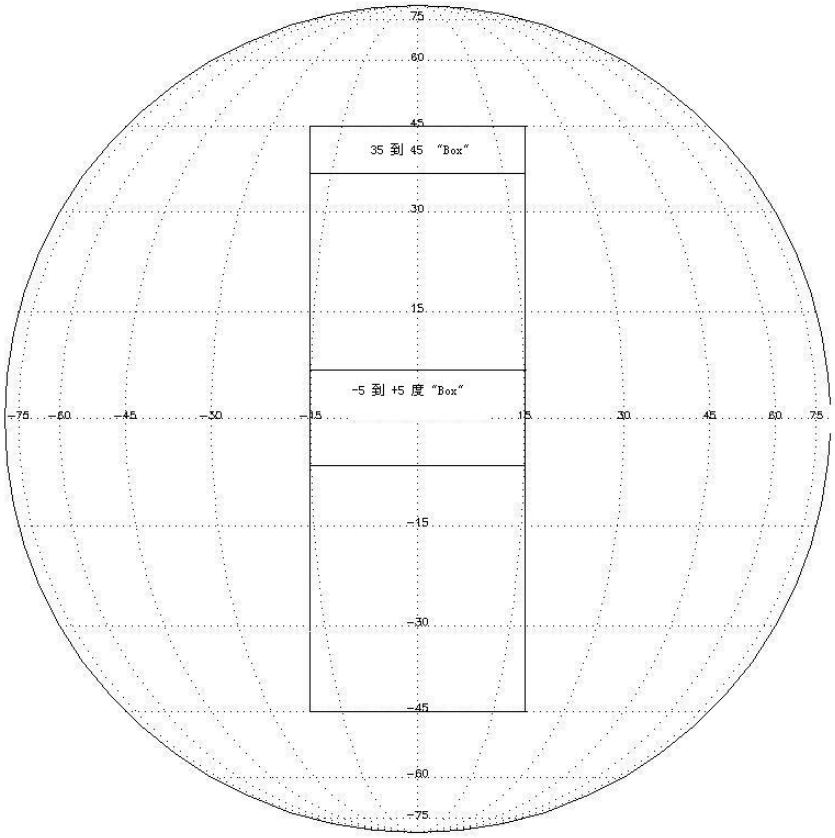

图 2.5: 空间平均示意图。每个平均区域对应的纵向宽度为10度纬度，对应在像素上不同纬度位置进行平均的数目不同，赤道附近参与平均的像素数更多。每个区域内所有像素位置的平均值作为该区域中心纬度位置的数值。

示。可以发现这时两者的相关性非常弱，图中所示给人的初步印象是一个高斯分布，虽然平均值相对零点有一定的系统偏离。图2.6 (b) 中显示的是磁场负100G 到 100G 的范围，这一范围的分布不连续，但这种不连续性在磁场更强的范围内逐渐消失。这种不连续性图样在噪音区域十分明显，可以一直延续到几百高斯的范围。可能的原因是来源于计算中数据类型的转换，因为 Level1.8 数据并非原始数据，全日面磁场数据的类型是浮点型，而全日面多普勒图的数据类型是整型。

我们在具有相同磁场强度的像素位置对速度值做了平均，同时也对磁场做

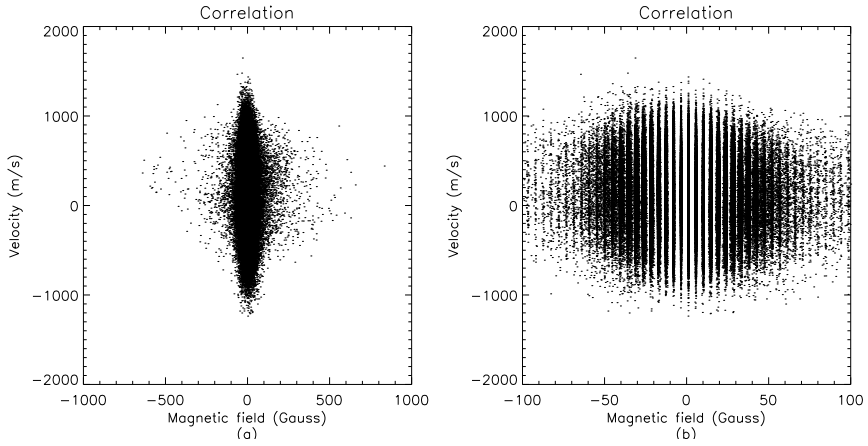

图 2.6: 磁场和速度场的相关

了具有相同速度的像素位置的平均，结果如图2.7所示，对零点的偏移倚赖于平均的像素数目，越多点数平均偏离越小。

虽然直接比较磁场和速度场的结果表明，两者之间不存在明显的线性相关，经过全年的一系列 $\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}$ 平均后却有着明显的规律。图2.8显示了 2000，2004 和 2007 年的 $\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}$ 作为纬度的函数。误差棒代表着 $3\sigma/\sqrt{N}$，其中 σ 是标准偏差，N 是对应的参与空间平均的像素数（见上一节中第五步）。图中可见，在误差范围内，$\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}$ 的纬度分布明显收敛于一条曲线。该曲线在赤道附近 $\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}$ 为正并达到最大值，在中纬度 $\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}$ 为负并在正负30度附近达到最小值，更高的纬度范围 $\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}$ 开始增加。这表明磁场强度低于 50G 时的 SOHO/MDI 数据，速度和磁场在赤道附近同号在中纬度反号。这与理论上的南北半球反对称不完全一致。如果只看纬度 $\pm20^\circ$的范围，南北半球符号均为正号，交叉螺度的分布与 Kuzanyan et al (2007) 中预言的半球符号法则[9]刚好相反，但是随着纬度的增加，南北半球的视向交叉螺度符号均在中纬度区域变为负号。而整个区域的平均值很小，难以在误差范围内确定南北半球的交叉螺度符号。此外随着纬度增加，投影效应的影响也变得更加显著。

下面分析2000年和2007年的结果，见图2.9 和图2.10，图中显示了全年的 $\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}$ 纬度分布，以及不同纬度区域磁场和速度场的相关分析。磁场和速度场的

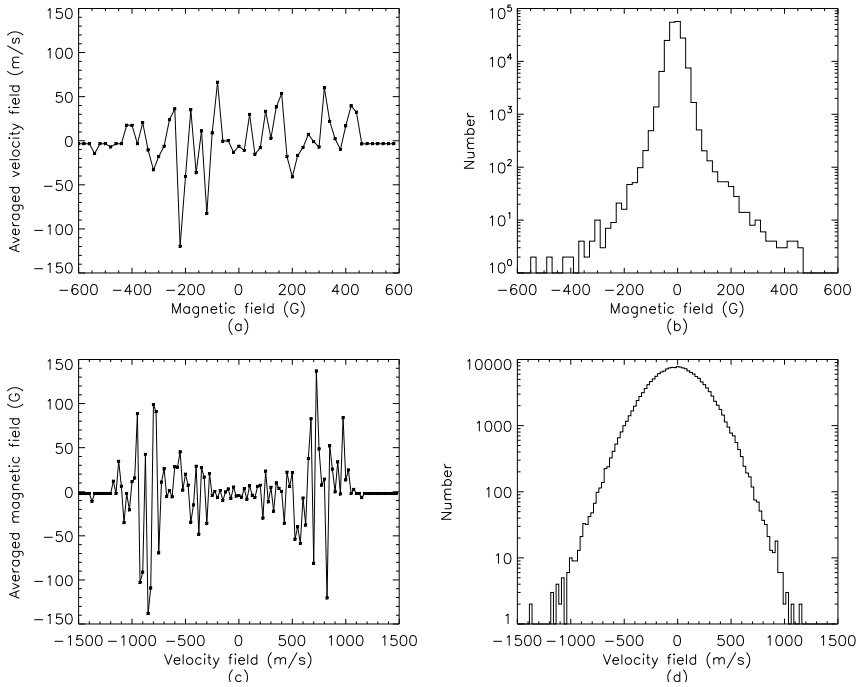

图 2.7: 具有相同磁场强度的像素位置对速度值的平均（上），具有相同速度的像素位置对磁场的平均（下）。

线性回归分析表明，它们并不严格服从正态分布，但显然也并不存在明显的线性相关。然而全年的分布确实存在明显的规律，在误差棒范围内明确收敛于一条曲线，这说明磁场和速度场直接可能存在着非线性的某种联系，而非完全互相独立的。用最小二乘法拟合的结果可以看出2000 年的斜率系数比2007年大。

我们也分别计算了磁场 $\mathbf{b}$，速度场 $\mathbf{u}$ 和交叉螺度 $\overline{\mathbf{b}\cdot\mathbf{u}}$ 在10分钟内的平均和在48小时内的平均（磁场低于50高斯情况）。对于磁场和速度场，10分钟的平均和48小时的平均结果显示出类似的趋势，然而相乘之后 $\overline{\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}}$ 在这两种时间尺度的平均下的表现则十分不同。图2.11中10分钟平均的 $\overline{\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}}$ 分布并无明显规律，数值随纬度增加而增大是受到速度投影的影响，整体上是对称地相对于赤道涨落，更接近于速度 $\mathbf{u}$ 的分布。而图2.12中48小时的平均后，$\overline{\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}}$ 分布则呈现一种独立于速度和磁场的独特的分布规律。同时 $\overline{\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}}$ 平均的值远大于平均的 $\mathbf{u}$ 和平均的 $\mathbf{b}$ 之间的乘积，这是因为 $\overline{\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}}$ 不等于 $\overline{\mathbf{u}}\cdot\overline{\mathbf{b}}$。因此磁场和速度

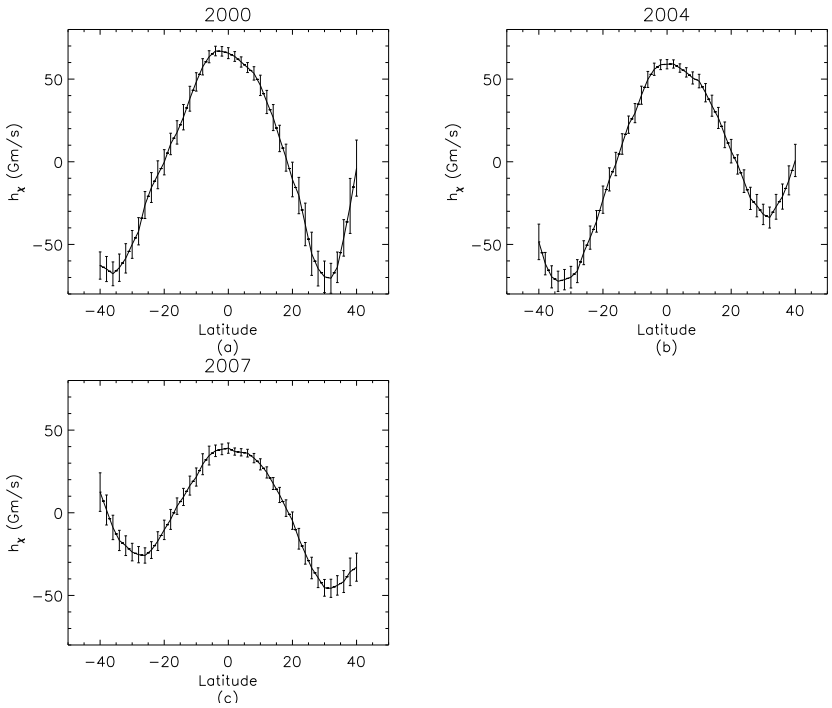

图 2.8: 2000,2004和2007年的 $\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}$ 的纬度分布。磁场强度为0到50高斯。

场在弱磁场情况下可能存在一定的联系。这两张图中的横坐标是以像素为单位的纬度方向，并未做图2.5中的区域内平均，但实际观测中观测过程就是一种平均，SOHO/MDI 的 CCD 每个像素对应1.98角秒（大约1400公里），因此相当经度方向30球面度纬度方向2角秒的“盒子”内的平均，但要注意的是，1.98角秒每像素仅仅是像素分辨率，空间上并不能分辨这么小的结构。

2.3.2　强磁场情况

这一小节中我们讨论高于 50G 时的磁场和速度场的联系。图2.13显示了50到3000G 时的 $\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}$ 在2000，2004和2007年的纬度分布，曲线的涨落比较大，尤其在赤道附近。涨落比较大的原因主要有两个。一是我们对“强磁场”的划分是人为的，50高斯以上包括多种磁结构，比如增强网络，谱斑区，瞬现区，活动区等。不同的结构对应不同的磁场强度范围，互相之间差异很大。因为我们只是一个初步的分析，只靠磁场强度来划分，并没有对这些结构进行

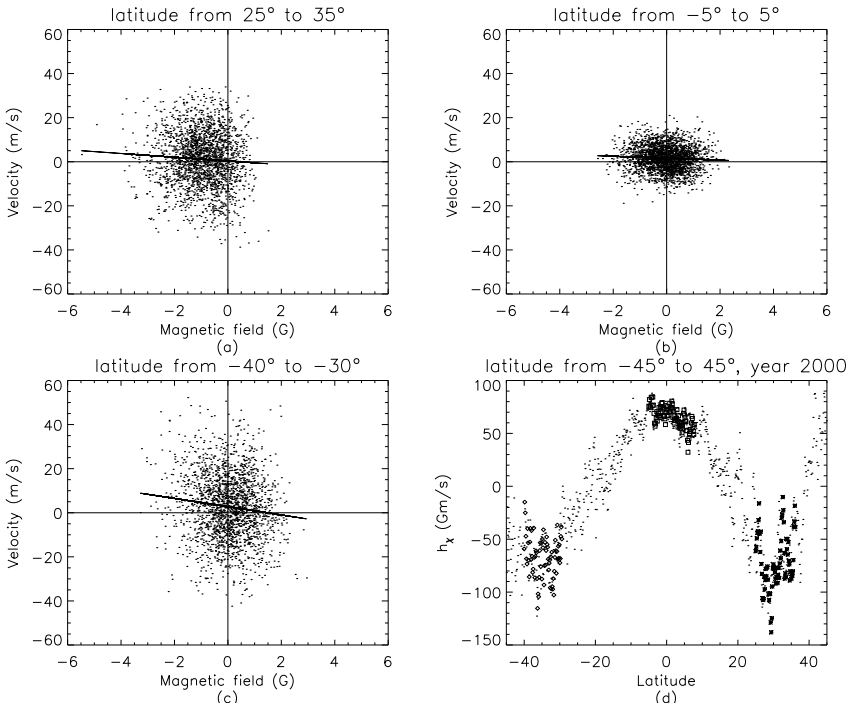

图 2.9: 2000年的 $\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}$ 纬度分布。图(a)、(b)、(c)是对应的不同纬度位置速度和磁场的相关性，图中的直线由最小二乘法线性拟合得到。

细致分类研究。另一方面是因为空间上，我们的数据50 高斯以上的点比50 高斯以下的点少得多，参与平均的数目更少，所以涨落的范围更大。分布曲线看起来更加复杂并有若干单调区间。中纬度区域，2000，2004和2007 年的趋势相近，而在赤道附近则不同。赤道附近曲线的斜率大致分别为100，-100和-125。虽然只看赤道附近，交叉螺度在南北半球反对称分布，而且随太阳活动强度的不同，三年的结果也随着活动周而改变，这与理论上的预期十分接近[9]。然而考虑到误差范围比较大，并不能得到明确的结论。赤道附近的 $\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}$ 趋势差异有可能和太阳活动的周期性有关，进一步的结果需要更多的样本分析来确定。此外图2.13中的 $\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}$ 最大值大约 $3\times10^{3}Gms^{-1}$，尽管观测结果受到定标的影响存在差异，这一结果可以作为日面上可能存在的交叉螺度量级的估计。

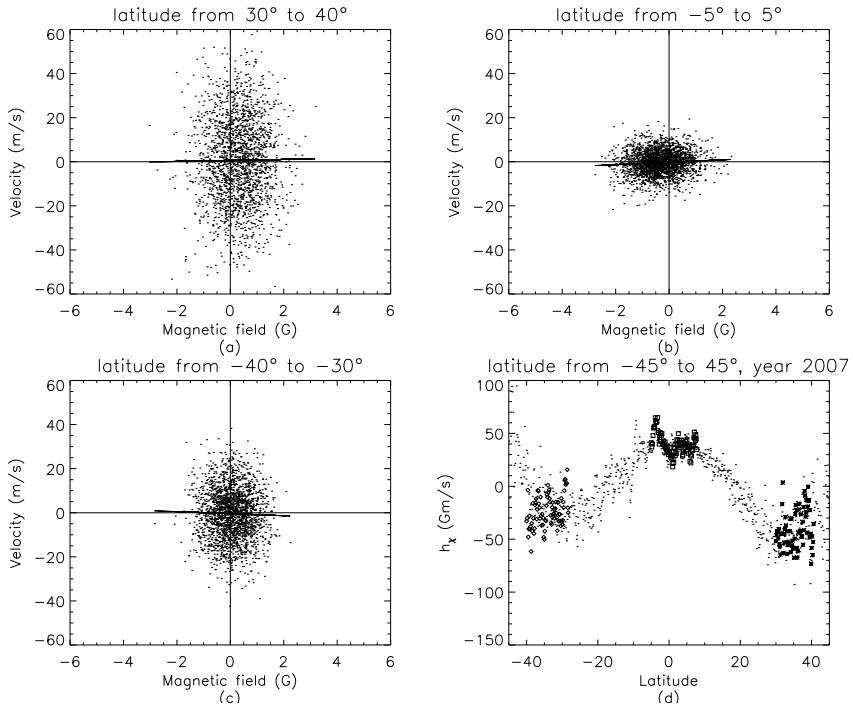

图 2.10: 2007年的 $\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}$ 纬度分布。图(a)、(b)、(c)是对应的不同纬度位置速度和磁场的相关性，图中的直线由最小二乘法线性拟合得到。

2.4　小结

本章分析了太阳表面磁场和速度场可能存在的相关性，线性回归分析表明单独的磁场和速度场之间不存在明显的线性相关，然而两者的乘积 $\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}$ 在全年内累积之后却有著明显的分布规律。观测的大尺度弱磁场（小于50高斯）和速度场明显存在统计上的相关，这种相关可能是某种非线性的联系。$\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}$ 随纬度变化的曲线在2000，2004和2007年有相同的趋势，图像表明 $\mathbf{u}$ 和 $\mathbf{b}$ 在赤道附近正相关，在中纬度区域反相关。在纬度正负45度之间，南北半球的交叉螺度平均值很小，无法确定是否存在理论上预期的半球符号法则，但是若仅仅考虑纬度正负20度范围，交叉螺度的符号与 Kuzanyan et al (2007)的预计相反[9]。而在对于强磁场（50 到3000 高斯），$\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}$ 随纬度的变化在中纬度区域有相同趋势，然而在赤道附近，2000 年的曲线切向斜率为正而2004和2007年的曲线切向斜率为负。此外我们基于 SOHO/MDI 数据估计了观测上交叉螺度的在日

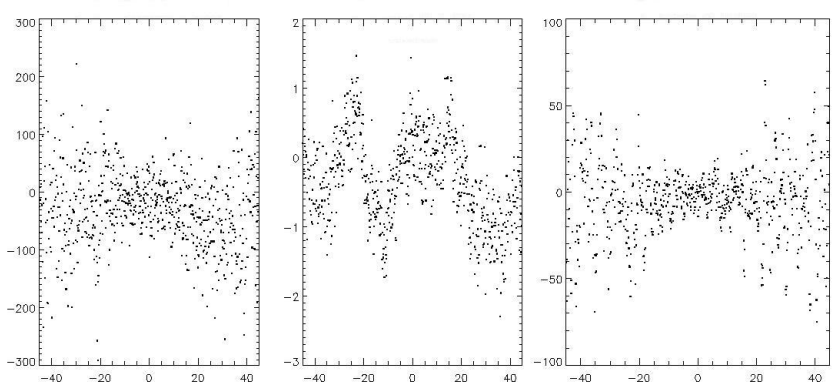

图 2.11: 2000年3月1日 00:00 UT 10分钟平均后的视向交叉螺度，磁场，速度场纬度分布。横坐标是以像素为单位的纬度方向。纵坐标单位是 Gms^{-1}，G,ms^{-1}。

面中心区域量级为$10^3 Gms^{-1}$，这与理论上的预期的范围相一致[9, 52, 61]。

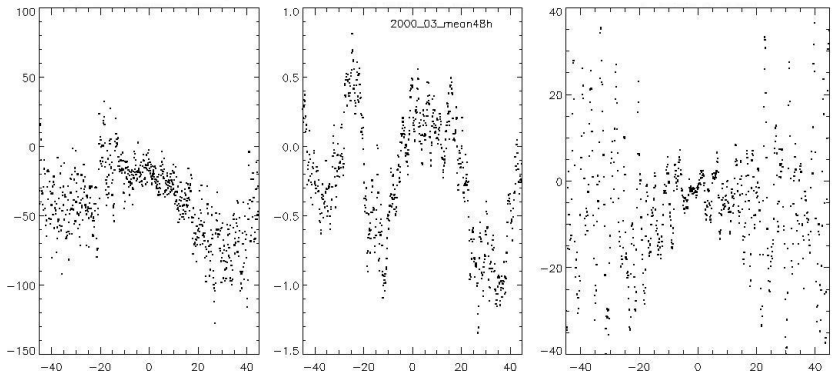

图 2.12: 2000年3月1日 00:00 UT 起始，48小时平均后的视向交叉螺度，磁场，速度场纬度分布。横坐标是以像素为单位的纬度方向。纵坐标单位是 Gms^{-1}，G,ms^{-1}。

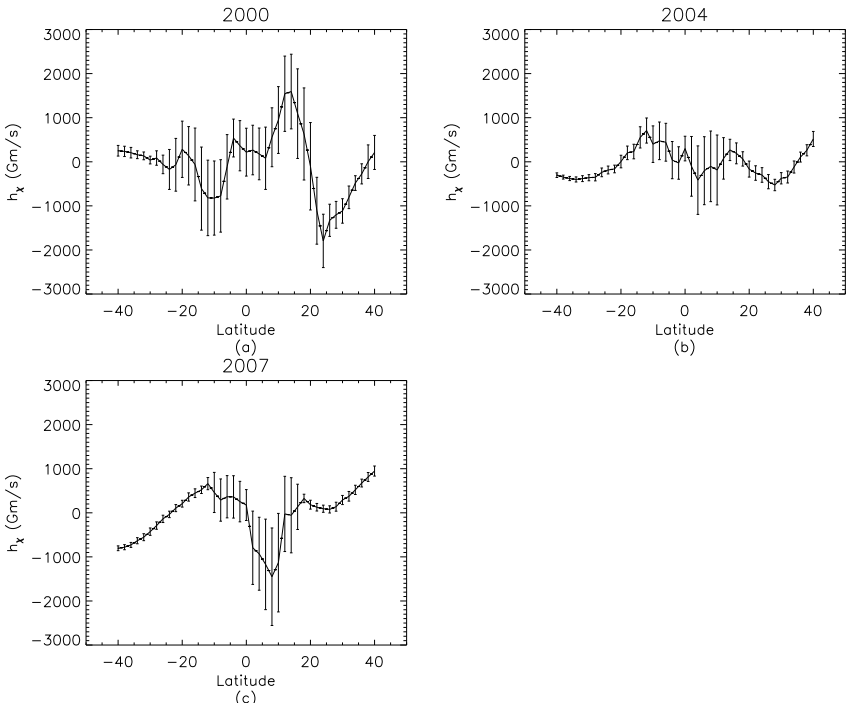

图 2.13: $\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}$ 在2000，2004和2007年的纬度分布。磁场强度为50到3000高斯。

第三章　日面交叉螺度

3.1　引言

上一章中我们用视向磁图和多普勒图的相关性分析来试图发掘日面交叉螺度的信息，得到的结果只是交叉螺度的视向分量（虽然交叉螺度是一个标量，本文为了方便将 $\mathbf{u}_{los} \cdot \mathbf{b}_{los}$ 称为交叉螺度的视向分量，下同）。为了得到交叉螺度的完整信息，矢量磁图必不可缺。获得可靠的高质量矢量磁图比较困难，SOHO 卫星并没有矢量磁图的观测，但和 SOHO 一脉相承的 SDO 卫星在2011年末释放了太阳活动区 NOAA 11158 的矢量磁图数据，这就为研究交叉螺度提供了一个契机。

2011年4月12日，SOHO 卫星完成了它的使命，观测正式关闭，取而代之的是它的“后代”（ offspring） SDO。HMI （Helioseismic and Magnetic Imager） 是 SDO 卫星（ Solar Dynamics Observatory ）搭载的三种仪器之一，它被设计用来研究日震和太阳光球磁场。HMI 主要提供四种数据：多普勒图，连续谱强度，视向磁场和矢量磁场。自2010年4月开始，SDO 开始陆续开始提供各类数据，由于数据质量很高备受研究者的青睐。太阳活动区 NOAA 11158 的矢量磁图是 SDO/HMI 试运行时释放的第一批矢量磁图数据，后续的矢量磁图数据在2012年初开始正式发布。SDO/HMI 的精度对于多普勒图是 $13ms^{-1}$，对于视向磁图是 10G。

交叉螺度的研究刚刚起步，我们上一章得到的视向交叉螺度统计结果，没有其他观测上的研究可以参考印证，因此在这一章里，我们首先分析了 SOHO/MDI 数据和 SDO/HMI 数据之间的相关性，然后比较了基于 SDO/HMI 数据得到的视向交叉螺度和上一章基于 SOHO/MDI 数据得到的结果。最后利用太阳活动区 NOAA 11158 的矢量磁图，结合局域相关跟踪（ LCT ）方法得到的水平速度，分析了活动区 NOAA 11158 完整的交叉螺度分布。

3.2 SOHO/MDI 和 SDO/HMI 数据的相关性比较

为了比较 SOHO/MDI 和 SDO/HMI 数据得到的交叉螺度结果，我们首先分别分析了两种仪器的磁图和多普勒图的相关性。以2010年9月1日 23:02:19 UT 的全日面磁图和多普勒图为例，因为 SDO/HMI 数据是 4096×4096 像素而 SOHO/MDI 数据是 1024×1024 像素，我们首先对 SDO/HMI 数据做了 4×4 像素平滑，以使其和 SOHO/MDI 数据一致。然后我们根据头文件记录的信息将 P 角旋转到零，并将图像平移到 CCD 中心位置。之后按照以像素为单位的太阳半径将 SDO/HMI 数据缩放，使其与 SOHO/MDI 数据一致。再将日面以外（0.99太阳半径以外）数据去掉，对日面内的数据进行相关性分析。此外我们对 SOHO/MDI 数据减去了数据的平均值，因为 SOHO/MDI 数据相对零点存在不可忽视的系统偏离。这样处理仅仅是方便于后面比较从两种数据得到的纬度分布，它会使做相关时图样的范围更对称，但并不影响相关性。

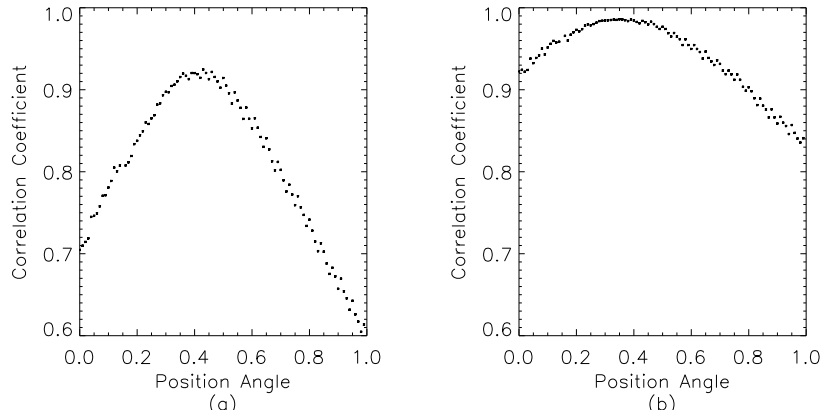

图 3.1: P 角与 SOHO/MDI 和 SDO/HMI 数据相关系数之间的关系。左边对应活动区 NOAA 11102，右边对应活动区 NOAA 11101，这两个活动区取自2010年9月1日 23:02:19 UT 的全日面磁图。

为了研究基于大尺度弱磁场的交叉螺度，我们下一步去掉了全日面磁图和多普勒图中对应于磁场50高斯以上位置的数据。因为50高斯已经接近于数据噪声水平，通过对一段时间内数据平均以降低噪声影响是必要的。我们选择

了1小时为时间尺度，SDO/HMI 数据的时间间隔是1分钟，SDO/HMI 数据的时间间隔是45秒，即对于 SDO/HMI 数据为60张图平均，对于 SDO/HMI 数据是80张图平均。

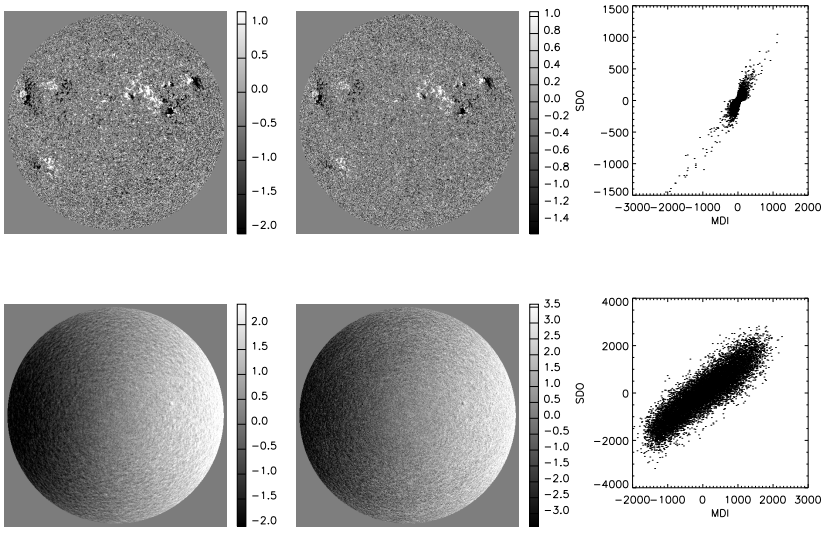

图 3.2: SOHO/MDI 和 SDO/HMI 数据的全日面相关性（2010年9月1日 23:02:19 UT 的数据）。第一列是SOHO/MDI 的全日面视向磁图和多普勒图，第二列来自于 SDO/HMI。

我们首先分析了两种数据全日面的相关性，然后截取了全日面图上的两个活动区（ NOAA 11101 和 NOAA 11102 ）来分析活动区的相关性，发现活动区的相关性很强而全日面的相关性比较弱。以2010年9 月1日 23:02:19 UT 的全日面磁图为例，直接比较两种数据磁图的全日面相关性，相关系数仅有0.47，如此低的相关性是难以置信的。斯坦福大学的刘扬博士指出[66]，C. Toner 通过比较 SOHO/MDI 的数据和 GONG 的数据得出 SOHO/MDI 数据的 P 角存在约为0.19±0.04 度的误差，通过1999年11月的水星凌日事件的分析，得出 SOHO/MDI 的 P 角存在约为0.20±0.05 度的误差（该工作并未正式发表，在[67]文中有提及）。因此 texttttSOHO/MDI 全日面磁图中，头文件给出的 P 角存在不可忽视的误差，而 SDO/HMI 数据是否存在类似问题尚无定论，这种误差严重影

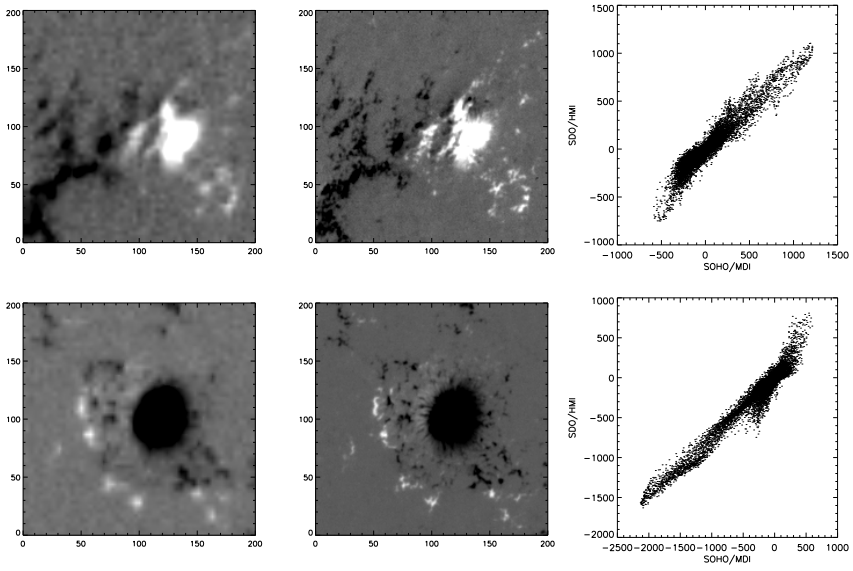

图 3.3: SOHO/MDI 和 SDO/HMI 数据的局部区相关性。两个活动区截取自2010年9月1日 23:02:19 UT 的全日面矢量磁图，第一行对应活动区 NOAA 11102，第二行对应活动区 NOAA 11101。

响了两种数据之间的相关性。故而我们以 P 角为自变量，以 SDO/HMI 的 P 角为参考零点，分析了 P 角和两种数据相关系数之间的关系。因为活动区的相关系数远高于全日面相关系数，我们通过旋转 SOHO/MDI 全日面磁图的 P 角，来寻找磁图上的活动区相关系数达到最大时的 P 角位置。从图中3.1可见，该位置在0.4 度左右。经过0.4度的 P 角修正，磁图上两个活动区的相关系数分别为0.93 和0.98，而此时的全日面相关系数也提高到0.73。经过 P 角修正后的全日面视向磁图和多普勒图相关性结果如图3.2所示。

图3.3显示了全日面磁图上两个活动区的相关性。活动区的相关系数远高于全日面相关系数，说明宁静区噪音对相关性影响较大。通过滑动平均可以明显降低噪音影响，我们在 19.8 × 19.8 角秒范围内进行的平滑处理（ SOHO/MDI 数据的像素分辨率是1.98 角秒每像素），这时全日面磁图的相关系数是0.91。同时我们也分析了相关系数相对于平滑尺度的变化，结果在图3.4中展示。在平滑尺度19.8 角秒（10 像素）以上时，SOHO/MDI 和 SDO/HMI 数据的全日面磁图和多

普勒图相关系数均超过0.9，结果在图3.5中展示。

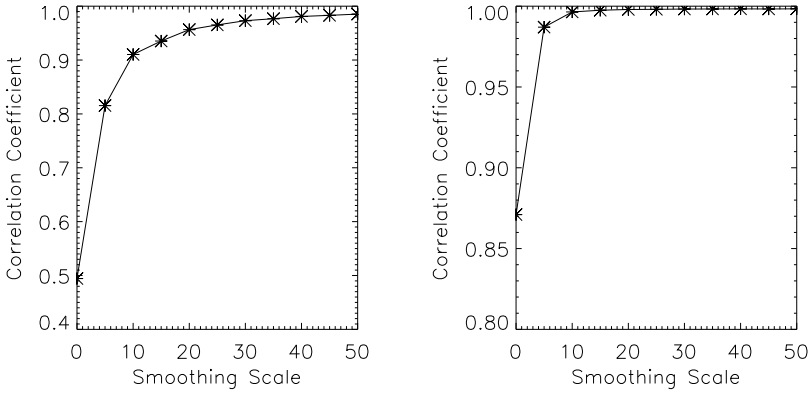

图 3.4: 平滑尺度（以像素为单位）与 SOHO/MDI 和 SDO/HMI 数据相关系数的关系。左边对应全日面磁图，右边对应多普勒图。

3.3　日面交叉螺度分析

我们首先比较了基于 SDO/HMI 全日面磁图和多普勒图计算得到的视向交叉螺度和基于 SOHO/MDI 数据得到的结果，方法与第二章所述一致。从图3.6 中可见，磁场的纬度分布 SDO/HMI 和 SOHO/MDI 数据有十分相似的趋势，速度场的纬度分布也基本一致，部分位置略有不同，数值范围的差异是由不同的定标引起的。而交叉螺度的纬度分布趋势则明显不同，在南半球还比较一致，在北半球则背道而驰。考虑到直接比较两种数据之间的全日面相关性，得到的相关系数并不足够高（即使经过了0.4度的 P 角修正），基于这样的数据得到的交叉螺度分布不同并不十分意外。因为 $\overline{\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}} \neq \overline{\mathbf{u}}\cdot\overline{\mathbf{b}}$，理论上的涨落磁场和速度场平均值 $\overline{\mathbf{u}}$ 和 $\overline{\mathbf{b}}$ 应该为零，实际数据操作的结果是它们不等于零但平均值很小。单独的磁场和单独的速度分布之间差异虽然并不明显，在进行相乘计算交叉螺度之后可能会被明显放大。

如上一节所述，平滑处理可以明显降低噪音影响，在 19.8×19.8 角秒范围内进行平滑处理后，SOHO/MDI 数据和 SDO/HMI 数据的全日面磁图和多普勒图

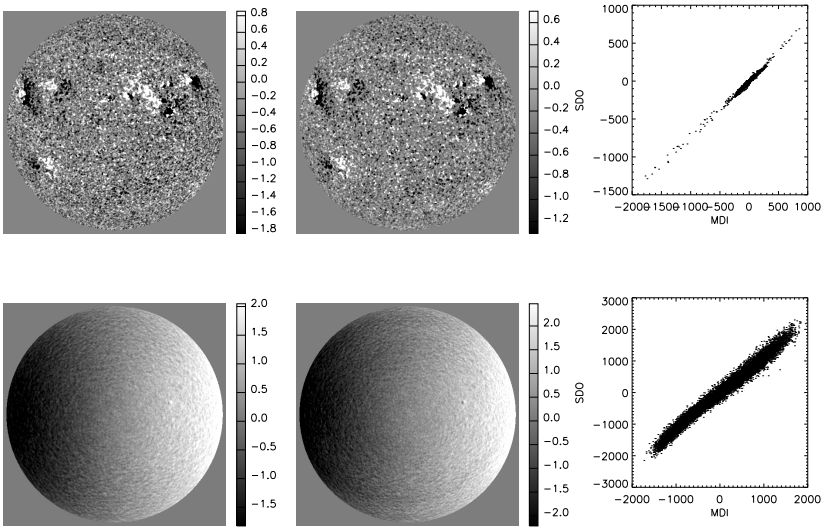

图 3.5: SOHO/MDI 和 SDO/HMI 数据经过 19.8 × 19.8 角秒范围滑动平均之后的全日面相关性（2010年9月1日 23:02:19 UT 的数据）。第一列是SOHO/MDI 的全日面视向磁图和多普勒图，第二列来自于 SDO/HMI。

相关系数均超过0.9。这时用平滑后的数据重新计算交叉螺度，得到的结果表明，SOHO/MDI 数据和 SDO/HMI 数据得到的交叉螺度的纬度分布之间的差异明显降低，如图3.7所示，虽然达到最大值和最小值的纬度位置不尽相同，整体的分布趋势十分相似，两条交叉螺度纬度分布曲线的相关系数达到0.78。和第二章得到的结果一致，虽然起伏比较大，在纬度上多个不同区间有着不同的趋势，但总的来说，交叉螺度在赤道附近整体上为正号，在中纬度附近为符号。起伏比较大的主要原因是数据平均的时间尺度不够大。这里只是为了验证前面的结果，并非是要利用 SDO/HMI 数据重复前面的计算，因而只选取了1 小时内的数据来进行比较。

交叉螺度的水平分量不同于视向分量可以方便的计算，因为需要用到可靠的矢量磁图。SDO 在2011年末释放了太阳活动区 NOAA 11158 的矢量磁图数据，这为研究交叉螺度提供了一个契机。我们通过局部相关跟踪（ LCT ）的方法计算了水平速度，并结合矢量磁图给出了交叉螺度的水平分量。

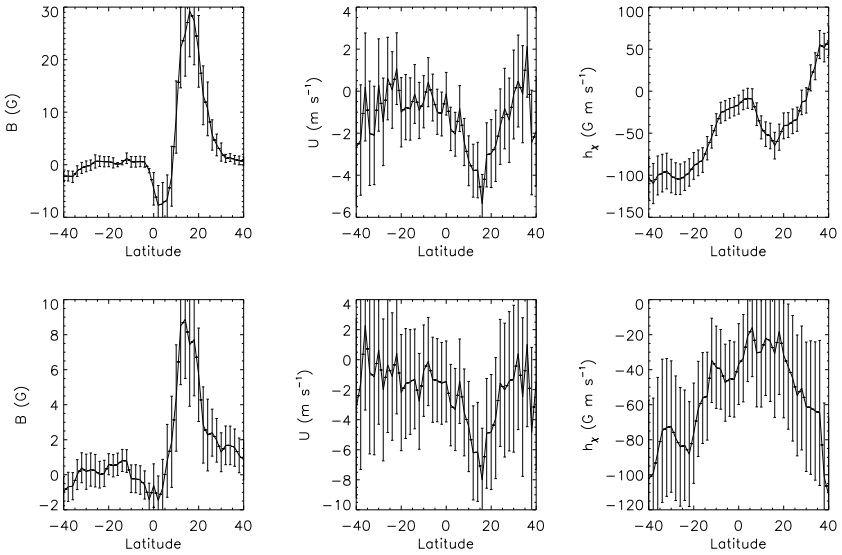

图 3.6: 基于 SDO/HMI 全日面磁图和多普勒图 （23 : 00 : 00 to 24 : 00 : 00 UT, 2010.09.01） 计算得到的视向交叉螺度（第一行）和基于 SOHO/MDI 数据得到的视向交叉螺度（第二行）。全日面磁图和多普勒图经过了0.4度的 P 角修正。

SDO 提供的太阳活动区 NOAA 11158 矢量磁图数据，时间尺度是5天，相邻两张图的时间间隔是12 分钟。这些矢量磁图数据包括两个系列，一种是 cut-outs 系列，这种数据由直接从 CCD 截取的视向分量和计算出的水平分量组成的，一种是通过 CEA 系列，这种数据由 CCD 数据投影重制后 （Lambert Cylindrical Equal Area Projection） 计算出的径向分量和切向分量组成的。每个系列的数据都包括三个分量和对应的误差。我们选择了前一种数据，这种数据是直接从 CCD 坐标系中的原始全日面磁图截取而得，截取范围是 650×600 像素。数据记录了某一时刻（每12分钟）每个像素位置的磁场强度 （field B），倾角（inclination θ 和方位角（azimuth ϕ)。θ 是矢量磁场相对于视向的夹角（这里的视向指向里），范围是0 到180 度，ϕ 是矢量相对于 CCD 平面中方向为“上”的位置的夹角，范围是逆时针0到360 度（0度在太阳南部)。由此我们可以得到磁场的三个分量 $B_z = B\cos(\pi-\theta)$，$B_x = B\sin(\pi-\theta)\cos(\phi-0.5\pi)$，

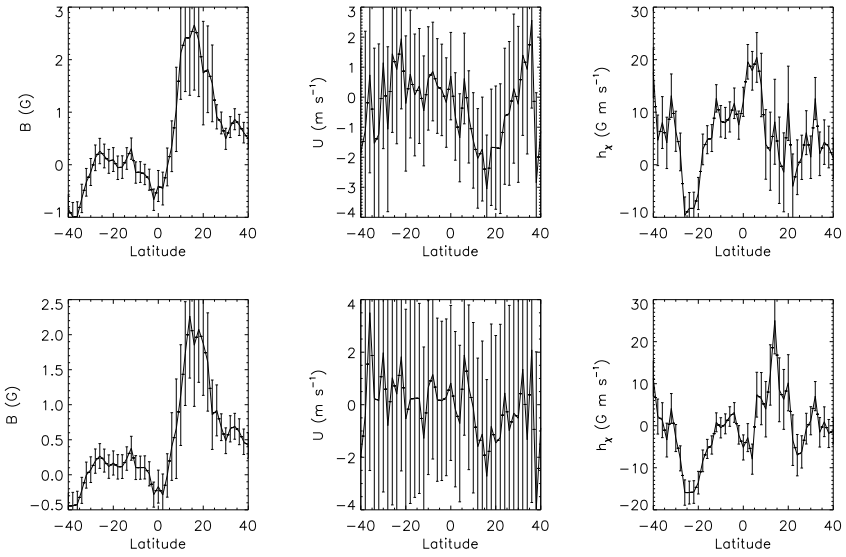

图 3.7: 基于 SDO/HMI 全日面磁图和多普勒图（23 : 00 : 00 to 24 : 00 : 00 UT, 2010.09.01）计算得到的视向交叉螺度（第一行）和基于 SOHO/MDI 数据得到的视向交叉螺度（第二行）。全日面磁图和多普勒图经过了0.4度的 P 角修正，并且分别作了 19.8 × 19.8 角秒范围的滑动平均。

$B_y = B\sin(\pi-\theta)\sin(\phi-0.5\pi)$。矢量磁图如图3.8(a)所示，背景是视向磁场 B_z，矢量箭头代表横向磁场。初始数据是 650×600 像素，我们为了后面计算方便，去掉了边缘的宁静区部分，图像变成 550×350 像素。局部相关跟踪（LCT）最早由 November and Simon在1988年提出，用来计算米粒结构的运动轨迹[68]，这种方法本质上是通过对日面特征结构的跟踪来计算光球等离子体的速度，经过多年发展已经是比较成熟的技术[69–73]。LCT 方法要求切趾窗函数的峰值半宽应大于图像中最小特征尺度，图像的时间序列应小于跟踪的流体特征的寿命。我们沿用了 Chae 等人2001 年的方法，峰值半宽选择10像素，并且只在磁通量密度绝对值高于10 高斯的位置进行计算（SDO/HMI 的全日面视向磁图精确度为10 高斯），对磁场的限制是为了降低运算时间。结果如图3.8(b)所示，图中显示的速度范围限制在 $[\langle\mathbf{U}\rangle-3\sigma,\langle\mathbf{U}\rangle+3\sigma]$，其中 $\langle\mathbf{U}\rangle$ 是水平速度的平均值，σ 是标准偏差，该图中标准偏差为 σ 为$0.152Kms^{-1}$。通过水平磁场

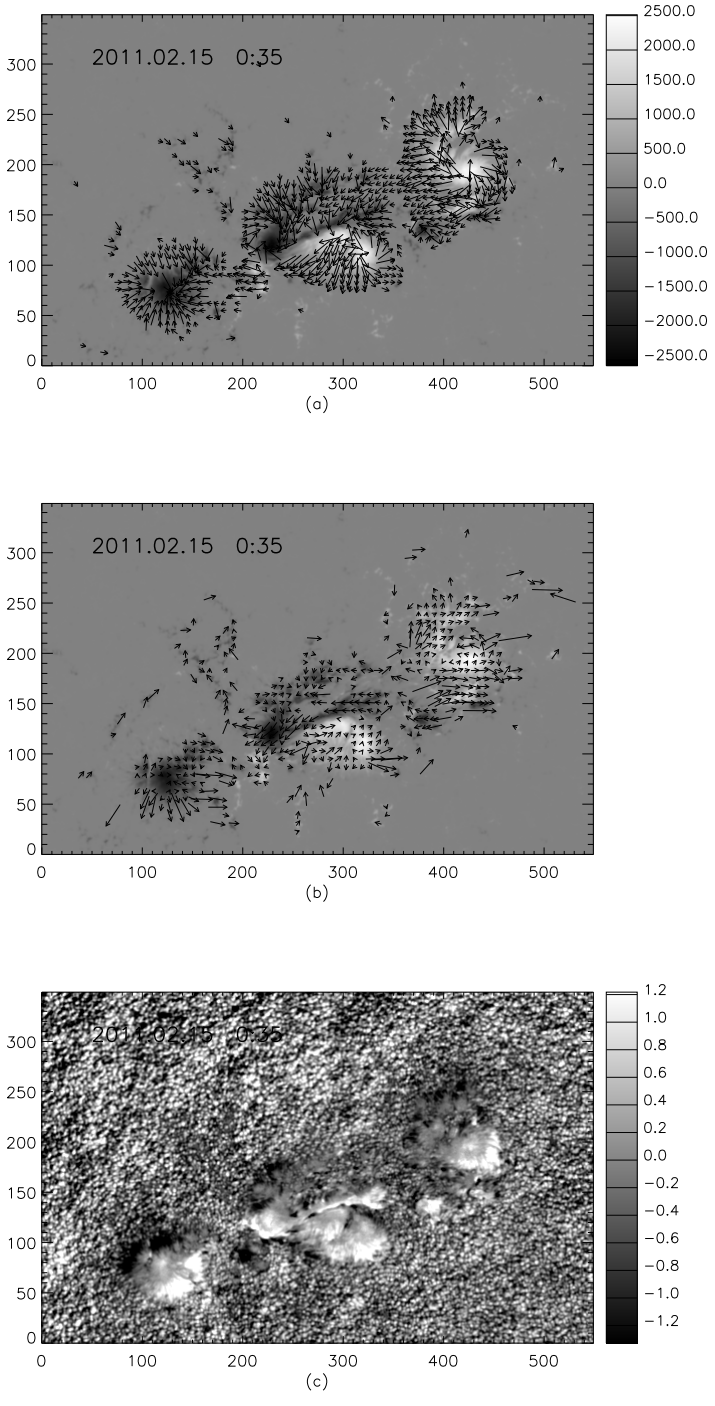

图 3.8: 矢量磁图，水平速度和视向速度（活动区 NOAA 11158，2011年2月15日 00:35 UT）。图(a)的背景是视向磁场，箭头代表横向磁场，单位是高斯，最大箭头是2582.60高斯。图(b)背景是视向磁场，箭头是对背景的视向磁场应用 LCT 方法计算得到的横向速度，最大箭头是 $0.519 kms^{-1}$。图(c)是同一时间同一位置的多普勒图，单位是 kms^{-1}。白色指向外黑色指向内（为了和磁场一致我们改变了符号，这与传统多普勒图相反）。

和水平速度，我们可以计算交叉螺度的水平分量。而为了得到对应的视向分量交叉螺度，视向磁场部分我们直接采用了矢量磁图计算的 $B_z(= B\cos(\pi - \theta))$，视向速度我们则选取了对应时间的全日面多普勒图，在相同的位置进行如矢量磁场数据一样的直接截取。由于磁图的时间间隔是12分钟，我们选取的也是 SDO/HMI 的12 分钟多普勒图系列，虽然该系列的精确度低于常用的 SDO/HMI 多普勒图的45 秒系列。截取出相同时间对应区域的视向速度图后，我们又将视向速度减去了一个2球面度的表面二次拟合以降低较差自转的影响。更精确的方法是用长时间（一个月以上）全日面多普勒图的平均作为自转背景，这里因为只有5 天的数据所以采用了球面拟合作为近似。结果如图3.8(c) 所示。注意惯例上多普勒图中红移为正蓝移为负，这样负值是视向指向观测者的，与视向磁场相反，视向磁场正值指向观测者，故而在计算交叉螺度中我们人为地将多普勒图整体改变了符号以和磁图保持一致。

从图3.8(a)中可见，水平磁场的分布比较规律，在正极区指向活动区外在负极区指向活动区内，而水平速度的分布则多少显得有些随机，但是在负极区大部分都是指向外。交叉螺度的分布如图3.9所示。图3.9(a)显示的是视向交叉螺度的分布，可以看出，视向交叉螺度和视向磁场（图3.8(a) ）分布比较相似，但在部分区域符号相反，这种符号相反的位置尤其集中在活动区 NOAA 11158 的负极区。由于活动区 NOAA 11158 处于中纬度，投影效应的影响是不可忽略的，由于负极区的水平速度大部分指向活动区外，投影之后就会在向南和向北产生方向相反的投影分量。图3.9(c) 显示了总的交叉螺度分布，分布形态与图3.9(a) 十分类似，这表明在活动区中交叉螺度的视向分量占主导地位，这与 Rüdiger et al (2012) 的估计一致[61]。视向交叉螺度的最大值为$1463.85GKms^{-1}$，水平交叉螺度的最大值为$1040.42GKms^{-1}$，虽然交叉螺度的涨落范围在 10^3GKms^{-1} 的量级，但在整个区域的平均值则小的多。水平交叉螺度的平均值是$1.76GKms^{-1}$，视向交叉螺度的平均值是$0.84GKms^{-1}$。水平交叉螺度的平均值是视向螺度的平均值的二倍，这一结果则与 Rüdiger et al (2012) 的估计不符。他们用模拟的方法得出的结果是，由于湍动强度分

层方向与密度分层方向相反，会产生一个对交叉螺度的削弱效应，而这一效应对于视向分量 $\overline{u_z b_z}$ 和对总的交叉螺度 $\overline{\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}}$ 的影响不一样，他们的结果是 $\overline{u_z b_z} \approx 2\overline{\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}}$[61]，因此可以粗略估计 $\overline{u_z b_z} \approx -2\overline{u_{xy} b_{xy}}$。这与我们的结果不一致，但我们的结果只局限于活动区中，而且进一步的确定需要更多的数据进行样本分析。

3.4　小结

本章首先分析了 SOHO/MDI 数据和 SDO/HMI 数据之间的相关性，然后比较了基于 SDO/HMI 数据得到的视向交叉螺度和上一章基于 SOHO/MDI 数据得到的结果，最后利用太阳活动区 NOAA 11158 矢量磁图，结合局域相关跟踪方法（ LCT ）得到的水平速度，分析了活动区 NOAA 11158 完整的交叉螺度分布。主要结果归纳如下：

直接计算两种数据的磁图的全日面相关系数大约0.47，在经过0.4度的 P 角修正之后，全日面相关系数提高到0.73，这表明进行细致分析时 P 角的修正是一个不可忽视的因素。SOHO/MDI 数据的 P 角误差是0.20±0.05度[66, 67]，那么 SDO/HMI 数据应该也存在类似问题，至少相对 SOHO/MDI 数据有0.15度左右的误差。活动区的相关系数高于0.95，远远高于全日面相关系数，因此全日面相关系数的偏低来自于宁静太阳噪音的影响。通过滑动平均的方法可以降低噪音的影响，用19.8 × 19.8 角秒范围内进行平滑处理后，两种数据的全日面磁图和多普勒图相关系数均超过0.9。

直接从两种数据得到的视向交叉螺度的纬度分布有明显不同，用19.8×19.8 角秒范围内进行平滑处理后的全日面视向磁图和全日面视向多普勒图重新计算得到的视向交叉螺度的纬度分布差异则明显降低。两种数据得到的视向交叉螺度的纬度分布相吻合，说明日面磁场和速度场确实存在关联。

对活动区交叉螺度的分析结果表明，总的交叉螺度的分布与视向交叉螺度分布差异不大，在活动区中交叉螺度的视向分量占主导地位。水平交叉螺度绝对值的量级和视向交叉螺度一致，整个活动区的平均值则很小，从平均交叉螺

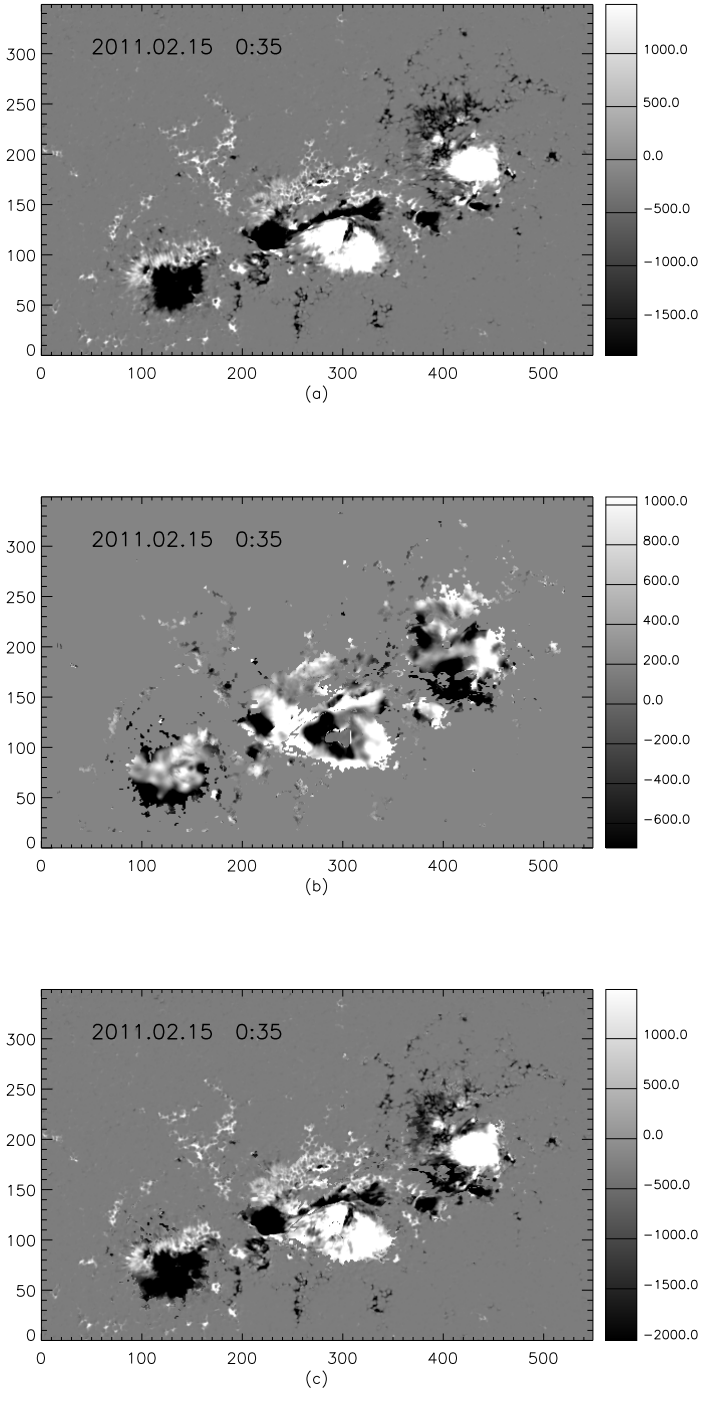

图 3.9: 太阳活动区 NOAA 11158 的交叉螺度分布。图(a)是视向交叉螺度，图(b)是水平交叉螺度，图(c) 是两者的和。单位是 $Gkms^{-1}$。

度上看，交叉螺度水平分量是视向分量的2 倍。

第四章　总结与展望

太阳磁场在各种太阳活动中都扮演着重要角色，湍动发电机理论是解释太阳磁场产生与演化的重要手段和工具。α 效应和交叉螺度效应对应于发电机方程中湍动电动势的两项，其物理意义清晰而透彻，反映了两种太阳磁场产生机制。在湍动发电机理论的研究历史上，α 效应的研究系统、深入而广阔，得到了丰硕的成果。与之成为鲜明对比的是，交叉螺度效应的研究则长期被忽视，其原因如本文开篇所述，缺少可靠的模拟和观测结果支持，理论上又没有能明确解释的磁场和速度场系统地平行或反平行排列机制。星体发电机理论是一个亘古而常新的课题，经过历史上大量工作的奠定，已经建立了比较系统完善的模型框架，但还远远没有达到完美，现在迫切需要寻找新的突破。随着模拟研究中的一些新的发现，交叉螺度效应的关注热度近年来在迅速提升，出现了大量理论上的推理和猜测以及数值模拟的结果，然而在观测领域的研究仍然十分匮乏。我们的工作主要是通过对观测数据分析，试图发掘可能的交叉螺度分布与演化的信息，为理论上的结果提供一定的依据。

我们的工作包括以下两个方面：

一、我们基于 SOHO/MDI 全日面磁图和多普勒图从观测上分析了磁场和速度场可能存在的相关性，尤其是在强磁场和弱磁场情况分别得到了视向交叉螺度的纬度分布。结果表明观测的大尺度弱磁场（小于50高斯）和速度场存在统计上的相关。视向交叉螺度（ $h_\chi = \overline{\mathbf{u}\cdot\mathbf{b}}$ 在日面一个矩形区域内的视向速度和磁场（经度范围 $\pm 15°$，纬度范围 $\pm 45°$ ）随纬度变化的曲线在2000，2004和2007 年有相同的趋势，在赤道附近正相关，在中纬度区域反相关。对于强磁场（50到3000高斯），视向交叉螺度随纬度的变化在中纬度区域有相同趋势。然而在赤道附近，2000年的曲线切向斜率为正而2004和2007年的曲线切向斜率为负。我们并未得到理论预期的半球反对称分布，反而在赤道附近南北半球交叉螺度符号相同，这与理论预期相反[9, 10]。此外我们估计出基于

SOHO/MDI 数据的交叉螺度，量级在 $10^3 Gms^{-1}$。对日面中心附近交叉螺度量级的估计和理论上的结果一致[9]。由于对交叉螺度研究的重视和关注才刚刚兴起，我们得到的结果在观测交叉螺度研究的领域尚属首次，尽管我们的分析局限在太阳活动周期中的仅仅3 年时间，还不足以明确地阐释整个太阳活动周框架下的交叉螺度行为。我们的研究利涉及到太阳物理中的一个重要问题，得到的结果具有启示性的意义，为更深入的工作奠定了基础。

二、我们分别比较了 SOHO/MDI 和 SDO/HMI 全日面磁图和多普勒图的相关性，分析了影响相关性的可能因素，这对将来使用这些仪器的数据进行研究提供了帮助。两种数据的全日面磁图相关系数为0.73，活动区的相关性超过0.95。尤其是得到了太阳 P 角的修正对于两种数据的相关性有重要影响的结论，为利用这两种数据进行后续研究提供了帮助。此外，我们对两种数据得到的交叉螺度进行了比较，得到的视向交叉螺度随纬度变化趋势一致，结合第一部分工作，这说明日面视向磁场和速度场之间确实存在大尺度的统计关联。我们基于 SDO/HMI 矢量磁图，结合局部相关跟踪方法 （LCT） 得到的速度，分析了活动区的交叉螺度，在交叉螺度的观测研究上更进一步。结果表明活动区交叉螺度的分布图样与磁场分布图样很相似，并且视向分量的作用占主导，但从整个活动区范围的平均值来看，交叉螺度水平分量是视向分量的2 倍。视向分量占主导与 Rüdiger 等人从模拟上得到的推测一致，但交叉螺度平均水平分量是平均视向分量2倍的结论则与他们的推测不同[52, 61]。

我们的分析还比较初步，明确地阐释交叉螺度的观测现象还需要更深入的研究。较差自转和速度投影的影响需要更细致的改正。进一步的分析应该考虑太阳 B0角的影响。局域相关跟踪方法虽然只需要视向磁图就可以方便地得到水平速度，但该方法本身具有局限性，某些水平速度难以测得，而且受到磁流管上浮速度的影响[74]。随着SDO的矢量磁图正式对外开放，水平速度可以通过 DAVE4VM 方法 （The Differential Affine Velocity Estimator for Vector Magnetograms） 更精确计算。此外，如同 Kuzanyan，Pipin 等人来访期间的交流中指出，参考湍动特征尺度（米粒尺度）的耗散率，对观测数据选

取特定的时间和空间尺度进行研究更有意义。

参考文献

[1] Brandenburg A. and Subramanian K. Astrophysical magnetic fields and nonlinear dynamo theory. *Phys. Rep.*, 417:1–209, 2005.

[2] Moffatt H. K. *Magnetic Field Generation in Electrically Conducting Fluids.* Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1978.

[3] Howard R., Gilman P. I., and Gilman P. A. Rotation of the sun measured from mount wilson white-light images. *Astrophys. J.*, 283:373–384, 1984.

[4] Yoshizawa A., Kato H., and Yokoi N. Mean field theory interpretation of solar polarity reversal. *Astrophys. J.*, 537:1039 – 1053, 2000.

[5] Haugen N. E. L., Brandenburg A., and Dobler W. Simulations of nonhelical hydromagnetic turbulence. *Phys. Rev. E*, 70, 2004. Issue 1, id. 016308.

[6] Dorch S. B. F. and Archontis V. On the saturation of astrophysical dynamos: Numerical experiments with the no-cosines flow. *Solar Phys.*, 224:171–178, 2004.

[7] Sur S. and Brandenburg A. The role of the Yoshizawa effect in the Archontis dynamo. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 399:273 – 280, 2009.

[8] Yokoi N. and et al. Integrated exploration of turbulent cross-helicity effect: theory, observation, modeling and numerical simulations of the solar convection zone. *Proceedings of 2010 CTR Summer Program*, pages 493–502, 2010.

[9] Kuzanyan K.M., Pipin V.V., and Zhang H.Q. Probing current and cross-helicity in the solar atmosphere: A challenge for theory. *Adv. Space Res.*, 39:1694 - 1699, 2007.

[10] Pipin V. V., Kuzanyan K. M., Zhang H. Q., and Kosovichev A. G. Turbulent cross-helicity in the mean-field solar dynamo problem. *Astrophys. J.*, 743:160 - 171, 2011.

[11] 林元章. 太阳物理导论. 科学出版社, 北京, 第一版edition, 2000.

[12] Hale G. E. On the probable existence of a magnetic field in sun-spots. *Astrophys. J.*, 28:315 - 343, 1908.

[13] Babcock H. W. The solar magnetograph. *Astrophys. J.*, 118:387–398, 1953.

[14] Babcock H. W. The topology of the Sun's magnetic field and the 22-year cycle. *Astrophys. J.*, 133:572–589, 1961.

[15] Parker E. N. Solar activity and classical physics. *Chinese Journal of Astronomy & Astrophysics*, 1:99 - 124, 2001.

[16] Stenflo J. O. and Vogel M. Global resonances in the evolution of solar magnetic fields. *Natur.*, 319:285 - 290, 1986.

[17] Stenflo J. O. and Güdel M. Evolution of solar magnetic field -modal structure. *Astron. Astrophys.*, 191:137 - 148, 1988.

[18] Stenflo J. O. Global wave patterns in the Sun' s magnetic field. *Astrophys. Spa. Sci.*, 144:321 - 336, 1988.

[19] Hale G. E., Ellerman F., Nicholson S. B., and Joy A.H. The magnetic polarity of sun-spots. *Astrophys. J.*, 49:153, 1919.

[20] Spörer F. W. G. Prof. spörer's researches on sun-spots. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 50:251, 1890.

[21] Eddy J. A. The Maunder minimum. *Science*, 4245:1189–1202, 1976.

[22] Thompson Michael J., Christensen-Dalsgaard Jørgen, Miesch Mark S., and Toomre Juri. The internal rotation of the Sun. *Annual Review of Astronomy & Astrophysics*, 41:599–643, 2003.

[23] Leighton R.B ., Noyes R. W., and Simon G. W. Velocity fields in the solar atmosphere. I. preliminary report. *Astrophys. J.*, 135:474, 1962.

[24] Howard R. and Gilman P. A. Meridional motions of sunspots and sunspot groups. *Astrophys. J.*, 307:389–394, 1986.

[25] Noyes R.W. and Leighton R.B. Velocity fields in the solar atmosphere. II. The oscillatory field. *Astrophys. J.*, 138:631, 1963.

[26] Ulrich R.K. The five-minute oscillations on the solar surface. *Astrophys. J.*, 162:993, 1970.

[27] Leighton R. B. A magneto-kinematic model of the solar cycle. *Astrophys. J.*, 156:1, 1969.

[28] Parker E. N. Hydromagnetic dynamo models. *Astrophys. J.*, 122:293–314, 1955.

[29] Roberts P. H. and Stix M. *The turbulent dynamo, a translation of a series of papers by F. Krause, K.-H. Rädler, and M. Steenbeck.* Tech. Note 60, NCAR, Boulder, Colorado, 1971.

[30] Steenbeck M., Krause F., and Rädler K.-H. Berechnung der mittleren Lorentz-Feldstärke $\overline{\mathbf{v} \times B}$ für ein elektrisch leitend end es Medium in tur-

bulenter, durch Coriolis-Kräfte beeinflubter Bewegung. *Z. Naturforsch.*, 21a:369–376, 1966.

[31] Steenbeck M. and Krause F. Zur Dynamotheorie stellarer und planetarer Magnetfelder I. Berechnung sonnenähnlicher Wechselfeldgeneratoren. *Astron. Nachr.*, 291:49–84, 1969.

[32] Steenbeck M. and Krause F. Zur Dynamotheorie stellarer und planetarer Magnetfelder II. Berechnung sonnenähnlicher Gleichfeldgeneratoren. *Astron. Nachr.*, 291:271–286, 1969.

[33] Krause F. and Rädler K.-H. *Mean-field Magnetohydrodynamics and Dynamo Theory.* Pergamon Press, Oxford, 1980.

[34] Yoshizawa A. Self-consistent turbulent dynamo modeling of reversed field pinches and planetary magnetic fields. *Phys. Fluids B*, 2:1589–1600, 1990.

[35] Pouquet A., Frisch U., and J. Léorat. Strong MHD helical turbulence and the nonlinear dynamo effect. *J. Fluid Mech.*, 77:321–354, 1976.

[36] Parker E. N. *Cosmical Magnetic Fields.* Clarendon Press, Oxford, 1979.

[37] Blackman E. G. and Brandenburg A. Dynamic nonlinearity in large-scale dynamos with shear. *Astrophys. J.*, 579(1):359–373, 2002.

[38] Field G. B. and Blackman E. G. Dynamical quenching of the α^2 dynamo. *Astrophys. J.*, 572(1):685–692, 2002.

[39] Seehafer N., Gellert M., Kuzanyan K.M., and V.V. Pipin. Helicity and the solar dynamo. *Adv. Space Res.*, 32:1819–1833, 2003.

[40] Seehafer N. Electric current helicity in the solar atmosphere. *Solar Phys.*, 125:219–232, 1990.

[41] Bao S.D., Zhang H.Q., Ai G.X., and M. Zhang. A survey of flares and current helicity in active regions. *Astron. Astrophys. Suppl.*, 139:331–320, 1999.

[42] Pevtsov A. A., Canfield R.C., and Metcalf T. R. Latitudinal variation of helicity of photospheric magnetic fields. *Astrophys. J. Lett.*, 440(2):109–112, 2009.

[43] Gao Y., Zhang H.Q., and Zhao J.W. Comparison of photospheric current helicity and subsurface kinetic helicity. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 394L:79–83, 2009.

[44] Zhao J. and Kosovichev A. Study of a rotating sunspot and statistics of kinetic helicity near sunspots' surface by local helioseismology. *Bull. Am. Astron. Soc.*, 34:645, 0413 2002. 200th.

[45] H.K. Moffatt. The degree of knottedness of tangled vortex lines. *J. Fluid Mech.*, 35:117–129, 1969.

[46] Yoshizawa A. and Yokoi N. Turbulent magnetohydrodynamic dynamo for accretion disks using the cross-helicity effect. *Astrophys. J.*, 407(2):540–548, 1993.

[47] Yokoi N. Large-scale magnetic fields in spiral galaxies viewed from the cross-helicity dynamo. *Astron. Astrophys.*, 311:731–745, 1993.

[48] Blackman E. G. and Chou T. A vorticity-magnetic field dynamo instability. *Astrophys. J. Lett.*, 489:95, 1997.

[49] Galloway D. J. and Proctor M. R. E. A vorticity-magnetic field dynamo instability. *Natur.*, 356(6371):691–693, 1992.

[50] Woltjer L. On hydromagnetic equilibrium. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 44(9):833–841, 1958.

[51] Brandenburg A. The dual role of shear in large-scale dynamos. *Astron. Nachr.*, 329:725–731, 2008.

[52] Rüdiger G., Kitchatinov L.L., and Brandenburg A. Cross helicity and turbulent magnetic diffusivity in the solar convection zone. *Solar Phys*, 269:3–12, 2011.

[53] 吴望一. 流体力学. 北京大学出版社, 北京, 第一版edition, 1982.

[54] Gough D. O. The anelastic approximation for thermal convection. *J. Atmos. Sci.*, 26:448–456, 1969.

[55] Orszag S.A. Analytical theories of turbulence. *J. Fluid Mech.*, 41:363–386, 1970.

[56] Vainshtein S. I. and L. L. Kitchatinov. The macroscopic magnetohydrodynamics of inhomogeneously turbulent cosmic plasmas. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, 24:273 - 298, 1983.

[57] Brandenburg A. and Subramanian K. Minimal tau approximation and simulations of the alpha effect. *Astron. Astrophys.*, 439:835–843, 2005.

[58] Kleeorin N., Mond M., and Rogachevskii I. Magnetohydrodynamic turbulence in the solar convective zone as a source of oscillations and sunspots formation. *Astron. Astrophys.*, 307:293–309, 1996.

[59] Kitchatinov L. L. and Rüdiger G. Differential rotation in solar-type stars: revisiting the Taylor-number puzzle. *Astron. Astrophys.*, 299:446–452, 1995.

[60] Krivodubskij V.N. and Schultz M. The cosmic dynamo. *IAU Symp.*, 157:25, 1992.

[61] Rüdiger G., Küker M., and Schnerr R.S. The cross helicity at the solar surface by simulations and observations. *arXiv*, 1202:1429, 2012.

[62] Song W. B. *Distribution and Evolution of Solar Photospheric Magnetic Flux*. PhD thesis, National Astronomical Observatiories, Chinese Academy of Sciences, June 2006.

[63] Guo J. *A Quantitative Study on Magnetic Field of Solar Active Regions and Flare-Coronal-Mass-Ejections*. PhD thesis, National Astronomical Observatiories, Chinese Academy of Sciences, December 2006.

[64] Scherrer P.H., Bogart R.S., Bush R.I., and et al. The solar oscillations investigation-Michelson Doppler Imager. *Solar Phys*, 162:129 - 188, 1995.

[65] Liu Y., Norton A.A., and Scherrer P.H. A note on saturation seen in the MDI/SOHO magnetograms. *Solar Phys.*, 241:185–193, 2007.

[66] Private communication with Liu Y. at Stanford university, 2011.

[67] Korzennik S.K., Rabello-Soares M.C., and Schou J. On the determination of Michelson Doppler Imager high-degree mode frequencies. *Astrophys. J.*, 602:481 - 516, 2004.

[68] November L.J. and Simon G.W. Precise proper-motion measurement of solar granulation. *Astrophys. J.*, 333:427 - 442, 1988.

[69] Chae J. Observational determination of the rate of magnetic helicity transport through the solar surface via the horizontal motion of field line footpoints. *Astrophys. J. Lett.*, 560:95 - 98, 2001.

[70] Chae J., Wang H.M., Qiu J., Goode P.R., Strous L., and Yun H.S. The formation of a prominence in active region NOAA 8668. I. SOHO/MDI observations of magnetic field evolution. *Astrophys. J.*, 560:476 - 489, 2001.

[71] Moon Y.J., Chae J., Choe G.S., Wang H.M., Park Y.D., Yun H.S., Yurchyshyn V., and Goode P.R. Photospheric motions and coronal mass ejection productivity. *Astrophys. J.*, 580:574 – 1066, 2002.

[72] Moon Y.J., Chae J., Wang H.M., Choe G.S., , and Park Y.D. Impulsive variations of the magnetic helicity change rate associated with eruptive flares. *Astrophys. J.*, 580:528 – 537, 2002.

[73] Nindos A. and Zhang H.Q. Photospheric motions and coronal mass ejection productivity. *Astrophys. J. Lett.*, 573:133 – 136, 2002.

[74] Liu J.H. *Research on helicity and non-potentiality of solar magnetic field*. PhD thesis, National Astronomical Observatiories, Chinese Academy of Sciences, June 2007.

发表文章目录

[1] Ming-Yu Zhao, Xiao-Fan Wang and Hong-Qi Zhang. The Correlation between the Magnetic and Velocity Fields on the Full Solar Disk. Solar Phys (SCI), vol 270, pages 23 – 33, 2011.

[2] Ming-Yu Zhao, Xiao-Fan Wang and Hong-Qi Zhang. Observational Cross Helicity on Solar Surface. Sci China G (SCI), 2012，will be published

致　　谢

值此论文完成之际，谨在此向多年来给予我关心和帮助的老师、同学、朋友和家人表示衷心的感谢!

感谢我的导师张洪起研究员，他严谨的治学态度，开阔的科学视野，勤奋的生活作风无不令人钦佩。我的学习和研究中，每一点进步都离不开他的关怀，指导和帮助。

感谢邓元勇，张枚，苏江涛，包星明，林刚华，王东光，张志勇，林佳本，胡柯良等老师的关怀和帮助。感谢怀柔站的工作人员提供了良好的工作生活环境。感谢汪国萍老师指导了太阳望远镜的实际观测。感谢王晓帆，杨尚斌，高裕，徐海清等人热心无私的指导与帮助。感谢刘锁和王晓帆对我论文的阅读和指正。感谢郝娟和杨潇帮助完成论文答辩前后的一些事物性工作。感谢一起工作学习的师兄弟姐妹们。

感谢杜红荣老师和艾华老师多年来在生活上的关心和帮助。

感谢各位评审专家的认真评阅。

感谢我的家人们默默无闻的付出和关怀。