

密级 \_\_\_\_\_



**中国科学院大学**  
University of Chinese Academy of Sciences

## 博士学位论文

偏振分析器的高精度偏振定标方法研究及其应用

作者姓名 \_\_\_\_\_ 侯俊峰

指导教师 \_\_\_\_\_ 邓元勇 研究员    王东光 研究员

\_\_\_\_\_ 中国科学院国家天文台

学位类别 \_\_\_\_\_ 理学博士

学科专业 \_\_\_\_\_ 天文技术与方法

培养单位 \_\_\_\_\_ 中国科学院国家天文台

2013 年 4 月

Typeset by L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 2 $\epsilon$  at May 20, 2013

With package CASthesis v0.2 of C<sub>T</sub>E<sub>X</sub>.ORG

# Studies and applications of polarimeter's polarization calibration with high precision

By  
**Junfeng Hou**

A Dissertation Submitted to  
University of Chinese Academy of Sciences  
In partial fulfillment of the requirement  
For the degree of  
Doctor of Astrophysics

National Astronomical Observatories  
Chinese Academy of Sciences

April, 2013



## 摘 要

偏振测量是天文学家们了解天体的物理状况、研究天体辐射机制和天体辐射经过的介质特性等的必要手段。偏振分析器作为望远镜系统偏振测量的核心部件，其研制精度直接影响望远镜的偏振测量精度。随着天文研究的日益深入，天文学家们要求望远镜拥有更高的偏振测量精度。尤其在太阳物理领域，新一代的太阳磁场望远镜都有非常高的偏振精度要求，例如美国正在研制的先进技术太阳望远镜 (ATST) 要求偏振测量精度达到  $5 \times 10^{-4} I_c$ ，我国正在预研的深空太阳天文台 (DSO) 和中国巨型太阳望远镜 (CGST) 要求达到  $2 \times 10^{-4} I_c$ 。如此高的偏振测量精度要求，偏振分析器本身的制造精度已很难满足，而是需要对其进行高精度偏振定标来实现。因此，如何实现高精度偏振定标成为正在研制的太阳磁场望远镜的研究热点。

本论文的目的在于通过分析论证，确定本课题应用的高精度偏振定标方法，并以此建立相应的实验测试系统，获取实验结果，为我国高偏振精度的 DSO 和 CGST 望远镜的研制积累经验和技术。本论文围绕偏振分析器的高精度定标工作展开，主要内容和创新成果如下：

### 1. 高精度偏振定标方法的研究

设计了多点偏振定标方案和非线性拟合偏振定标方案，多点偏振定标方案综合了传统的四点定标法和 E-P 定标法的优点，非线性拟合定标方案基本不依赖于拟合初值的选择，应用性强；而且，根据 CGST 望远镜的偏振测量精度要求，分析比较了各种误差因素对两种定标方案的影响，给出了误差源的可容忍误差范围。

### 2. 高精度偏振实验系统的建立

建立了偏振分析器的偏振定标系统，突破了同步采集的关键技术，实现了基于 Labview 的自动化控制；实验比较了两种定标方案的测量结果，实验表明，非线性拟合定标法优于多点定标，偏振测量精度达到  $1.2 \times 10^{-3} I_c$ 。

### 3. 高精度偏振定标方法的应用

(1) 开展了波片相位延迟的自校准测量方法研究，首次通过求解系统的非线性方程避免了旋转波片的相位延迟误差影响；建立了实验测量系统，相位

延迟测量精度在  $0.04^\circ$  以内；

(2) 开展了偏振元件 Mueller 矩阵的非线性拟合测量方法研究，首次利用非线性拟合方法实现了 Mueller 矩阵的测量，避免了传统测量方法中波片的方位角和相位延迟定标不准确引起的测量误差；建立了 Mueller 矩阵椭偏仪系统，Mueller 测量精度在 0.01 以内。

#### 4. COSMO 项目 K 冕仪的偏振分析器的理论设计和测量

对在研的国际最大的日冕仪项目 COSMO 中 K 冕仪的偏振分析器进行了理论设计和测量。基于偏振测量效率分析，利用偏振光传输理论设计了“Stokes definition”型线偏振偏振分析器；并研制了两组偏振分析器，测量得到它们在观测模式( $I, Q, U$ )的偏振效率分别为(99%,70%,72%)和(99%,67%,71%)，接近于理想值。

偏振分析器的高精度偏振定标研究不仅填补了我国太阳望远镜高精度偏振定标的空白，而且可以扩展应用到其他天文研究乃至精密偏振光学测量领域，对于提高我国在偏振测量领域的国际学术地位和望远镜的偏振观测水平具有极为重要的学术意义和应用价值。

**关键词：** 偏振定标，偏振分析器，偏振响应矩阵，Mueller 矩阵椭偏仪

## Abstract

The study of polarization within Astronomy has a strong role to play as a diagnostic for understanding the behavior of celestial sources. As the key element of telescope for measuring polarization signals, polarimeter's manufacturing accuracy directly affects polarization accuracy of telescope. With the development of astronomical research, telescopes are required to have higher polarization accuracy. Especially in the field of solar physics, A new generation of solar telescope has a very high polarization accuracy requirements, such as ATST (Advanced Technology Solar Telescope) is less than  $5 \times 10^{-4}I_c$ , DSO (Deep Space Solar Observatory) and CGST (Chinese Giant Solar Telescope) less than  $2 \times 10^{-4}I_c$ . The requirement is so high that it is hard to meet only to improve polarimeter's manufacturing precision, but it is necessary to calibrate it with high-precision. Therefore, it is the study of high-precision polarization calibration method that currently becomes a hot issue in solar magnetic fields.

The purpose of this thesis is to design and develop the high-precision polarization calibration method and measuring system, accumulating experience and techniques for the development of the new telescopes (DSO and CGST). The main contents and innovations are as follows:

### 1. The study of polarization calibration method with high precision

We design two calibration methods, multi-point calibration method and nonlinear-fitting calibration method, the former contains advantages of traditional four-points calibration method and E-P calibration method, the latter does not depend on the selection of initial values and has great value of practical application; Moreover, we analyze and compare their measuring errors based on CGST polarization accuracy requirements, obtain the error tolerances of all kinds of error sources.

### 2. The development of the polarization calibration set-up

We establish the polarization calibration set-up for calibrating polarimeter,

break through the key technique of polarimeter's synchronous acquisition, realize Labview automation control; A polarimeter is measured by both methods above, it is showed that, the measuring accuracy of nonlinear-fitting method is higher and is about  $1.2 \times 10^{-3} I_c$ .

### 3. The applications of the high-precision polarization calibration method

(1) Study the self-calibration method for measuring waveplate's retardation, the retardation are measured by solving nonlinear equations of system for the first time, avoiding the affection of the rotating-waveplate' retardation error; develop the measuring system, and its accuracy is within  $0.04^\circ$  ;

(2) Study the nonlinear fitting method of Mueller matrix, Nonlinear fitting method is applied to measure Mueller matrix for the first time; develop the Mueller ellipsometry system, and its accuracy is within 0.01 .

### 4. The design and measurement of polarimeter for COSMO K-coronagraph project

Study the design and measurment of polarimeter for COSMO K-coronagraph project, The world's largest coronagraph. Based on the analysis of polarization efficiency, we design the "Stokes definition" linear polarimeter by polarized light theory; we develop two sets of polarimeters, and measure their polarization efficiencies in observation mode, they are (99%,70%,72%) and (99%,67%,71%) respectively, close to the ideal value.

The study for polarization calibration of polaimeter with high-precision not only fill our countries blank in this field, but also can be extended and applied to other astronomical research and even polarization optics field. It has extremely important academic significance and application value for improving the level of international academic status of China in the field of polarization measurements and polarization observations of telescope.

**Keywords:** Polarization calibration, polarimeter, polarimeter response matrix, Mueller matrix ellipsometry

# 目 录

摘要 .....	i
Abstract .....	iii
目录 .....	v
第一章 引言 .....	1
1.1 天体的偏振测量 .....	1
1.2 本课题的研究目的与意义 .....	3
1.3 主要研究内容 .....	4
第二章 偏振分析器 .....	5
2.1 偏振光的传输 .....	5
2.1.1 偏振光的数学描述 .....	5
2.1.2 偏振光的Stokes参数描述 .....	7
2.1.3 Stokes参数与椭圆参数的关系 .....	8
2.1.4 偏振器件的Mueller矩阵 .....	9
2.1.5 线性系统的矩阵条件数 .....	10
2.2 偏振分析器的原理和结构 .....	11
2.3 偏振分析器的分类 .....	14
2.4 偏振响应矩阵与偏振测量精度 .....	15
2.4.1 偏振响应矩阵 .....	15
2.4.2 偏振测量精度 .....	16
2.5 偏振测量效率 .....	18
2.6 偏振分析器的优化设计 .....	19
2.7 本章小结 .....	20

<b>第三章 高精度偏振定标方法研究</b> .....	<b>23</b>
3.1 偏振分析器的偏振定标原理 .....	23
3.2 偏振定标方法的研究现状 .....	24
3.2.1 四点定标法和E-P(Equator-Poles)定标法 .....	24
3.2.2 非线性拟合定标法 .....	26
3.2.3 傅立叶分析定标法 .....	26
3.3 本课题的偏振定标设计方案一——多点偏振定标 .....	27
3.3.1 多点偏振定标原理 .....	27
3.3.2 误差分析 .....	28
3.4 本课题的偏振定标设计方案二——非线性拟合偏振定标 .....	36
3.4.1 非线性拟合偏振定标原理 .....	37
3.4.2 难点分析 .....	38
3.4.3 误差分析 .....	43
3.5 两种偏振定标方案比较 .....	51
3.6 本章小结 .....	52
<b>第四章 高精度偏振实验系统的建立与实测分析</b> .....	<b>53</b>
4.1 偏振定标实验系统的建立 .....	53
4.1.1 定标单元 .....	54
4.1.2 偏振分析器 .....	56
4.1.3 光纤光谱仪 .....	57
4.1.4 同步采集方案 .....	60
4.1.5 Labview控制 .....	62
4.2 偏振分析器的实测分析 .....	63
4.2.1 偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ 的测量 .....	63
4.2.2 偏振定标精度估计 .....	64
4.2.3 讨论 .....	68
4.3 本章小结 .....	70

---

<b>第五章 高精度偏振定标方法的应用</b> .....	<b>71</b>
5.1 波片相位延迟的自校准测量 .....	71
5.1.1 测量原理 .....	72
5.1.2 误差分析 .....	74
5.1.3 结果与讨论 .....	78
5.2 基于非线性拟合法的Mueller矩阵测量 .....	80
5.2.1 测量原理 .....	81
5.2.2 实验装置 .....	83
5.2.3 误差分析 .....	85
5.2.4 结果与讨论 .....	88
5.3 本章小结 .....	90
<b>第六章 COSMO项目K冕仪中偏振分析器的设计和测量</b> .....	<b>93</b>
6.1 研究背景 .....	93
6.2 偏振分析器设计 .....	94
6.3 偏振分析器的检测和性能分析 .....	97
6.3.1 方位角校准 .....	97
6.3.2 Mueller矩阵测量 .....	100
6.3.3 偏振分析器的性能分析 .....	100
6.3.4 讨论 .....	104
6.4 本章小结 .....	105
<b>第七章 总结与展望</b> .....	<b>107</b>
7.1 工作总结 .....	107
7.2 未来工作展望 .....	108
<b>参考文献</b> .....	<b>109</b>
<b>发表文章目录</b> .....	<b>119</b>
<b>简历</b> .....	<b>121</b>

致谢 ..... 123

## 表 格

2.1	偏振分析器中几种常用线偏振片的特性比较 <sup>[14]</sup> 。 .....	12
2.2	偏振分析器中几种常用调制器件的性能比较 <sup>[14]</sup> 。 .....	13
3.1	线偏振片和1/4波片的方位角组合(P,C)值。 .....	28
3.2	两种偏振定标方法的误差源可容忍误差范围对比。 .....	52
4.1	步进电机PRM1Z8的技术参数。 .....	55
4.2	USB2000+微型光纤光谱仪的技术参数。 .....	59
5.1	平均值和方差。 .....	79
5.2	PSG和PSA在中心波长 $\lambda_0=750\text{nm}$ 的偏振设计参数。 .....	84
6.1	入射光的Stokes矢量 $\mathbf{S}_m = [I, Q, U, V]^T$ 在调制器中的传播。 .....	95
6.2	偏振分析器的设计公差。 .....	98



## 插 图

2.1	椭圆的 $X, Y$ 坐标与 $\xi, \eta$ 坐标的关系。 .....	5
2.2	偏振响应矩阵与Stokes矢量的关系 <sup>[29]</sup> 。 .....	16
3.1	偏振分析器的偏振定标原理示意图。 .....	24
3.2	入射光的 $q_{in}$ 参量引起的测量误差。横坐标为 $q_{in}$ 参量。实线为 $\Delta\mathbf{X}^D$ ，点线为 $\Delta\mathbf{X}^B$ ，下同。 .....	30
3.3	入射光的 $u_{in}$ 参量引起的测量误差。横坐标为 $u_{in}$ 参量。 .....	31
3.4	线偏振片不理想引起的测量误差。横坐标为线偏振度 $p$ 。 .....	31
3.5	定标单元波片的方位角误差 $\Delta\theta$ 引起的测量误差。横坐标为 $\Delta\theta$ ，单位(°)。 .....	32
3.6	定标单元波片的相位延迟误差 $\Delta\delta$ 引起的测量误差。横坐标为 $\Delta\delta$ ，单位(°)。 .....	33
3.7	光强衰减引起的测量误差。横坐标为 $r$ 。 .....	35
3.8	探测器的非线性引起的测量误差。横坐标为 $a$ 。 .....	35
3.9	随机误差。横坐标为统计噪声 $\epsilon$ 。 .....	36
3.10	系统雅可比矩阵 $\mathbf{A}$ 的条件数 $\text{Cond}(\mathbf{A})$ 与步长 step 的关系。 .....	41
3.11	系统不完备时系统参数拟合误差。横坐标为模拟次数，下同。 ...	43
3.12	系统不完备时 $\mathbf{X}$ 的拟合误差。 .....	44
3.13	系统不完备时的拟合残差。 .....	44
3.14	系统完备时系统参数拟合误差。 .....	44
3.15	系统完备时 $\mathbf{X}$ 的拟合误差。 .....	45
3.16	系统完备时的拟合残差。 .....	45
3.17	随机误差引起的系统参数拟合结果。横坐标为统计噪声 $\epsilon$ 。实线为”Stokes definition”型偏振分析器的拟合结果，点线为”Stokes balanced”型偏振分析器的拟合结果，下同。 .....	47

3.18 随机误差引起的偏振响应矩阵拟合误差 $\Delta\mathbf{X}^D$ 和 $\Delta\mathbf{X}^B$ 。横坐标为统计噪声 $\varepsilon$ 。 .....	47
3.19 线偏振片不理想引起的系统参数的拟合误差，横坐标为线偏振度 $p$ 。 .....	48
3.20 线偏振片不理想引起的偏振响应矩阵拟合误差 $\Delta\mathbf{X}^D$ 和 $\Delta\mathbf{X}^B$ 。横坐标为线偏振度 $p$ 。 .....	48
3.21 光强衰减引起的系统参数的拟合误差，横坐标为衰减率 $r$ 。 .....	49
3.22 光强衰减引起的偏振响应矩阵拟合误差 $\Delta\mathbf{X}^D$ 和 $\Delta\mathbf{X}^B$ 。横坐标为 $r$ 。 .....	50
3.23 探测器的非线性引起的系统参数的拟合误差，横坐标为 $a$ 。 .....	50
3.24 探测器的非线性引起的偏振响应矩阵拟合误差 $\Delta\mathbf{X}^D$ 和 $\Delta\mathbf{X}^B$ 。横坐标为 $a$ 。 .....	51
4.1 偏振定标实验装置示意图。 .....	53
4.2 偏振定标实验装置实物图。 .....	54
4.3 步进电机及驱动器。 .....	55
4.4 传统的KD*P材料”Stokes definition”型偏振分析器 <sup>[60]</sup> 。 .....	56
4.5 偏振分析器的测量效率。 .....	58
4.6 偏振分析器的偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ 。 .....	58
4.7 USB2000+微型光纤光谱仪。 .....	60
4.8 同步采集方案较差时的测量数据。 .....	61
4.9 偏振定标系统的高速同步采集设计流程图。 .....	62
4.10 本实验同步采集方案的测量数据准确性验证。 .....	63
4.11 Labview控制流程图。 .....	64
4.12 非线性拟合偏振定标法的系统参数拟合结果。 .....	65
4.13 偏振响应矩阵的测量结果。实线为 $\mathbf{X}^f$ ，虚线为 $\mathbf{X}^d$ 。 .....	65
4.14 多点偏振定标法的偏振响应矩阵的标准偏差。 .....	66
4.15 非线性拟合偏振定标法的偏振响应矩阵的标准偏差。 .....	67
4.16 非线性拟合偏振定标法的系统参数的标准偏差。 .....	67
4.17 偏振响应矩阵的测量精度估计 $\Delta\mathbf{X}^d$ 。 .....	68

4.18 偏振响应矩阵的测量精度估计 $\Delta\mathbf{X}^f$ 。 .....	69
5.1 波片的相位延迟测量实验装置图。 .....	72
5.2 $\theta_\alpha$ 的优化。(a)表示不同延迟的样品对应的最小的测量误差值; (b)表示与最小的测量误差值相应的 $\theta_\alpha$ 的优化值。 .....	76
5.3 方位角误差引起的延迟测量误差与样品延迟的关系。(a)、(c)分 别表示 $\theta_\alpha = 31^\circ$ 和 $\theta_\alpha = 45^\circ$ 样品的方位角误差引起的测量误差; (b)、(d)分别表示 $\theta_\alpha = 31^\circ$ 和 $\theta_\alpha = 45^\circ$ 时补偿器的方位角误差引 起的测量误差。 .....	76
5.4 二向色性引起的延迟测量误差与样品延迟的关系。(a)、(b)分 别表示样品和补偿器的二向色性引起的延迟测量误差。 .....	77
5.5 光强抖动(a)和电机旋转误差(b)引起的延迟测量误差与样品 延迟的关系。 .....	78
5.6 总的系统误差和随机误差。 .....	79
5.7 波片的相位延迟测量实验装置图。 .....	80
5.8 Mueller矩阵测量原理图。 .....	81
5.9 实验装置图。 .....	83
5.10 测量系统实物图。 .....	84
5.11 $\mathbf{X}$ 的矩阵条件数。实线表示该测量系统 $\mathbf{X}$ 的矩阵条件数,点划线 表示 $\mathbf{X}$ 的矩阵条件数的理想值。 .....	86
5.12 随机误差与光源抖动的关系。实线: $\lambda_0/2$ 波片;点线: $\lambda_0/4$ 波 片;虚线:偏振片。 .....	87
5.13 系统误差与起偏器线偏振度 $p$ 的关系。实线: $\lambda_0/2$ 波片;点线: $\lambda_0/4$ 波片;虚线:偏振片,下同。 .....	88
5.14 $p = 0.998$ 时测量误差随波长的变化曲线。 .....	89
5.15 样品的Mueller矩阵 $\mathbf{M}_S$ 的平均值。 .....	91
5.16 样品的Mueller矩阵 $\mathbf{M}_S$ 的标准偏差。 .....	91
5.17 波片1的相位延迟和初始方位角。 .....	92
6.1 偏振分析器在观测模式的偏振效率。不同的曲线代表FeLC2和QWP的 方位角的不同组合。 .....	97

6.2	偏振分析器在定标模式下的偏振效率。 .....	98
6.3	偏振分析器的偏振响应矩阵的理论值。 .....	99
6.4	偏振元件的参数测量。实线：23°C；点线：29°C；虚线：35°C。 ·	101
6.5	观测模式下由偏振元件的测量参数计算得到偏振效率。实线： 23°C；点线：29°C；虚线：35°C。 .....	102
6.6	定标模式下由偏振元件的测量参数计算得到偏振效率。实线： 23°C；点线：29°C；虚线：35°C。 .....	102
6.7	观测模式下偏振分析器的偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ 。实线：理论设计值； 点线：参数模拟值；虚线：实际测量值。 .....	103
6.8	观测模式下偏振分析器的偏振效率。实线：理论设计值；点线： 参数模拟值；虚线：实际测量值。 .....	103
6.9	定标模式下偏振分析器的偏振效率。实线：理论设计值；点线： 参数模拟值；虚线：实际测量值。 .....	104
6.10	偏振分析器实物图。 .....	105

# 第一章 引言

## 1.1 天体的偏振测量

早在 1811 年法国科学家 D. E. Arago 就发现了月面反射的太阳光是部分线偏振光<sup>[1,2]</sup>。此后，陆续发现行星的辐射，日冕、黄道光、蟹状星云的辐射也是偏振的。1948 年前后，J. S. Hall<sup>[3,4]</sup>和 W. A. Hiltner<sup>[5-9]</sup>对恒星所作偏振测量表明：大多数远距离恒星的辐射是部分线偏振的，银维低的恒星在垂直于银河旋臂的方向上偏振度较大。

产生天体辐射偏振的原因很多，这些原因大致有<sup>[10]</sup>：(a) 固体表面反射，如月球、火星、水星和小行星表面对光的反射产生偏振现象；(b) 微粒散射，如恒星辐射受星际尘埃散射产生偏振，又如黄道光、彗星中尘埃散射光，以及金星大气中水滴散射光，木星、反射星云、晚型星的大气和漩涡星系的辐射等；(c) 分子散射（即瑞利散射），如木星和其他外行星以及金星大气散射光，晚型星的大气中也有可能出现分子散射；(d) 自由电子散射（即汤姆逊散射），日冕和早型星外壳辐射即属此类；(e) Hanle效应，即磁场中束缚电子的共振散射，色球和日冕中发射线的线偏振就是由这种效应产生的；(f) Zeeman效应，如太阳黑子和磁性光谱线的圆偏振和线偏振，白矮星辐射的圆偏振和线偏振，星际介质中分子和中性氢的射电频率发射线；(g) 回旋共振辐射（又称磁韧致辐射），如色球和日冕辐射中的情形；(h) 同步加速辐射。在某些情形下也可能是逆康普顿散射或电子同步加速辐射产生的。如木星的分米波辐射，蟹状星云、脉冲星、银河背景辐射，射电星系、类星色电源的辐射。

几乎任何天体都是有偏振的，相比于成像和成谱观测，天体的偏振测量可以得到更多的信息。偏振依赖于辐射光束起源的物理环境，测量天体辐射的偏振状态，能为了解天体的物理状况、研究天体辐射机制和天体辐射经过的介质特性提供极有用的资料。例如，由日冕的偏振测量可以求出日冕内电子密度和温度分布；观测Zeeman效应产生的偏振用以确定天体磁场；由恒星辐射的偏振资料可以推算星际磁场；观测行星大气散射光的偏振能得知行星大气组成的情况等等。

在许多天文观测中，偏振辐射强度仅仅占总辐射强度的百分之几甚至更

弱<sup>[11]</sup>。在这样的偏振测量环境中，即使非常小的辐射流测量误差也可能导致很大的偏振测量误差。为了提高偏振测量精度，偏振分析器被应用于天文观测<sup>[12-14]</sup>。偏振分析器是偏振调制器件与偏振片或偏振棱镜的组合，通过快速调制实现信号的差分测量( $Q/I, U/I, V/I$ )。显然，偏振分析器的偏振测量对总的辐射强度 $I$ 是不灵敏的，目前已成为天文观测中偏振信号探测的重要仪器。

在太阳物理研究中，太阳磁场的测量由偏振分析器实现。偏振分析器通过偏振元器件的不同组合及调制，分离来自太阳光波偏振态的各个Stokes参量，将太阳光的偏振信号转化为光强信号由CCD接收。然后，通过解调分析重建来自太阳光的偏振信息，根据Zeeman效应、辐射转移方程和太阳大气模型等理论反演定标得到太阳磁场，以此研究黑子、耀斑及日冕物质抛射等与磁场有关的太阳活动现象<sup>[15]</sup>。随着太阳物理研究的日益深入，磁场的精确测量变的愈加重要<sup>[16]</sup>。偏振测量作为太阳磁场测量的必要手段，新一代的太阳磁场望远镜对偏振测量精度提出了非常高的要求，例如正在研制美国的先进技术太阳望远镜(ATST)<sup>[17]</sup>要求偏振测量精度达到 $5 \times 10^{-4} I_c$  ( $I_c$ 为太阳的连续谱强度)，我国正在预研的深空太阳天文台(DSO)<sup>[18]</sup>和中国巨型太阳望远镜(CGST)<sup>[19]</sup>都要达到 $2 \times 10^{-4} I_c$ 。面对如此高的偏振测量精度要求，偏振分析器作为望远镜偏振测量的核心部件，其元器件的制造和装调精度将直接影响望远镜的偏振测量精度。然而，即使再精密的研制，也不可能使偏振分析器的偏振元件没有制造误差、系统没有装调误差，这一问题限制了偏振测量精度的提高<sup>[20]</sup>。科学家们不断探求通过高精度偏振定标的方法弥补偏振分析器的高精度研制困难。理论上，如果偏振定标精度越高，则可以适当放松对偏振分析器的研制精度要求，从而克服上述困难。可见，在高偏振精度的太阳磁场望远镜的研制中，攻克偏振分析器的高精度定标这一关键技术显得非常重要。

偏振分析器的定标通常是在其前端插入定标单元实现，定标单元一般包括一个可旋转的线偏振片和可旋转的1/4波片，偏振定标的不同在于定标方法的差别。偏振分析器的偏振定标方法主要有四点定标法、E-P定标法、非线性拟合定标法和傅立叶分析定标法。1980年，美国高山天文台(High Altitude Observatory, HAO)的Thomas G. Baur利用萨克峰(Sac Peak)的40厘米日冕仪进行太阳磁场观测时，在偏振分析器前放入偏振定标轮作为定标单元，通过偏振元件产生已知的偏振状态，即Stokes参数的 $\pm Q$ 、 $\pm U$ 和 $\pm V$ 分量，实现了偏振分析器的偏振定标<sup>[21]</sup>，这种定标方法为四点定标法的雏形；随后，R. M. A. Azzam等人提出了四点定标法，在此基础上发展了E-P定

标<sup>[22-24]</sup>，该方法消除了定标单元中波片的相位延迟不准确引起的一阶测量误差；1997年，美国HAO天文台的A. Skumanich和B. W. Lites<sup>[25]</sup>采用非线性多参数数据拟合的方法，成功定标了ASP(Advanced Stokes Polarimeter)偏振分析器，并将该数据用于补偿NSO-VTT(National Solar Observatory/Sunspot Vacuum Tower Telescope)的偏振测量误差。这种方法降低了对偏振分析器和定标单元制造误差的要求，使得高精度偏振测量成为可能，其原理在后来研制的太阳望远镜中得到了成功的应用，如瑞典的SST(Swedish 1-meter Solar Telescope)<sup>[26]</sup>，德国的POLIS(the Polarimetric Littrow Spectrograph)<sup>[27,28]</sup>、日本的SOT/Hinode<sup>[29]</sup>以及美国的HMI/SDO<sup>[30]</sup>等等；2005年Frans snik提出了傅立叶分析定标法<sup>[31]</sup>，该方法包含了定标系统中所有可能的误差源。上述各种偏振定标方法均存在理论上的缺陷不足和技术上的问题和困难，例如，四点定标法和E-P定标法假设入射光是完全非偏振的且定标单元是理想的；非线性拟合偏振定标的参数选择和全局优化问题决定了偏振定标的可靠性和实用性；傅立叶分析定标只考虑一阶误差且定标的复杂性给技术实现带来很大困难。目前，正在研制的大型太阳望远镜仍在继续探寻更加紧密有效的偏振定标方法。

我国太阳磁场的观测研究始于上世纪八十年代，以国家天文台怀柔太阳观测基地为主导研制了35厘米太阳磁场望远镜<sup>[32]</sup>、60厘米多通道望远镜<sup>[33]</sup>以及全日面太阳磁场望远镜<sup>[34]</sup>，基于当时的技术指标，这些观测设备均没有采用偏振定标单元。2001年，云南天文台的屈中权研究员在太阳Stokes光谱望远镜(Solar Stokes Spectral Telescope，简称S3T)上，在国内首次使用定标轮进行初步偏振定标，成功地实现了双光束的太阳光谱偏振测量<sup>[35]</sup>。因此，偏振分析器的高精度偏振定标方法的研究及其相关实验在国内尚属空白。

综上所述，开展偏振分析器的高精度偏振定标方法的研究不仅是我国未来大型望远镜实现高偏振度精度测量的重要保障，而且是我国太阳磁场观测水平走在国际前列不可或缺的技术手段。

## 1.2 本课题的研究目的与意义

本课题的研究目的：(1) 建立一套全面的、可靠的高精度偏振定标理论体系，解决偏振分析器的高精度定标问题；(2) 建立一套高精度的偏振定标实验系统，实现偏振分析器的偏振定标。

本课题的研究意义：本课题的研究在我国首次实现了对偏振分析器的高精度偏振定标，建立了可靠的偏振定标方法和测试系统，为将来我国大口径太阳磁场望远镜如 CGST、DSO 的研制提供了详实的理论依据和切实可行的技术基础；而且，本课题的研究可以扩展应用到其他天文研究乃至精密偏振光学测量领域，对于提高我国在偏振测量领域的国际学术地位和望远镜的偏振观测水平具有极为重要的学术意义和应用价值。

### 1.3 主要研究内容

本文在第二章主要介绍了偏振分析器，阐述了与本课题相关的一些名词解释和优化理论。

第三章从方案设计、难点分析、误差分析等方面入手，分别深入研究了两种偏振定标方法：多点偏振定标法和非线性拟合偏振定标方法。

第四章着重于建立偏振定标系统和实测分析。详细介绍了系统各部分的设计依据及技术实现方法；实验比较了两种偏振定标方案的测量结果。

第五章着重于非线性拟合偏振定标方法的应用。基于非线性拟合偏振定标的基本思想，实现了波片相位延迟的自校准测量和偏振元件 Mueller 矩阵的非线性拟合测量。

第六章介绍了 COSMO 项目中 K 冕仪的偏振分析器的设计和测量工作。

第七章是对博士工作的总结和展望。

## 第二章 偏振分析器

本章详细地介绍了偏振分析器的相关背景知识，阐述了与本课题有关的一些物理量及数学基础知识，明确给出各个物理量之间的相互关系，为后面章节的论述做铺垫。

### 2.1 偏振光的传输

偏振分析器的设计和定标离不开偏振光的传输理论，本节简要介绍了描述偏振光和偏振元件的偏振特性的物理量以及相互关系，论述了线性偏振系统的优化方法。

#### 2.1.1 偏振光的数学描述

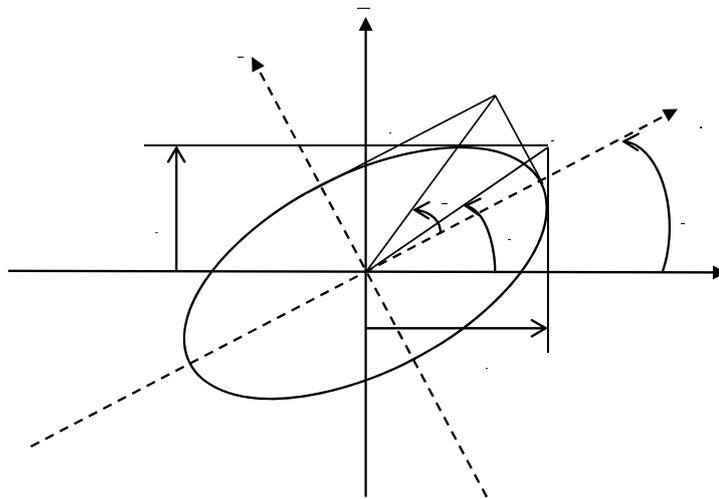


图 2.1: 椭圆的 $X, Y$ 坐标与 $\xi, \eta$ 坐标的关系。

沿观测者( $Z$ 轴)传播的任何光束的电矢量的振动，可以分解为垂直于视向的 $(X, Y)$ 平面内的两个正交方向上的振动之和。假定波列为单色波，则振动

为:

$$\begin{aligned} E_x &= a_x \cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} Z + \varphi_x) \\ E_y &= a_y \cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} Z + \varphi_y) \end{aligned} \quad (2.1)$$

这里  $\pi + \varphi_x \geq \varphi_y \geq \varphi_x$ ,  $\tau = \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} Z$ ,  $\delta = \varphi_y - \varphi_x$  为相对相位差。

我们知道, 在椭圆方程式中, 如果给出了  $X, Y$  振动分量的振幅  $a_x, a_y$  和相对相位差  $\delta$ , 可求出参考面迹, 而且它的轨迹为椭圆。另外, 根据长轴和  $X$  轴的倾斜角  $\psi$ , 长轴  $b_\xi$  和短轴  $b_\eta$  的长度比以及其椭圆上振动矢量的右旋或左旋的极性, 也可以表示椭圆。图 2.1 为椭圆的  $X, Y$  坐标与  $\xi, \eta$  坐标的关系。可以用  $X, Y$  正交坐标系和与椭圆主轴相一致的  $\xi, \eta$  坐标系表示同一个椭圆。令与长轴相一致的轴为  $\xi$  轴, 与短轴相一致的轴为  $\eta$  轴,  $X$  轴和  $\xi$  轴之间的夹角为  $\psi$ 。根据坐标的旋转,  $\xi, \eta$  坐标系的振动矢量分量  $E_\xi, E_\eta$  为

$$\begin{aligned} E_\xi &= E_x \cos \psi + E_y \sin \psi \\ E_\eta &= -E_x \sin \psi + E_y \cos \psi \end{aligned} \quad (2.2)$$

另外, 在  $\xi, \eta$  坐标系可表示为

$$\begin{aligned} E_\xi &= b_\xi \cos(\tau + \varphi_\xi) \\ E_\eta &= \mp b_\eta \sin(\tau + \varphi_\xi) \end{aligned} \quad (2.3)$$

由于公式 (2.2) 和 (2.3) 表示同一个椭圆, 二者应当相等。由此通过一系列数学运算可求出, 用正交坐标系表示某一状态的椭圆偏振光时其参数之间的关系, 见公式 (2.4),

$$\begin{aligned} b_\xi^2 + b_\eta^2 &= a_x^2 + a_y^2 \\ \tan 2\psi &= \frac{2a_x a_y \cos \delta}{a_x^2 - a_y^2} \\ \mp \frac{b_\xi b_\eta}{b_\xi^2 + b_\eta^2} &= \frac{a_x a_y}{a_x^2 + a_y^2} \sin \delta \end{aligned} \quad (2.4)$$

式中  $\delta$  值为正时成为右旋的, 为负时成为左旋的椭圆偏振光。即式中的第三式左边的符号表示了这种关系。另外, 椭圆长轴的方位取  $\pm 90^\circ$  范围。  $Y, X$  分量的振幅比 ( $a_y/a_x$ ) 及椭圆短长轴之比 ( $b_\eta/b_\xi$ ) 的反正切, 分别称为振幅比角  $\alpha$  和椭圆

率角 $\beta$ , 即

$$\begin{aligned}\tan \alpha &= \frac{a_x}{a_y}, -90^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ \\ \tan \beta &= \frac{b_\eta}{b_\xi}, -45^\circ \leq \beta \leq 45^\circ\end{aligned}\quad (2.5)$$

这里的椭圆率角 $\beta$ 的正负意味着右旋及左旋的椭圆偏振光, 与 (2.4) 式的第三式的符号相对应。由于存在如下的三角函数关系:

$$\begin{aligned}\tan 2\alpha &= \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \\ \sin 2\alpha &= \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha},\end{aligned}$$

公式 (2.4) 可改写为

$$\begin{aligned}b_\xi^2 + b_\eta^2 &= a_x^2 + a_y^2 \\ \tan 2\psi &= \tan 2\alpha \cos \delta \\ \sin 2\beta &= \sin 2\alpha \sin \delta\end{aligned}\quad (2.6)$$

从而得到 $X, Y$ 坐标系下的椭圆偏振光的参数关系 [36]。

### 2.1.2 偏振光的Stokes参数描述

根据 (2.1) 式中定义的以 $E_x, E_y$ 作为 $X, Y$ 轴方向振动分量的光的电矢量, 定义如下的参量为用于处理偏振光的Stokes矢量 [36,37]:

$$\begin{aligned}I &= \langle |E_x|^2 \rangle + \langle |E_y|^2 \rangle \\ Q &= \langle |E_x|^2 \rangle - \langle |E_y|^2 \rangle \\ U &= \langle 2E_x E_y \cos \delta \rangle \\ V &= \langle 2E_x E_y \sin \delta \rangle\end{aligned}\quad (2.7)$$

式中,  $\mathbf{S} = [I, Q, U, V]^T$ 即为偏振光的Stokes参数,  $I$ 表示光波的总强度;  $\pm Q$ 反映线偏振光水平和垂直的程度;  $\pm U$ 反映线偏振光与 $Q$ 成 $\pm 45^\circ$ 的程度;  $\pm V$ 反映光束中圆偏振光的左旋或右旋的程度。

对于完全偏振光:

$$I^2 = Q^2 + U^2 + V^2$$

对于部分偏振光，其偏振度可以表示为：

$$P = \left( \frac{I^2 = Q^2 + U^2 + V^2}{I^2} \right)^{1/2}$$

显然，四个Stokes参数给定后，光束的强度及偏振状态就完全确定了。采用Stokes参数的主要优点是这四个参量均为可测量，且均为辐射强度量纲，通过偏振分析器中偏振元件的组合，可以分离出各个参数。

### 2.1.3 Stokes参数与椭圆参数的关系

在前一节叙述了表示偏振光状态时使用的Stokes参量。对于完全偏振光有关系式 $I^2 = Q^2 + U^2 + V^2$ 。因此，在空间正交坐标系的各轴取为 $Q, U, V$ 时，表示偏振光状态的坐标 $Q, U, V$ 所确定的点位于以强度 $I$ 为半径的球面上。当只对偏振光状态感兴趣时，且考虑单位强度的光，可以用单位球面上的点表示偏振光状态。

为了搞清楚球面上点的位置具有的意义，可根据表示椭圆的参量 $\psi$ (长轴方位)和 $\beta$ (椭圆率角)写出 $Q, U, V$ 的表达式。从公式(2.6)的第三式和式(2.7)的第四式可得

$$\begin{aligned} V &= 2a_x a_y \sin \delta = 2a_x a_y \frac{\sin 2\beta}{\sin 2\alpha} \\ &= \frac{2a_x a_y}{2 \sin \alpha \cos \alpha} \sin 2\beta = (a_x^2 + a_y^2) \sin 2\beta = I \sin 2\beta \end{aligned} \quad (2.8)$$

应用式(2.6)的第二式及式(2.7)的第三式得

$$\begin{aligned} U &= 2a_x a_y \cos \delta = 2a_x a_y \frac{\tan 2\psi}{\tan 2\alpha} \\ &= (a_x^2 - a_y^2) \tan 2\psi = Q \tan 2\psi \end{aligned} \quad (2.9)$$

而 $Q$ 的表达式可由下式求得

$$\begin{aligned} Q^2 &= I^2 - U^2 - V^2 = I^2 - Q^2 \tan^2 2\psi - I^2 \sin^2 2\beta = I^2 \cos^2 2\beta - Q^2 \tan^2 2\psi \\ \Rightarrow Q^2 &= \frac{I^2 \cos^2 2\beta}{1 + \tan^2 2\psi} = I^2 \cos^2 2\beta \cos^2 2\psi \end{aligned} \quad (2.10)$$

因此，得到Stokes参数与椭圆的方位角 $\psi$ 和椭圆率角 $\beta$ 有如下关系<sup>[36,37]</sup>：

$$\begin{aligned} Q/I &= \cos 2\beta \cos 2\psi \\ U/I &= \cos 2\beta \sin 2\psi \quad (-90^\circ \leq \psi \leq 90^\circ, -45^\circ \leq \beta \leq 45^\circ) \\ V/I &= \sin 2\beta \end{aligned} \quad (2.11)$$

### 2.1.4 偏振器件的Mueller矩阵

用Stokes参量描述的偏振光 $\mathbf{S} = [I, Q, U, V]^T$ 通过一个光学元件后变为 $\mathbf{S}'$ ，此线性变化可以用一个 $4 \times 4$ 的矩阵 $\mathbf{M}$ 来表示， $\mathbf{S}' = \mathbf{M}\mathbf{S}$ ，这个转换矩阵 $\mathbf{M}$ 称为元件的Mueller 矩阵<sup>[36,37]</sup>，它描述了元器件的偏振特性。

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

零方位的部分线偏振片P:

$$\mathbf{M}_P = \frac{\tau_P}{2} \begin{pmatrix} 1 & p & 0 & 0 \\ p & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{1-p^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{1-p^2} \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

其中， $p$ 为线偏振度， $\tau_p$ 为透射率。当 $p = 1$ 时该偏振片为完全直线偏振片。

零方位的位相延迟器WP:

$$\mathbf{M}_{WP} = \tau_{WP} \begin{pmatrix} 1 & -\cos 2\Psi & 0 & 0 \\ -\cos 2\Psi & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin 2\Psi \cos \delta & \sin 2\Psi \sin \delta \\ 0 & 0 & -\sin 2\Psi \sin \delta & \sin 2\Psi \cos \delta \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

其中 $\Psi$ 为二向色角， $\delta$ 为位相延迟。当 $\Psi = 45^\circ, \delta = 90^\circ$ 为1/4波片；当 $\Psi = 45^\circ, \delta = 180^\circ$ 为1/2波片。

$$\mathbf{R}(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta & -\sin 2\theta & 0 \\ 0 & \sin 2\theta & \cos 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

$\mathbf{R}_\theta$ 为旋转矩阵，任何元件以 $\theta$ 旋转后得到的Mueller矩阵为 $\mathbf{M}' = \mathbf{R}(\theta)\mathbf{M}\mathbf{R}(-\theta)$ 。一般情况下，偏振系统包括很多的光学元件。所以辐射光强通过偏振系统

时Stokes 参量的变化实际上是一系列线性变化。总的变化为按入射顺序的所有元件的Mueller 矩阵的乘积，描述为，

$$\mathbf{M}_{total} = \mathbf{M}'_n \times \mathbf{M}'_{n-1} \times \dots \times \mathbf{M}'_2 \times \mathbf{M}'_1 \quad (2.16)$$

### 2.1.5 线性系统的矩阵条件数

偏振光传输的系统可以看作线性系统。入射Stokes矢量可以看作未知量 $\mathbf{x}$ ，探测器得到的光强值看作测量量 $\mathbf{b}$ ，系统的Mueller 矩阵可以看作线性矩阵 $\mathbf{A}$ ，得到这样一个线性方程组

$$\mathbf{b} = \mathbf{A}\mathbf{x} \quad (2.17)$$

其中 $\mathbf{A}$ 为非奇异矩阵， $\mathbf{x}$ 为准确解。由于 $\mathbf{A}$ (或 $\mathbf{b}$ )元素是测量得到的或者是计算的结果，在这种情况下 $\mathbf{A}$ (或 $\mathbf{b}$ )常带有某些观测误差。因此我们处理的实际矩阵是 $\mathbf{A} + \delta\mathbf{A}$ (或 $\mathbf{b} + \delta\mathbf{b}$ )，下面我们研究数据 $\mathbf{A}$ (或 $\mathbf{b}$ )的微小误差对解的影响。

现设 $\mathbf{A}$ 是精确的， $\mathbf{b}$ 有测量误差 $\delta\mathbf{b}$ ，解为 $\mathbf{x} + \delta\mathbf{x}$ ，则

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(\mathbf{x} + \delta\mathbf{x}) &= \mathbf{b} + \delta\mathbf{b}, \delta\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1}\delta\mathbf{b}, \\ \|\delta\mathbf{x}\| &\leq \|\mathbf{A}^{-1}\|\|\delta\mathbf{b}\| \end{aligned} \quad (2.18)$$

由 (2.17) 式得

$$\begin{aligned} \|\mathbf{b}\| &\leq \|\mathbf{A}\|\|\mathbf{x}\|, \\ \frac{1}{\|\mathbf{x}\|} &\leq \frac{\|\mathbf{A}\|}{\|\mathbf{b}\|}, (\mathbf{b} \neq 0) \end{aligned} \quad (2.19)$$

由 (2.18) 式及 (2.19) 式，得

$$\frac{\|\delta\mathbf{x}\|}{\|\mathbf{x}\|} \leq \|\mathbf{A}^{-1}\|\|\mathbf{A}\| \frac{\|\delta\mathbf{b}\|}{\|\mathbf{b}\|} \quad (2.20)$$

上式给出了解的相对误差的上界，常数项 $\mathbf{b}$ 的相对误差在解中可能放大 $\|\mathbf{A}^{-1}\|\|\mathbf{A}\|$ 倍。

现设 $\mathbf{b}$ 是精确的， $\mathbf{A}$ 有微小误差（扰动） $\delta\mathbf{A}$ ，解为 $\mathbf{x} + \delta\mathbf{x}$ ，则

$$\begin{aligned} (\mathbf{A} + \delta\mathbf{A})(\mathbf{x} + \delta\mathbf{x}) &= \mathbf{b}, \\ (\mathbf{A} + \delta\mathbf{A})\delta\mathbf{x} &= -\delta\mathbf{A}\mathbf{x} \end{aligned} \quad (2.21)$$

如果 $\delta\mathbf{A}$ 不受限制的话， $\mathbf{A} + \delta\mathbf{A}$ 可能有奇异，而

$$(\mathbf{A} + \delta\mathbf{A}) = \mathbf{A}(\mathbf{I} + \mathbf{A}^{-1}\delta\mathbf{A}) \quad (2.22)$$

由矩阵理论可知，当 $\|\mathbf{A}^{-1}\delta\mathbf{A}\| < 1$ 时， $(\mathbf{I} + \mathbf{A}^{-1}\delta\mathbf{A})^{-1}$ 存在。由(2.21)式可得

$$\delta\mathbf{x} = -(\mathbf{I} + \mathbf{A}^{-1}\delta\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^{-1}\delta\mathbf{A}\mathbf{x}$$

因此，

$$\|\delta\mathbf{x}\| \leq \frac{\|\mathbf{A}^{-1}\|\|\delta\mathbf{A}\|\|\mathbf{x}\|}{1 - \|\mathbf{A}^{-1}\delta\mathbf{A}\|}.$$

设 $\|\mathbf{A}^{-1}\|\|\delta\mathbf{A}\| < 1$ ，即得

$$\frac{\|\delta\mathbf{x}\|}{\|\mathbf{x}\|} \leq \frac{\|\mathbf{A}^{-1}\|\|\mathbf{A}\|\frac{\|\delta\mathbf{A}\|}{\|\mathbf{A}\|}}{1 - \|\mathbf{A}^{-1}\|\|\mathbf{A}\|\frac{\|\delta\mathbf{A}\|}{\|\mathbf{A}\|}} \quad (2.23)$$

如果 $\delta\mathbf{A}$ 充分小，且在条件 $\|\mathbf{A}^{-1}\|\|\delta\mathbf{A}\| < 1$ 下，那么公式(2.23)式说明矩阵 $\mathbf{A}$ 的相对误差 $\frac{\|\delta\mathbf{A}\|}{\|\mathbf{A}\|}$ 在解中可能放大 $\|\mathbf{A}^{-1}\|\|\mathbf{A}\|$ 倍。

总之，量 $\|\mathbf{A}^{-1}\|\|\mathbf{A}\|$ 愈小，由 $\mathbf{A}$ (或 $\mathbf{b}$ )的相对误差引起的解的相对误差就愈小； $\|\mathbf{A}^{-1}\|\|\mathbf{A}\|$ 愈大，由 $\mathbf{A}$ (或 $\mathbf{b}$ )的相对误差引起的解的相对误差就可能愈大。所以量 $\|\mathbf{A}^{-1}\|\|\mathbf{A}\|$ 刻画了解对原始数据变化的灵敏程度，即刻画了系统的稳定性和信噪比。

因此，称数 $\text{Cond}(\mathbf{A})_v = \|\mathbf{A}^{-1}\|\|\mathbf{A}\|$  ( $v = 1, 2, \infty$ )为矩阵 $\mathbf{A}$ 的条件数<sup>[38]</sup>。矩阵 $\mathbf{A}$ 的条件数越小，系统越稳定，信噪比越高；反之，亦反。利用系统矩阵的条件数分析往往可以对实验系统进行优化设计，以提高系统的信噪比<sup>[39-41]</sup>。

## 2.2 偏振分析器的原理和结构

偏振分析器是一种高速测量光波偏振态的仪器，能够近似实时地测量出描述入射光波偏振态的全部Stokes参数，被广泛应用于生物、化学、遥感、天体测量等诸多领域<sup>[42]</sup>。在太阳物理研究中，偏振分析器通过偏振元器件的不同组合及调制，分离来自太阳光波偏振态的各个Stokes参量，将太阳光的偏振信号转化为光强信号由CCD接收。然后，通过解调分析重建来自太阳光的偏振信息，根据Zeeman效应、辐射转移方程和太阳大气模型等理论反演定标得到太阳磁场，以此研究黑子、耀斑及日冕物质抛射等与磁场有关的太阳活动现象<sup>[15]</sup>。

表 2.1: 偏振分析器中几种常用线偏振片的特性比较 [14]。

type	extinction ratio	transmission (polarized)	wavelength range(nm)	bandpass (nm)	acceptance angle(°)
Glan	$> 10^5$	$> 84\%$	300–2700	full	8
Glan-Thompson	$> 10^6$	$> 92\%$	300–2700	full	15–25
Wollaston	$> 10^6$	$> 92\%$	300–2200	full	20
Polarcor	$> 10^4$	$> 80\%$	633–1550	150	$> 20$
Polaroid	$150-10^4$	$> 75\%$	310–2000	200	$> 20$
Polarizing cube	$> 500$	$> 90\%$	400–1600	200–400	10
Wire Grid	$> 100$	$> 90\%$	$10^3-10^6$		$> 20$

偏振分析器一般由相位调节器和线性偏振片组成。相位调节器的作用是实现偏振光的Stokes参量的调制或解调；线性偏振片的作用是只允许某个特定方向的光通过，避免了偏振分析器后端设备的偏振效应对偏振测量的影响（例如光栅、探测器等）。偏振分析器的元器件一般有以下几种 [43,44]。

**线偏振片** 天文常用的线偏振片主要分两种，一种只允许一个方向的光束通过，如Polarcor、Polaroid、Polarizing cube和Wire Grid等；另一种主要由双折射晶体材料制成，特定方向的两束正交的线偏振出射，如Glan棱镜、Glan-Thompson棱镜和Wollaston棱镜等。两种类型的线偏振片的特性如表 2.1 所示。

**波片** 波片一般作为相位调节器应用于偏振分析器的设计，属于机械调制。这种偏振分析器一般由旋转波片和一个线偏振片构成，测量原理是：波片以一定角速度旋转，探测器记录波片旋转过程中光强，利用光强变化是入射偏振光各Stokes参量以及波片方位角的函数解调得到 $Q$ 、 $U$ 和 $V$ 分量，这种方法也称为傅立叶分析法。然而，由于这种调制速度较慢，受Seeing效应及望远镜抖动的影响较大，因此多为空间仪器所采用，例如日本的Hinode/SOT [29]，美国的SDO/HMI [30]。而地基设备中采用此方案的偏振分析器通常采取双光路设计，以求同时得到两束相反偏振信号，从而消除或减小Seeing效应的影响，例如安装于DST(Dun Solar Telescope)上的ASP(Advanced Stokes Polarimeter) [45]，THEMIS [46]以及云南天文台的Stokes光谱望远镜 [35] 的偏振分

表 2.2: 偏振分析器中几种常用调制器件的性能比较 [14]。

Modulation Scheme	Advantages	Disadvantages
rotating waveplate	high stability	relatively slow modulation
liquid crystals	Relatively fast modulation no moving parts	Narrow simultaneous wavelength range limited temporal stability damaged by strong UV light
PEM	Very fast modulation High stability no moving parts	Narrow simultaneous wavelength range needs special CCD spatial retardance variation

析器都采用旋转波片式的双光路设计。

**KD\*P晶体延迟器** KD\*P晶体是人工生长的 $KH_2PO_4$ 单晶的简称, KD\*P晶体中最常用的是z切割(即沿垂直于光轴方向切割)型晶片 [47]。当外加电场平行于光轴时, KD\*P晶体由单轴晶体变为双轴晶体。由于双折射效应产生的相位差(即相位延迟)与外加电压成正比, KD\*P晶体延迟器的相位延迟的大小可随外部电压的不同在 $0^\circ$ 和 $360^\circ$ 之间变化, 相位延迟的正负可随外部电压的正负极变换而快速变换, 从而实现偏振光的调制, 调制频率可以达到几十KHZ, 这类晶体成功地用于怀柔太阳观测基地多台太阳磁场望远镜的偏振分析器研制 [32-34]。但KD\*P的实际应用有几个困难: 首先它没有成熟的市场, 加工不方便, 很难实现大口径; 其次它的视场效应、温度效应及电极老化等问题给使用带来了不便; 另外KD\*P晶体在近红外波段的透过率偏低; 此外, 它需要几千伏的驱动高压, 这也是让人们寻找新型调制元件取而代之的原因之一 [48]。

**液晶延迟器(LCVR和FeLC)** 液晶是由一些各向异性的分子构成, 这些分子的排列呈一定的方向性, 从而形成双折射层。向列液晶可变延迟器(LCVR)就是基于各向异性的向列液晶制作成的相位延迟器, 其延迟量可随外部电压的不同在 $0^\circ$ 和 $360^\circ$ 之间变化。铁电液晶延迟器(FeLC)与向列液晶延迟器的不同在于, 它的相位延迟固定, 快轴方位随外部电压在固定的两个方位角之间变换。一般外加电压为0-11V, 其快轴方位变换频率可以达到1KHz。这类

液晶波片由于其低压驱动、调制频率快和商品化的生产，使得终端使用极为方便，倍受天文学家的关注。目前，很多已在运行的望远镜的偏振分析器已经使用这种材料。例如GCT(Gregory Coude Telescope)的LCSP(Liquid Crystal Imaging Stokes Polarimeter)<sup>[49]</sup>和SST(Swedish 1-m Solar Telescope)<sup>[50]</sup>的偏振分析器使用了LCVRs；SOLIS(Synoptic Optical Longterms Investigation of the Sun)<sup>[51]</sup>、TIP(Tenerife Infrared Polarimeter)、LPSP(La Palma Stokes Polarimeter)<sup>[52]</sup>和ZIMPOL II(Zurich Imaging Polarimeter II)<sup>[53]</sup>的偏振分析器使用了FeLCs。

**PE相位延迟器** 光弹材料Pizeo-Elastic(PE)相位延迟器由一种特殊的玻璃制成，这种玻璃的双折射特性是由一个能在材料的各个壁之间产生一定频率的声波变频器实现的。声波的振动不断地对材料产生一个张力并形成对光束的延迟，频率一般在50KHz。事实上这个频率等于PE玻璃的固有频率，因此延迟的频率是稳定的。由于PE相位延迟器有较高的对延迟量改变的频率，因此应用PE相位延迟器可以实现偏振分析器的高频调制。ZIMPOL(Zurich Imaging Polarimeter)<sup>[54]</sup>偏振分析器设计中使用了该器件，它由两个PE延迟器、一个 $1/4$ 波片和一个线检偏器组成。两个PE延迟器的延迟量以50kHz的频率在 $\pm\pi/4$ 之间变化从而实现偏振光的快速调制。ZIMPOL通过使用一种特殊的CCD进行硬件解调达到了50kHz的高频测量与PE调制匹配，从而极大地提高了时间分辨率，基本不受Seeing效应的影响（Seeing的湍流频率在500–1000Hz）。几种常用的调制器件的优缺点如表 2.2 所示。

### 2.3 偏振分析器的分类

偏振分析器根据调制方式可以分为DC调制和AC调制，分别称为”Stokes definition”和”Stokes Balanced”。DC调制过程中，偏振分析器每次改变状态后将解调出入射光偏振态Stokes矢量的一个分量；而在AC调制中，偏振分析器每次同时调制Stokes矢量的所有分量。DC型偏振分析器由于直接解调得到入射偏振态的某一Stokes参量，受Seeing和其他参量串扰（crosstalk）的影响较小，然而由于相位调节器的限制，该方法很难实现宽广谱范围Stokes参数高精度测量；相比而言，AC型偏振分析器通过优化的方法容易实现宽广谱Stokes参数测量，但每次调制过程中同时调制所有Stokes参数使得该方法受Seeing影响较大，一般选用双光束光路同时测量相互正交的两个偏振态以减小Seeing引起的测量

误差，但双光束设计往往由于光程差不同、量子效率不同、图像畸变等因素限制了其实际的测量效果。

## 2.4 偏振响应矩阵与偏振测量精度

偏振分析器有两个重要的物理量：偏振响应矩阵和偏振测量精度。偏振响应矩阵描述了偏振分析器的偏振特性，该物理量仅仅与偏振分析器的结构有关；偏振测量精度描述了偏振分析器的测量精度，该物理量不仅与偏振分析器的结构有关，而且与被测量的偏振信号有关。

### 2.4.1 偏振响应矩阵

偏振分析器的一次测量不能完全确定入射光的四个Stokes参量，需要改变偏振分析器的光学元件的方位角或相位延迟来完成对全部Stokes参量的测量。一般情况下，至少需要四次独立测量。每次测量中，偏振分析器的偏振特性由一个 $4 \times 4$ 的Mueller矩阵描述，然而由于探测器只对Stokes矢量 $\mathbf{S} = [I, Q, U, V]^T$ 中的总光强 $I$ 敏感，因此仅仅Mueller矩阵的第一行是重要的。一个 $n$ 次测量的偏振分析器的每个Mueller矩阵的第一行组成的矩阵称为“偏振响应矩阵”。假设每次测量探测器得到的辐射强度值为 $I_{meas}$ ，则 $I_{meas}$ 是入射光的Stokes矢量 $\mathbf{S} = [I, Q, U, V]^T$ 的函数：

$$\begin{pmatrix} I_{meas}^1 \\ I_{meas}^2 \\ \vdots \\ I_{meas}^n \end{pmatrix} = \tau \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & x_{14} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & x_{24} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & x_{n3} & x_{n4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

其中 $\tau$ 为系统透射率，矩阵

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & x_{14} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & x_{24} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & x_{n3} & x_{n4} \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

称为偏振分析器的偏振响应矩阵。公式 (2.26) 和 (2.27) 分别为标准的”Stokes

definition”型和”Stokes balanced”型偏振分析器的偏振响应矩阵。

$$\mathbf{X}^D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

$$\mathbf{X}^B = \begin{pmatrix} 1 & 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} \\ 1 & 1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{3} \\ 1 & -1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{3} \\ 1 & -1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

#### 2.4.2 偏振测量精度

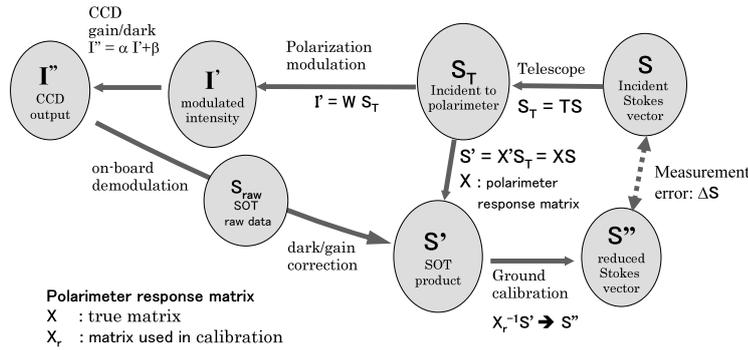


图 2.2: 偏振响应矩阵与Stokes矢量的关系 [29]。

设入射光的Stokes矢量为 $\mathbf{S} = [I, Q, U, V]^T$ ，探测器得到的Stokes光强矢量为 $\mathbf{S}'$ ，经过反演定标后测得的入射光的Stokes矢量为 $\mathbf{S}''$ ，偏振分析器的真实的偏振响应矩阵为 $\mathbf{X}$ ，定标得到的偏振响应矩阵为 $\mathbf{X}_r$ ，各个参量之间的关系如图2.2所示。偏振测量误差定义为

$$\Delta \mathbf{S} = \mathbf{S}'' - \mathbf{S} = \mathbf{X}_r^{-1} \mathbf{S}' - \mathbf{S} = (\mathbf{X}_r^{-1} \mathbf{X} - \mathbf{E}) \mathbf{S} \quad (2.28)$$

$\mathbf{E}$ 为单位矩阵。Stokes偏振分析器系统的偏振测量受系统本身的信噪比限制，设系统的统计噪声为 $\varepsilon$ ，由 $\mathbf{S}'$ 和 $\mathbf{S}''$ 的关系可知，

$$\mathbf{S}'' = \mathbf{X}_r^{-1} \mathbf{S}' \quad (2.29)$$

公式 (2.29) 等式两端求变分得到

$$\delta\mathbf{S}'' = \mathbf{X}_r^{-1}\delta\mathbf{S}' = \mathbf{X}_r^{-1}\varepsilon. \quad (2.30)$$

由于系统信噪比的限制，一般要求偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ 的定标不准确引起的偏振测量误差应小于系统的统计噪声 $\varepsilon = [\varepsilon, \varepsilon, \varepsilon, \varepsilon]^T$ 的影响，即

$$\Delta\mathbf{S} < \delta\mathbf{S}'' \quad (2.31)$$

由此求得偏振响应矩阵的定标误差 $\Delta\mathbf{X} = \mathbf{X} - \mathbf{X}_r$ 与被测Stokes矢量 $\mathbf{S}$ 的关系，

$$\Delta\mathbf{X}\mathbf{S} < \varepsilon \quad (2.32)$$

公式 (2.30) 表明，偏振测量精度受系统统计噪声的限制；公式 (2.32) 表明，系统统计噪声一定时，偏振响应矩阵的偏振定标精度要求与被测量的Stokes参量大小有关。

为了更清楚的解释偏振响应矩阵的定标精度 $\mathbf{X}$ 与偏振测量精度的关系，我们以CGST的偏振测量精度为例进一步阐述。CGST的偏振测量精度要求达到 $\Delta\mathbf{S} = 2 \times 10^{-4}I_c$ ，分别使用”Stokes definition”型和”Stokes balanced”型偏振分析器的偏振响应矩阵 $\mathbf{X}^d$ 和 $\mathbf{X}^b$ ，由 (2.30) 式估算可得系统的统计噪声 $\varepsilon < 2 \times 10^{-4}I_c$ 时才能满足CGST的偏振精度要求。如果系统的统计噪声满足要求，我们需要进一步给出偏振响应矩阵的定标精度 $\Delta\mathbf{X}$ 。由于统计噪声一定时， $\Delta\mathbf{X}$ 与 $\mathbf{S}$ 成反比，由 (2.32) 式可求得到 $\Delta\mathbf{X}$ ，

$$|\Delta\mathbf{X}| < \begin{pmatrix} \varepsilon/I & \varepsilon/Q & \varepsilon/U & \varepsilon/V \\ \varepsilon/I & \varepsilon/Q & \varepsilon/U & \varepsilon/V \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \varepsilon/I & \varepsilon/Q & \varepsilon/U & \varepsilon/V \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

以太阳黑子为例， $I \simeq 0.2I_c, Q \simeq 0.015I_c, U \simeq 0.015I_c, V \simeq 0.02I_c$ ，代入 (2.33) 式得到

$$|\Delta\mathbf{X}| < \begin{pmatrix} 0.001 & 0.0133 & 0.0133 & 0.01 \\ 0.001 & 0.0133 & 0.0133 & 0.01 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0.001 & 0.0133 & 0.0133 & 0.01 \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

(2.34) 式表明, 偏振分析器若要达到  $2 \times 10^{-4} I_c$  的偏振测量精度, 要求偏振响应矩阵的定标精度满足该式。

因此, 偏振分析器的偏振定标实际上是对偏振响应矩阵  $\mathbf{X}$  的精确测量。本论文中, 偏振响应矩阵的测量精度与偏振测量精度满足 (2.32) 式, 两者之间的关系可由公式 (2.33) 和 (2.34) 换算。

## 2.5 偏振测量效率

由公式(2.24)可求得入射光的Stokes矢量  $\mathbf{S}_{in}$ ,

$$\mathbf{S}_{in} = \mathbf{D}\mathbf{I}_{meas} \quad (2.35)$$

(2.35)式中, 矩阵  $\mathbf{D}$  为解调矩阵, 可以由偏振响应矩阵  $\mathbf{X}$  求得  $\mathbf{D} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T$ 。由解调矩阵  $\mathbf{D}$  可求得偏振分析器对偏振光Stokes参数的测量效率 [55], 定义如下:

$$\epsilon_i = \left( n \sum_{j=1}^n D_{ij}^2 \right)^{-1/2} \quad (2.36)$$

其中  $\epsilon_i (i = 1, 2, 3, 4)$  分别表示对  $I, Q, U, V$  的测量效率。偏振测量效率在量化解调过程中噪声 (或称为不确定度) 的传递是非常重要的, 解调得到的每个Stokes参数的不确定度  $\sigma_i$  直接依赖于偏振测量效率  $\epsilon_i$ , 如下式所示:

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{n}} \frac{\sigma_I}{\epsilon_i} \quad (2.37)$$

其中,  $\sigma_I$  为系统测量的不确定度, 一般假设为常数。(2.37)式表明, 被测Stokes参量的不确定度 (即信噪比) 与测量次数的平方根  $\sqrt{n}$  成反比, 与偏振分析器的偏振测量效率  $\epsilon_i$  成反比。前者, 实际观测中通过多帧叠加技术增大  $n$  以提高测量精度; 后者, 偏振测量效率  $\epsilon_i$  满足以下关系,

$$0 \leq \sigma_i \leq 1, \quad 0 \leq \epsilon_2^2 + \epsilon_3^2 + \epsilon_4^2 \leq 1 \quad (2.38)$$

若三个偏振效率都相等, 那么最大值为  $\epsilon_Q = \epsilon_U = \epsilon_V = \sqrt{1/3} \simeq 0.57$ 。由公式 (2.37) 可知, 偏振测量效率是表征偏振分析器的信噪比的物理量, 偏振效率越高, 偏振分析器的信噪比越高; 反之亦反。偏振分析器的设计中, 需要根据科学观测的需要调整  $Q, U$  和  $V$  的偏振效率, 以提高偏振测量效率, 从而提高偏振分析器的信噪比。

## 2.6 偏振分析器的优化设计

在本小节我们将由偏振分析器的偏振测量效率出发，对偏振响应矩阵和解调矩阵进行分析优化 [55]，最后实现拥有最佳偏振测量效率的偏振分析器。由偏振测量效率的定义 (2.36) 式可以得到，要极大化测量效率需要极小化  $d_i^2$ ：

$$d_i^2 = \sum_{j=1}^n D_{ij}^2 \quad (2.39)$$

解调矩阵  $\mathbf{D}$  不能为零，考虑到  $\mathbf{DX} = 1$  的条件下求  $d_i^2$  的极小值。设函数  $f_i$  为，

$$f_i = d_i^2 - x \left( \sum_{j=1}^n D_{ij} X_{ji} - 1 \right) \quad (2.40)$$

式中  $x$  为拉格朗日乘子。  $f_i$  取极值的条件为  $\partial f_i / \partial d_i = 0$ ，即

$$2D_{ij} - xX_{ji} = 0. \quad (2.41)$$

因二阶导数  $\partial^2 f_i / \partial d_i^2 > 0$ ，所以  $f_i$  取得极小值。由公式 (2.41) 和  $\mathbf{DX} = 1$ ，得到极值条件为，

$$D_{ij} = \frac{X_{ji}}{\sum_{j=1}^n X_{ji}^2} \quad (2.42)$$

最小值为，

$$d_{ij} = \frac{1}{\sum_{j=1}^n X_{ji}^2} \quad (2.43)$$

式 (2.42) 成立的条件是  $\sum_{j=1}^n D_{ij} X_{jk} = \delta_{ik}$ ， $\delta$  为 Kronecker  $\delta$  算子。此式成立的条件是当且仅当  $\sum_{j=1}^n X_{ji} X_{jk} = A_{ik} = A_{ii} \delta_{ik}$ ，其中矩阵  $\mathbf{A} = \mathbf{X}^T \mathbf{X}$ 。此时，我们得到了最优化的偏振响应矩阵  $\mathbf{X}$ ，具有如下形式，

$$\mathbf{A} = \mathbf{X}^T \mathbf{X} = n \begin{pmatrix} \epsilon_{max,1}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{max,2}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{max,3}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \epsilon_{max,4}^2 \end{pmatrix} \quad (2.44)$$

由此得到最大效率为，

$$\epsilon_{max,1}^2 = \frac{\sum_{j=1}^n X_{ji}^2}{n}. \quad (2.45)$$

值得注意的是，并非任何一种调制方案都能被优化，最优化的调制方案在实际中也不一定能够实现。一方面，大多数光学元件不是理想的光学元件；另

一方面，优化过程中需要对非线性函数作有限积分。下面我们考虑一个非理想的偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ ，用同样的方法寻找其最优化的解调矩阵 $\mathbf{D}$ 使偏振测量效率最大化。求如下函数的极值，

$$f_i = d_i^2 - \sum_{k=1}^4 x_{ik} \left( \sum_{j=1}^n D_{ij} X_{ji} - \delta_{ik} \right) \quad (2.46)$$

式中 $x$ 为拉格朗日乘子，经过类似的计算，我们得到最优化的解调矩阵有下式给出，

$$\mathbf{D}_{opt} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{X}^T \quad (2.47)$$

最优化的效率为，

$$\epsilon_{opt,i} = \sqrt{\frac{1}{n B_{ii}}} \quad (2.48)$$

式中， $\mathbf{B} = \mathbf{A}^{-1}$ 。可以看出函数(2.48)的极值条件比函数(2.40)的极值条件更为严格，后者仅为前者的一个特例而已，

$$\frac{1}{B_{ii}} \leq \sum_{j=1}^n X_{ji}^2 = A_{ii} \quad (2.49)$$

从上面的计算中我们可以得到以下结论：当矩阵 $\mathbf{A}$ 为对角矩阵时，(2.49)式可以取等号，此时偏振测量效率达到最大。或者说，当矩阵 $\mathbf{A}$ 越接近对角矩阵，偏振分析器的测量效率越接近最大值。

利用上述优化理论可以实现高偏振效率的宽光谱偏振分析器的设计，该偏振分析器一般属于”Stokes balanced”类型。2006年，屈中权研究员在国际上首次设计完成了在宽波段范围内具有高偏振测量效率的偏振分析器<sup>[56]</sup>，随后S.Tomczyk等人进一步推广了该优化设计方法<sup>[57]</sup>。值得注意的是，系统偏振效率的优化设计和系统矩阵的条件数优化属于同一类优化方法，准确的说，前者属于后者的一个特例。因此，实际的优化过程中可以根据需要选择优化方法。

## 2.7 本章小结

本章从理论上介绍了偏振分析器的各个物理量及其相互关系，并简单论述了偏振分析器的优化设计方法。通过偏振光的数学描述和Stokes参数描述推导两者之间的关系，引出了Mueller矩阵定义及线性系统的条件数分析；然后论述

了偏振分析器的基本原理、结构和分类，进一步引出偏振响应矩阵和偏振测量精度以及它们之间的相互关系；最后介绍了偏振测量效率和偏振分析器的优化设计方法。



## 第三章 高精度偏振定标方法研究

偏振分析器有两个重要指标：调制速度和偏振精度。调制速度与调制元件及调制方式有关，偏振精度主要由偏振分析器的研制精度决定。然而，即使再精密的研制，也不可能使偏振分析器的偏振元件没有制造误差、系统没有装调误差，这一困难使得其偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ 偏离理想设计值。这样的偏振分析器应用于天体偏振信号的测量中，将会引起Stokes参数之间的交叉串扰(Cross-talk) [58]，产生较大的测量误差，从而降低了望远镜的偏振测量精度。因此，研究偏振分析器的高精度定标方法是望远镜实现高偏振精度测量的关键，也是本章的重点所在。

本章首先简单介绍了偏振分析器的偏振定标原理，然后从考察偏振定标方法的研究现状入手，分析了各种定标方法的优缺点。在此基础上设计了多点偏振定标方案和非线性拟合偏振定标方案，并基于我国正在预研的CGST望远镜的 $2 \times 10^{-4} I_c$ 偏振精度要求，从误差分析的角度详细分析和比较了两种定标方案，给出了定标方案的误差源的可容忍误差范围。

### 3.1 偏振分析器的偏振定标原理

偏振分析器的偏振定标主要通过在其前端插入定标单元来实现，定标单元一般为偏振片和波片的组合，图 3.1 为偏振定标原理示意图，其定标原理如下：

设光源发出的光束偏振态的归一化Stokes矢量为 $\mathbf{S}_{\text{in}} = (1, q_{\text{in}}, u_{\text{in}}, v_{\text{in}})^T$ ，定标单元的Mueller矩阵为 $\mathbf{M}_{\text{cal}}^m$ ，则根据偏振光传输理论可以得到探测光强、定标单元和偏振分析器的偏振响应矩阵之间的函数关系，

$$\mathbf{I}_{\text{meas}}^m = \mathbf{X} \mathbf{M}_{\text{cal}}^m \mathbf{S}_{\text{in}} \quad (3.1)$$

其中， $m$ 为定标单元组合偏振态的次数，如果测量偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ 的所有矩阵元，定标单元至少需要四个相互独立的组合偏振态 $\mathbf{S}_{\text{cal}}$ 。由公式(3.1)可知，如果入射光的Stokes参数 $\mathbf{S}_{\text{in}}$ 和定标单元的组合偏振态 $\mathbf{S}_{\text{cal}}$ 已知且 $m \geq 4$ ，则可求

得偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ ,

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_{\text{meas}} &= \mathbf{X}\mathbf{S}_{\text{cal}}, \\ \mathbf{X} &= \mathbf{I}_{\text{meas}}\mathbf{S}_{\text{cal}}^T(\mathbf{S}_{\text{cal}}\mathbf{S}_{\text{cal}}^T)^{-1} \end{aligned} \quad (3.2)$$

然而, 实际定标过程中, 同时满足这两个条件非常困难。因此, 经常需要选择合适的定标单元并设计更好的测量方法以实现偏振分析器的高精度定标。

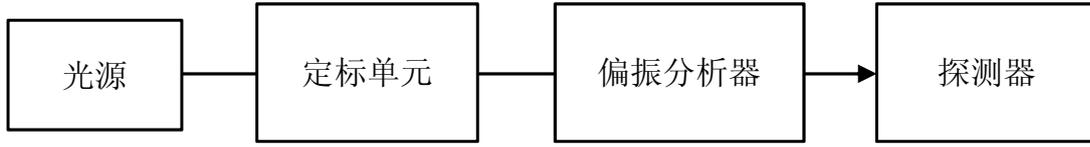


图 3.1: 偏振分析器的偏振定标原理示意图。

## 3.2 偏振定标方法的研究现状

综上所述可知, 偏振分析的定标装置基本一样, 都是在其前面插入定标单元, 定标单元一般包括一个线偏振片和一个波片, 根本的不同之处在于定标方法的不同。偏振分析器的偏振定标方法主要有四点定标法、E-P定标法、非线性拟合定标法和傅立叶分析定标法。下面逐一介绍。

### 3.2.1 四点定标法和E-P(Equator-Poles)定标法

四点定标法和E-P(Equator-Poles)定标法最早由Azzam提出并应用于分振幅Stokes椭偏仪的定标中<sup>[22-24]</sup>。两种定标方法要求定标单元产生四个或以上线性独立的偏振态, 常规的方法是使用一个线偏振片和1/4波片的组合作为定标单元。假设入射光为完全非偏振光(即自然光), 则光束经过定标单元后的归一化Stokes矢量为

$$\mathbf{S}_{\text{cal}}^m = \mathbf{M}_{\text{cal}}^m \mathbf{S}_{\text{in}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1/2 \cos(2P) + 1/2 \cos(4C - 2P) \\ 1/2 \sin(2P) + 1/2 \sin(4C - 2P) \\ \sin(2C - 2P) \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

其中P和C分别代表线偏振片和1/4波片相对于+Q方向的方位角。如果校准单元产生四个或以上的独立偏振态，则由公式(3.2)求得偏振分析的偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ 。

四点定标法中，定标单元只产生四个线性独立的偏振态以实现偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ 的测量。四个独立偏振态根据系统矩阵的条件数分析优化选择，该优化方法使得系统以最少次数测量（四个偏振态）仍然拥有非常高的信噪比。根据这个选择标准，Azzam选择的方位角组合(P,C)为： $(0^\circ, 45^\circ)$ ,  $(10^\circ, 0^\circ)$ ,  $(-50^\circ, -60^\circ)$ 和 $(70^\circ, 60^\circ)$ 。

四点定标法能够精密测量的前提是假设入射光是完全非偏振光、光学元器件是理想的且不存在装配等误差。这仅仅是一种理想情况，而其中的主要误差源之一为波片相位延迟可能并非准确的 $90^\circ$ (即1/4波片)。为了克服该误差影响，Azzam等人进一步提出了E-P定标法，测量过程如下：

仅仅使用定标单元的线偏振片测量偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ 的前三列。为了消除线偏振片引起的光束偏离(Glan-Thompson prism $\sim 0.05^\circ$ )，线偏振片的方位角连续采集P和P+ $180^\circ$ 两个位置，然后将对应的两组探测光强求平均以最小化光束偏离引起的误差，见公式(3.4)。以此类推可测量 $\mathbf{X}$ 的前三列的所有矩阵元。

$$\mathbf{I}_{\text{meas}}^{\text{average}}(P) = (1/2)[\mathbf{I}_{\text{meas}}(P) + \mathbf{I}_{\text{meas}}(P + 180^\circ)] \quad (3.4)$$

偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ 的最后一列需要定标单元中线偏振片和1/4波片组合的左旋和右旋圆偏振态相减测量。事实上，由于1/4波片的不理想，定标单元很难得到精确的左旋和右旋圆偏振态。Azzam基于下面的分析克服这一困难。

完全偏振光的Stokes矢量可以由椭圆的方位角 $\psi$ 和椭圆率角 $\beta$ 完全描述（参见公式(2.11)）：

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 1 & \cos 2\beta \cos 2\psi & \cos 2\beta \sin 2\psi & \sin 2\beta \end{pmatrix}^T \quad (3.5)$$

假设波片的相位延迟只存在小角度误差以至于可以将定标单元产生的偏振态看作准圆偏-椭偏态(ENCS)，此时 $|\beta| \simeq 45^\circ$ ，由(3.5)式易获得右旋ENCS的Stokes矢量的一阶泰勒展开，其中 $\Delta\beta = \beta - 45^\circ$ 。

$$\mathbf{S}_{\text{ENCS}}(\psi) \simeq \begin{pmatrix} 1 & 2\Delta\beta \cos 2\psi & 2\Delta\beta \sin 2\psi & 1 \end{pmatrix}^T \quad (3.6)$$

然后，定标单元整体旋转 $90^\circ$ 使得ENCs有相同的 $\beta$ 但方位角与原先的垂直 $\psi + 90^\circ$ ，旋转后的ENCs为，

$$\mathbf{S}_{ENCs}(\psi + 90^\circ) \simeq \begin{pmatrix} 1 & -2\Delta\beta \cos 2\psi & -2\Delta\beta \sin 2\psi & 1 \end{pmatrix}^T \quad (3.7)$$

将这两种调制态得到的探测光强相加平均得到

$$\mathbf{I}_{\text{meas}}^{\text{average}}(\psi) = (1/2)[\mathbf{I}_{ENCs}(\psi) + \mathbf{I}_{ENCs}(\psi + 90^\circ)] = \mathbf{X} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^T \quad (3.8)$$

从而测量偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ 的第四列。

相比四点定标法，E-P定标法减小了偏振片引起的光束偏离误差的影响，消除了 $1/4$ 波片相位延迟的小角度误差引起的测量误差。该方法定标过程简单易行；然而，该方法没有考虑入射光的偏振效应以及定标单元中偏振元器件的方位角误差。

### 3.2.2 非线性拟合定标法

非线性拟合偏振定标法中，定标单元仍然是线偏振和波片的组合，但波片的相位延迟可以根据需求任意选择。该定标方法的核心是：将系统中包括入射光的Stokes矢量、定标单元和偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ 在内的所有未知参数作为拟合参数，根据偏振光的传输理论和Mueller矩阵理论建立探测光强与拟合参数的函数关系式，最后由非线性最小二乘拟合求解得到偏振分析器的偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ 。

非线性拟合定标方法弥补了四点定标法和E-P定标法的不足，广泛应用于天文领域<sup>[25-30]</sup>。缺点是拟合方法中拟合参数的选择、初值的选择、全局优化等问题限制了非线性拟合方法的可靠性和通用性；此外，对于 $10^{-4}I_c$ 的偏振测量精度要求，光强衰减、探测器的非线性效应等误差对该方法的测量影响也是非常值得关注的问题。

### 3.2.3 傅立叶分析定标法

Frans snik 2005年提出了傅立叶分析定标法<sup>[31]</sup>，该方法的设计思想来源于双旋转波片Mueller矩阵椭偏仪<sup>[59]</sup>。基本原理为：使用线偏振片和 $1/4$ 波片作为定标单元，线偏振片和 $1/4$ 波片以角速度比1:4同时旋转一周，探测光强为定标单元两偏振元件的方位角的傅立叶级数，通过傅立叶分析可解调得到偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ 。该方法的优点是考虑了定标系统中所有可能的误差源，如入射光的

偏振效应、定标单元的方位角误差和相位延迟误差以及探测器的非线性等。缺点是只考虑一阶误差且定标的复杂性给技术实现带来很大困难。

### 3.3 本课题的偏振定标设计方案——多点偏振定标

由于四点定标法和E-P定标法的方法简单易行，因此，首先考虑的定标方案是借鉴这两种定标方法的基本思想。四点定标法和E-P定标法可以相互补充，四点定标法侧重于提高定标单元的信噪比，E-P定标法侧重于消除定标单元中波片相位延迟的不理想引起的测量误差。我们在E-P定标法的基础上期望采用多点测量的方式提高定标单元的信噪比，以下简称该方法为“多点偏振定标法”。

#### 3.3.1 多点偏振定标原理

假设光源发出的光为完全非偏振光  $\mathbf{S}_{in} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T$ ，定标单元为线偏振片和1/4波片的组合，并设定+Q方向为零方位。根据第3.2.1节四点定标法和E-P定标法的基本理论，多点偏振定标方法如下：

(1) 偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ 的前三列测量只需要线偏振片。为了消除线偏振片旋转引起的光束偏离(Glan-Thompson prism  $\sim 0.05^\circ$ )，线偏振片的方位角连续采集P和P+180°两个位置，然后将两组光强作平均。望远镜的偏振分析器的偏振定标中，考虑到望远镜的机械结构及光学系统的限制，应尽量避免定标过程中元器件移进移出光路。因此，我们旋转1/4波片使其快轴方位与线偏振片的透射光轴平行，然后整体以P和P+180°的模式采集光强。

(2) 偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ 的第四列由线偏振片和1/4波片组合得到的圆偏振态测量。为了减小1/4波片相位延迟的不完美( $\simeq 90^\circ$ )引起的测量误差，旋转1/4波片使其快轴方位与线偏振片的透射光轴夹角为 $\pm 45^\circ$ 测量一组光强；然后整体旋转定标单元90°测量另一组光强；两组光强相加消除了相位延迟的不理想引起的一阶误差。

(3) 为了提高系统的信噪比，要求定标单元的调制矩阵 $\mathbf{M}_{cal}$ 满足条件数 $\text{cond}(\mathbf{M}_{cal}) = \sqrt{3}$ 。定标单元采取多点测量，表3.1给出了满足矩阵条件数分析要求的线偏振片和1/4波片的方位角组合(P,C)。根据(1)和(2)以及公

表 3.1: 线偏振片和1/4波片的方位角组合(P,C)值。

(P,C)(°)							
(0,0)	(45,45)	(90,90)	(135,135)	(180,180)	(225,225)	(270,270)	(315,315)
(0,45)	(45,90)	(90,135)	(135,180)	(180,225)	(225,270)	(270,315)	(315,0)
(0,315)	(45,0)	(90,45)	(135,90)	(180,135)	(225,180)	(270,225)	(315,270)

式 (3.1) 和 (3.3) 得到如下关系:

$$\mathbf{I}_{\text{meas}}^{(P,C=P)} + \mathbf{I}_{\text{meas}}^{(P+180^\circ,C=P+180^\circ)} = \mathbf{X}(\mathbf{S}_{\text{cal}}^{(P,C=P)} + \mathbf{S}_{\text{cal}}^{(P+180^\circ,C=P+180^\circ)}) \quad (3.9)$$

$$P = 45^\circ k \quad k = 0, 1, 2, 3$$

$$\mathbf{I}_{\text{meas}}^{(P,C=P\pm 45^\circ)} + \mathbf{I}_{\text{meas}}^{(P+90^\circ,C=P+90^\circ\pm 45^\circ)} = \mathbf{X}(\mathbf{S}_{\text{cal}}^{(P,C=P\pm 45^\circ)} + \mathbf{S}_{\text{cal}}^{(P+90^\circ,C=P+90^\circ\pm 45^\circ)}) \quad (3.10)$$

$$P = 45^\circ k \quad k = 0, 1, 4, 5$$

其中,  $\mathbf{I}_{\text{meas}}$  为探测值, 定标单元的调制偏振态  $\mathbf{S}_{\text{cal}}$  为

$$\mathbf{S}_{\text{cal}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

由公式 (3.9) 和 (3.10) 可求得偏振分析器的偏振响应矩阵  $\mathbf{X}$ 。

$$\mathbf{X} = \mathbf{I}_{\text{meas}}(\mathbf{S}_{\text{cal}})^T(\mathbf{S}_{\text{cal}}(\mathbf{S}_{\text{cal}})^T)^{-1} \quad (3.12)$$

### 3.3.2 误差分析

多点偏振定标方法的主要测量误差来源于入射光的偏振效应、定标单元的方位角误差和相位延迟的二阶误差、光强衰减、探测器的非线性以及随机误差。为了进一步量化分析这些误差源对偏振定标的影响, 以下主要以标准的"Stokes Definition"型和"balanced"型偏振分析器作为被测样品。为方便描

述，简称为“D”型和“B”型，它们的理想偏振响应矩阵 $\mathbf{X}^D$ 和 $\mathbf{X}^B$ 参见第二章公式(2.26)和(2.27)。当存在测量误差时，公式(3.12)变为

$$\mathbf{X}' = \mathbf{I}_{\text{meas}}(\mathbf{S}'_{\text{cal}})^T(\mathbf{S}'_{\text{cal}}(\mathbf{S}'_{\text{cal}})^T)^{-1} \quad (3.13)$$

式(3.13)中， $\mathbf{S}'_{\text{cal}}$ 为某误差源引起的定标单元的调制偏振态误差， $\mathbf{X}'$ 为考虑这些误差因素后得到的偏振响应矩阵。定义 $\Delta\mathbf{X} = \mathbf{X} - \mathbf{X}'$ 为偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ 的测量误差，设 $\Delta\mathbf{X}^D$ 和 $\Delta\mathbf{X}^B$ 分别为“D”型和“B”型偏振分析器的偏振响应矩阵测量误差。下面分别讨论偏振响应矩阵的测量误差与这些误差因子的关系，并与公式(2.34)给出的CGST的偏振精度要求做比较。

### 3.3.2.1 入射光的偏振效应

多点偏振定标法的基本前提是假设入射光是完全偏振的，然而实际情况并非如此。例如，实验室中往往使用氙灯、溴钨灯、激光作为入射光源，其中氙灯、溴钨灯由于在可见光-近红外都有很好的辐射光强常常用于宽光谱偏振分析器的定标，这两种光源主要存在百分之几的线偏振光；太阳磁场望远镜的偏振分析器定标中，一般利用太阳光作为入射光源，其偏振度一般在千分之几到百分之几，然而望远镜几何光路系统引起的仪器偏振在5%量级。因此，对于偏振分析器的高精度偏振定标，方案设计中需要考虑入射光的偏振效应对测量精度的影响。

设入射光的归一化Stokes矢量为 $\mathbf{S}_{\text{in}} = \begin{pmatrix} 1 & q_{\text{in}} & u_{\text{in}} & v_{\text{in}} \end{pmatrix}^T$ 。如果定标单元中的线偏振片的偏振度为100%，它将入射光变为完全线偏振光。因此，入射光的圆偏振分量 $v_{\text{in}}$ 不影响偏振定标，只考虑两个线偏振分量 $q_{\text{in}}$ 和 $u_{\text{in}}$ 对偏振定标的影响。图3.2和3.3分别为 $q_{\text{in}}$ 和 $u_{\text{in}}$ 参量引起偏振响应矩阵的测量误差， $q_{\text{in}}$ 和 $u_{\text{in}}$ 分别在[0 0.01]之间变化。实线和点线分别“D”型和“B”型偏振分析器的模拟结果 $\Delta\mathbf{X}^D$ 和 $\Delta\mathbf{X}^B$ ，其中 $\Delta\mathbf{X}^D$ 为 $6 \times 4$ 维矩阵， $\Delta\mathbf{X}^B$ 为 $4 \times 4$ 维的矩阵（图中前四行）。

分析图3.2和图3.3发现：(a) 偏振响应矩阵的测量误差与 $q_{\text{in}}(u_{\text{in}})$ 成线性关系；(b)  $\Delta\mathbf{X}^D$ 中， $q_{\text{in}}(u_{\text{in}})$ 引起了Q(U)对所有Stokes参数的串扰，同时只引起I对Q(U)的串扰。然而 $\Delta\mathbf{X}^B$ 中， $q_{\text{in}}(u_{\text{in}})$ 不仅引起了Q(U)对所有Stokes参数的串扰，而且引起I对所有Stokes参数的串扰；(c) 当 $q_{\text{in}}(u_{\text{in}}) < 0.008$ 时， $\Delta\mathbf{X}^D$ 满足(2.34)式的误差要求；当 $q_{\text{in}}(u_{\text{in}}) < 0.01$ 时， $\Delta\mathbf{X}^B$ 满足要求（公式(2.34)）；当 $q_{\text{in}}(u_{\text{in}}) > 0.01$ 时，多点偏振定标方法不再满足要求。一般所用的光源的偏

振度约在1%量级，望远镜偏振分析器定标中，尽管可以将太阳的宁静区部分看作完全非偏振光作为标准光源，然而望远镜几何光路本身将产生约5%的仪器偏振。因此，多点偏振定标法对入射光的偏振要求是比较苛刻的。

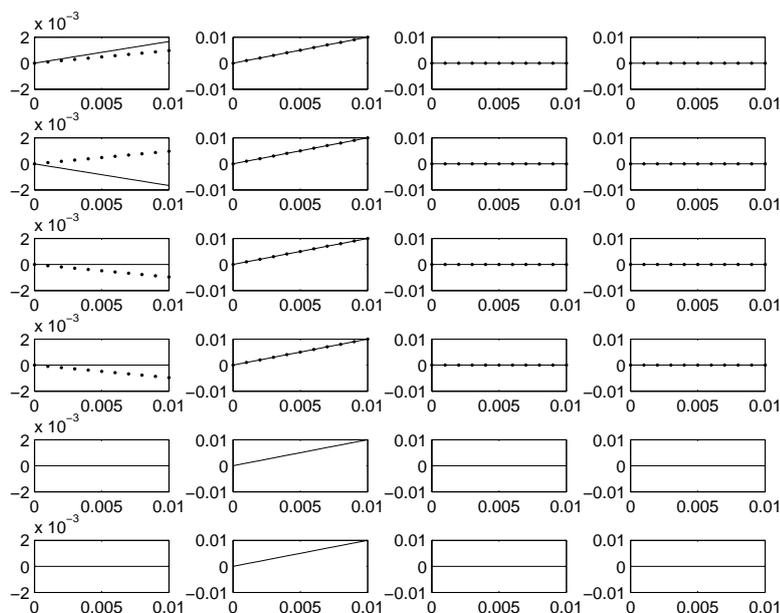


图 3.2: 入射光的 $q_{in}$ 参量引起的测量误差。横坐标为 $q_{in}$ 参量。实线为 $\Delta X^D$ ，点线为 $\Delta X^B$ ，下同。

### 3.3.2.2 线偏振片的不理想

公式 (2.13) 为线偏振片的Mueller矩阵，当 $p = 1$ 时偏振片为完全线偏振，我们称该偏振片为理想的。然而，一般情况下 $p < 1$ ，此时线偏振片不再是理想的。图 3.4 为线偏振片的不理想引起的测量误差，其中横坐标为线偏振度 $p$ 在 $[0.99, 1]$ 区间变化。分析发现：(a) 偏振响应矩阵的测量误差与线偏振度 $p$ 成线性关系；(b) 线偏振片的不理想没有引起 $I$ 对 $Q, U, V$ 的串扰；(c)  $\Delta X^D$  中，线偏振片的不理想仅仅引起了被测参量的尺度因子变化，没有引起串扰；而 $\Delta X^B$  中，引起了 $Q, U, V$ 之间的相互串扰；(d) 当 $p > 0.99$  时，线偏振片的影响在误差要求以内。

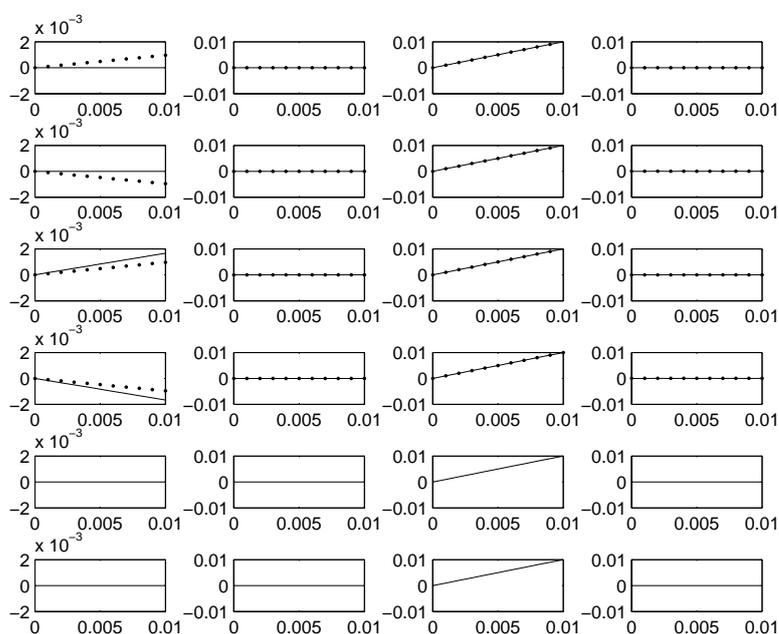


图 3.3: 入射光的 $u_{in}$ 参量引起的测量误差。横坐标为 $u_{in}$ 参量。

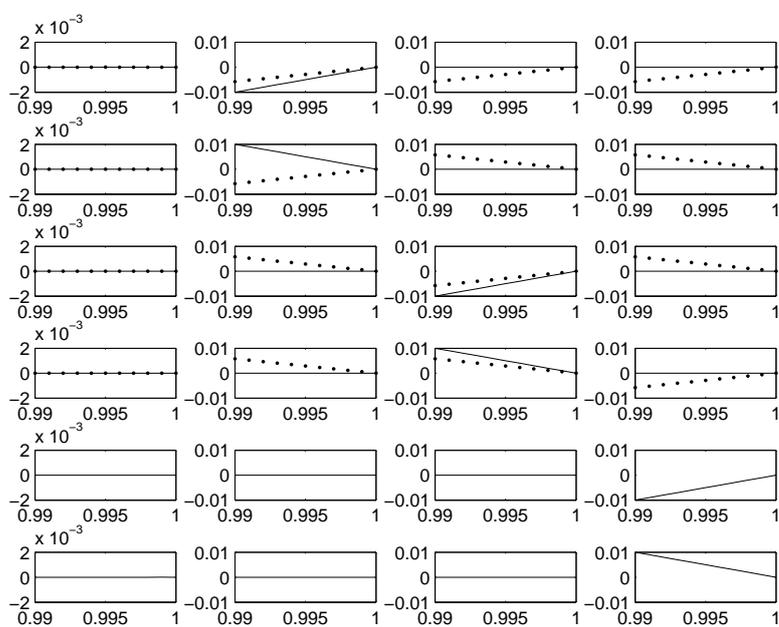


图 3.4: 线偏振片不理想引起的测量误差。横坐标为线偏振度 $p$ 。

### 3.3.2.3 方位角误差

定标单元中的方位角误差分两类：一类为定标单元整体相对于系统零方位有一定的旋转误差，这类误差将引起偏振测量中Q和U分量的相互串扰。由于定标单元任何的旋转都会被偏振分析器的逆向旋转补偿，反之亦然。所以，这类方位角误差很难定标，最好的办法是尽可能地精密校准定标单元和偏振分析器的方位零点。另一类为定标单元中波片的快慢轴相对于线偏振片的透射光轴的方位角误差 $\Delta\theta$ ，其引起的偏振响应矩阵的测量误差如图 3.5 所示。分析表明：(a)  $\Delta\mathbf{X}^D$ ， $\Delta\theta$ 引起了Q和U之间、I和V之间的交叉串扰；而 $\Delta\mathbf{X}^B$ 中， $\Delta\theta$ 引起了所有Stokes参数之间的交叉串扰；(b) 当 $\Delta\theta < 0.25^\circ$ 时，满足误差要求。

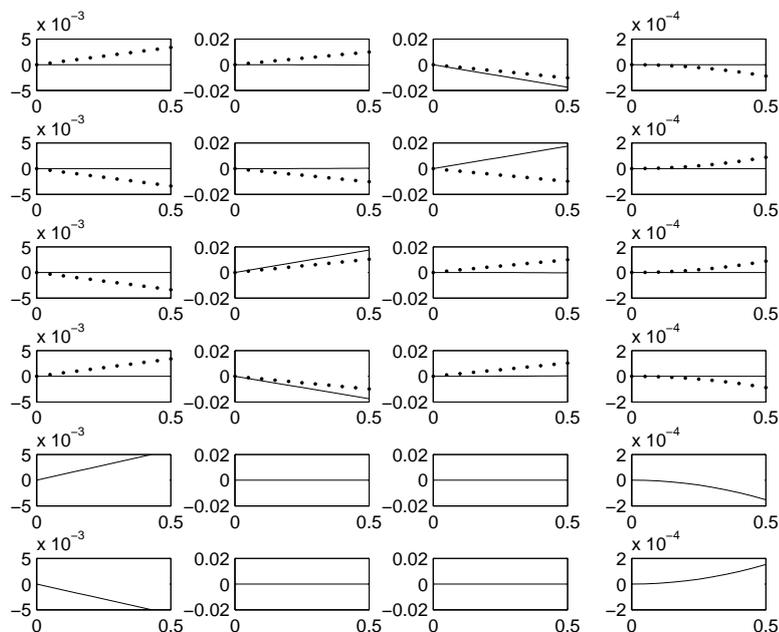


图 3.5: 定标单元波片的方位角误差 $\Delta\theta$ 引起的测量误差。横坐标为 $\Delta\theta$ ，单位( $^\circ$ )。

### 3.3.2.4 相位延迟误差

定标单元中另一个误差源来自1/4波片相位延迟误差 $\Delta\delta$ ，多点偏振定标法中利用E-P定标原理基本消除了相位延迟误差的一阶效应，但偏振分析器的高精度偏振定标的实现需要我们进一步分析其二阶甚至更高阶效应对偏振定标的

影响。图 3.6 为波片的相位延迟误差引起的偏振响应矩阵的测量误差。分析表明：(a)  $\Delta\delta$  仅仅引起了  $V$  对所有 Stokes 矢量的串扰；(a) 当  $\Delta\delta < 10^\circ$ ，满足误差要求。

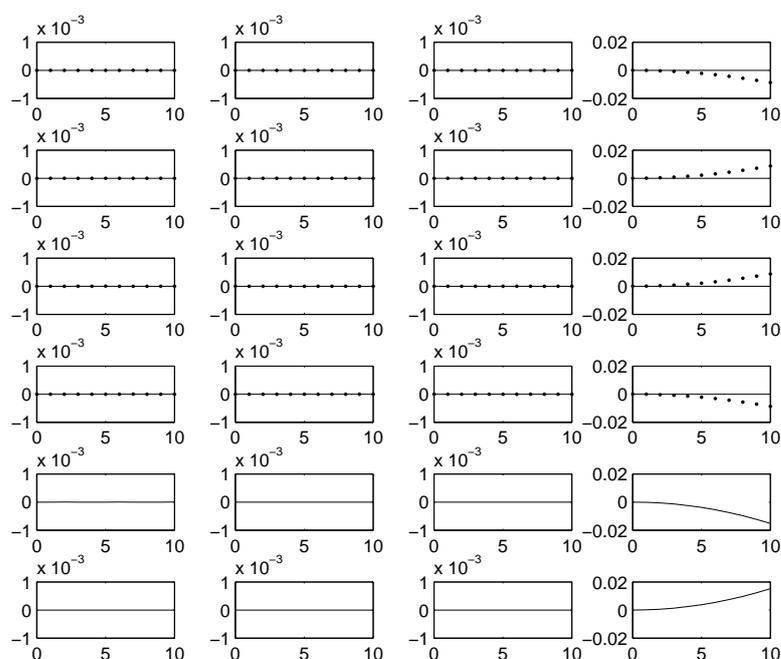


图 3.6: 定标单元波片的相位延迟误差  $\Delta\delta$  引起的测量误差。横坐标为  $\Delta\delta$ ，单位( $^\circ$ )。

### 3.3.2.5 光强衰减

偏振分析器的偏振定标方法基本上都是基于光强的调制和解调，测量过程中光强的衰减将影响偏振定标的精度，该问题在望远镜偏振分析器的定标中尤其显著。为了有效地分析光强衰减对测量精度的影响，做以下假设：

(a) 偏振分析器的调制过程中光强没有衰减。目前大多数的偏振分析器的调制由电光晶体实现，电光晶体的调制频率一般在 40Hz 以上（考虑了探测器的帧频），可以近乎认为偏振分析的调制过程中光强没有衰减；

(b) 定标单元的调制过程中光强存在明显衰减。偏振分析器的偏振定标单元一般都是由步进电机控制  $360^\circ$  自由旋转，机械调制速度较慢，因此，受光强衰减影响较大；

(c) 光强呈线性衰减，光强衰减率为 $r$ ，代表定标单元产生两个调制偏振态之间光强的衰减率。我们只是针对线性衰减这一简单情况作了误差分析。

根据以上假设模拟得到的光强衰减引起的测量误差如图 3.7 所示，横坐标为光强衰减率 $r$ 。分析发现，光强衰减引起了所有Stokes参数之间的交叉串扰，且对偏振响应矩阵的第一列影响更大。粗略估算可知，若要满足CGST的定标精度，要求光强衰减率 $r < 0.01\%$ 。可见，多点偏振定标方法受光强衰减的影响非常大。实验室中常使用闭环的方法来减小光强衰减的影响，具体操作为在定标单元前使用分光棱镜分出一小部分光强作为参考光强，通过测量参考光强的变化来实时的补偿定标过程中光强的衰减效应。然而，该方法在实际应用中面临两个困难。首先，需要精确定标分光棱镜的分光比率，否则无法精确的进行补偿；其次，该方法只能用于实验室，望远镜偏振分析器的定标由于望远镜光学及机械结构的设计无法使用闭环。一种可能的解决方法是，基于偏振分析的调制过程无光强衰减的假设，将偏振分析器调制解调得到的一组光强值除以其中的第一个光强值，即我们可以重新改写公式 (3.1) 为：

$$\frac{\begin{pmatrix} I_{meas2} \\ \vdots \\ I_{measn} \end{pmatrix}}{I_{meas1}} = \frac{\begin{pmatrix} x_{21} & x_{22} & x_{23} & x_{24} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & x_{n3} & x_{n4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_{cal1} \\ S_{cal2} \\ S_{cal3} \\ S_{cal4} \end{pmatrix}}{x_{11}S_{cal1} + x_{12}S_{cal2} + x_{13}S_{cal3} + x_{14}S_{cal4}} \quad (3.14)$$

公式 (3.14) 中，每组光强值同时除以了第一个光强值，此时，方程理论上与入射光的光强绝对值无关，从而减小了光强衰减的影响。尽管如此，方程由原始的线性方程变为非线性方程，超出了多点定标方法的范畴。

### 3.3.2.6 探测器的非线性

一般情况下，探测器的响应并非是完全线性的，存在1% – 2%的非线性。偏振分析器的高精度定标中，需要考虑探测器的非线性对测量精度的影响。为了便于模拟，假设探测器主要存在二次非线性效应，因此，(3.1) 式的探测光强将变为：

$$I'_{meas} = aI_{meas}^2 + I_{meas} \quad (3.15)$$

式中， $a$ 为非线性系数。图 3.8 模拟了 $a$ 在 0-0.02 范围内变化时的偏振测量误差。分析可知，探测器的非线性主要引起了 $I$ 对Stokes参数的串扰，且串扰大小

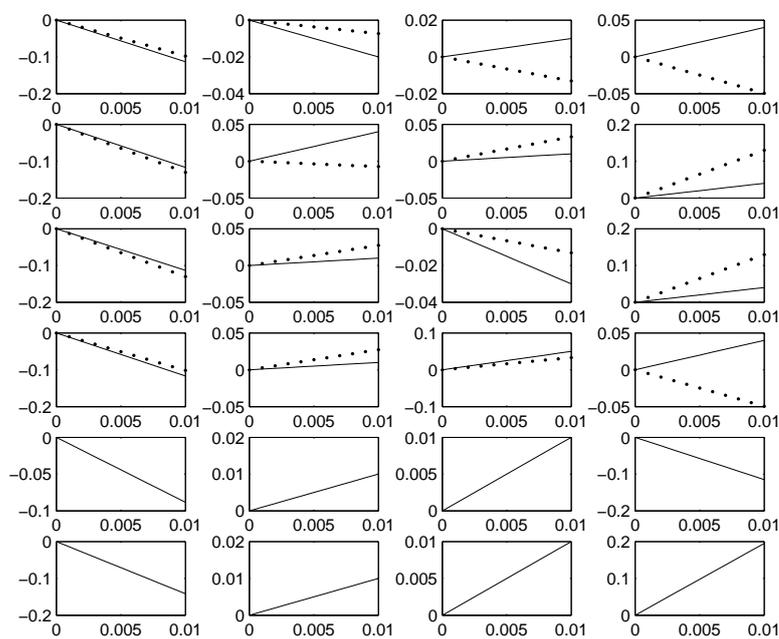


图 3.7: 光强衰减引起的测量误差。横坐标为  $r$ 。

与  $a$  几乎在同一量级。即只有当  $a < 0.001$  时，探测器的影响才可忽略不计，该要求远远小于实际探测器的非线性。

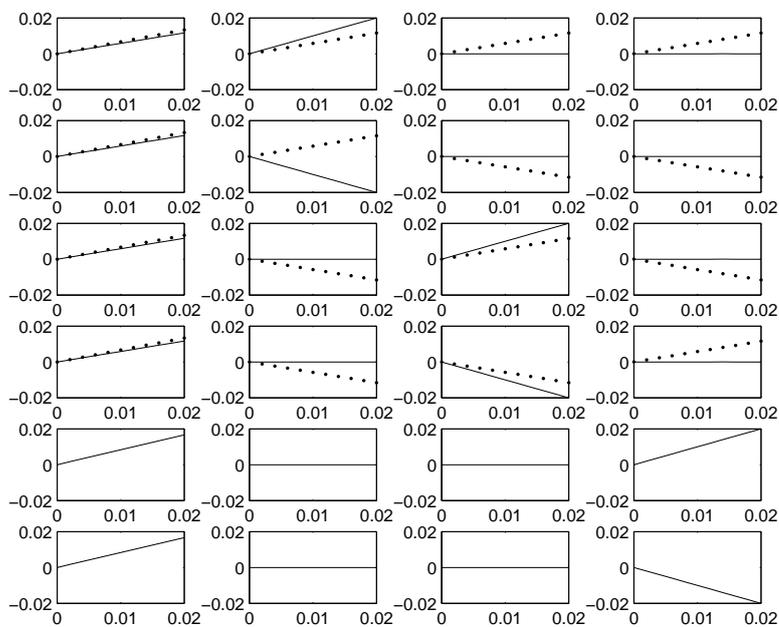


图 3.8: 探测器的非线性引起的测量误差。横坐标为  $a$ 。

### 3.3.2.7 随机误差

偏振定标过程中的随机误差来源于以下几种：a. 定标单元偏振元件旋转的重复精度；b. 入射光的抖动；c. 探测器的信噪比。其中后两种误差统称为系统的统计噪声 $\varepsilon$ 。偏振元件的旋转精度主要由控制偏振元件旋转的电机决定，一般高精度的电机旋转精度在 $1'$ 左右，在多点偏振定标方法中引起的测量误差可以忽略不计，主要考虑后两种随机误差。系统的统计噪声一般在1%以内，图3.9给出了统计噪声 $\varepsilon$ 在[0 1%]每个点处随机模拟20次得到的标准偏差。分析发现：(a)  $\Delta X^D$ 与 $\Delta X^B$ 趋势基本一致；(b) 当 $\varepsilon < 0.3\%$ 时，测量误差满足要求。

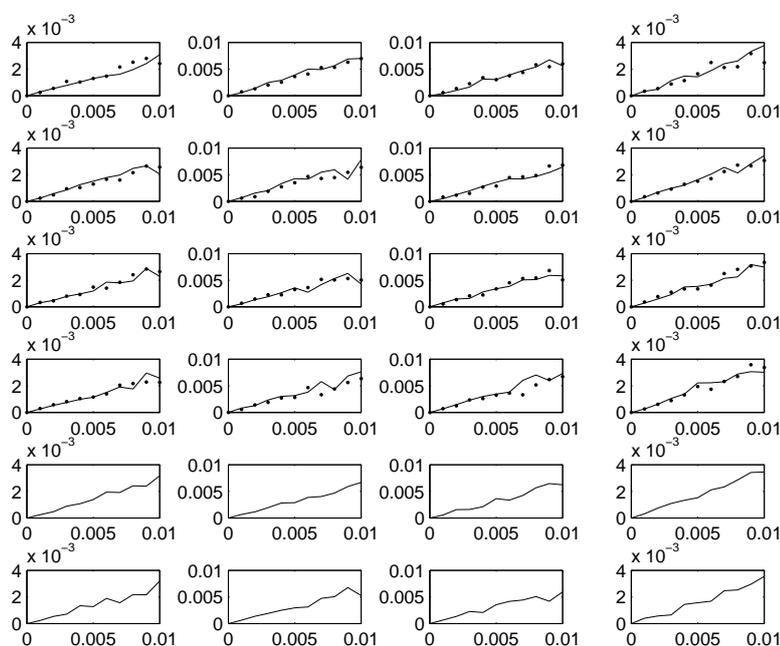


图 3.9: 随机误差。横坐标为统计噪声 $\varepsilon$ 。

## 3.4 本课题的偏振定标设计方案二——非线性拟合偏振定标

非线性拟合定标方法中拟合参数的选择、初值的选择、全局优化等问题限制了非线性拟合方法的可靠性和通用性。因此，本方案中将对这些难点问题进一步探讨，力图建立可靠的、通用性强的非线性拟合偏振定标方法；同时，基于CGST的偏振精度要求，给出定标过程中误差源的可容忍误差范围。

### 3.4.1 非线性拟合偏振定标原理

参见第 3.1 节偏振定标的基本原理，设入射光偏振态的归一化Stokes矢量为  $\mathbf{S}_{\text{in}} = (1, q_{\text{in}}, u_{\text{in}}, v_{\text{in}})^T$ ，定标单元由线偏振片和波片组合。光源发出的光束经过定标单元和偏振分析器后由探测器接收，根据偏振光传输理论和Mueller矩阵理论，得到探测光强与定标单元及入射光的Stokes参数关系如公式 (3.16) 所示，

$$\mathbf{I}_{\text{meas}} = \tau \mathbf{X} \mathbf{M}_{\text{WP}} \mathbf{M}_{\text{P}} \mathbf{S}_{\text{in}} \quad (3.16)$$

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & x_{12} & x_{13} & x_{14} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & x_{24} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & x_{n3} & x_{n4} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{\text{WP}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2(2\theta'_2) + \cos(\delta) \sin^2(2\theta'_2) & 1/2(1 - \cos(\delta)) \sin(4\theta'_2) & -\sin(\delta) \sin(2\theta'_2) \\ 0 & 1/2(1 - \cos(\delta)) \sin(4\theta'_2) & \sin^2(2\theta'_2) + \cos(\delta) \cos^2(2\theta'_2) & \sin(\delta) \cos(2\theta'_2) \\ 0 & \sin(\delta) \sin(2\theta'_2) & -\sin(\delta) \cos(2\theta'_2) & \cos(\delta) \end{pmatrix}$$

$$\theta'_2 = \theta_2 + \Delta\theta$$

$$\mathbf{M}_{\text{P}} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & p \cos(2\theta_1) & p \sin(2\theta_1) & 0 \\ p \cos(2\theta_1) & p \cos^2(2\theta_1) + p' \sin^2(2\theta_1) & p' \sin(2\theta_1) \cos(2\theta_1) & 0 \\ p \sin(2\theta_1) & p' \sin(2\theta_1) \cos(2\theta_1) & p \sin^2(2\theta_1) + p' \cos^2(2\theta_1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p' \end{pmatrix}$$

$$p' = \sqrt{1 - p^2}$$

其中， $\mathbf{X}$ 为待测偏振分析器的偏振响应矩阵， $\mathbf{M}_{\text{WP}}$ 和 $\mathbf{M}_{\text{P}}$ 分别为波片和线偏振片的Mueller矩阵， $\tau$ 为系统透射率， $p$ 为线偏振片的线偏振度， $\theta_1, \theta_2$ 分别为线偏振片和波片的旋转方位角， $\Delta\theta$ 为波片快慢轴相对于线偏振片透射光轴的方位角误差， $\delta$ 为波片的相位延迟。(3.16)式将进一步写为矩阵函数形式，

$$\mathbf{I}_{\text{meas}} = \mathbf{F}(\tau, p, q_{\text{in}}, u_{\text{in}}, v_{\text{in}}, \Delta\theta, \delta, x_{12}, \dots, x_{(n4)}, \theta_1, \theta_2) \quad (3.17)$$

上述函数中的拟合参数通过非线性拟合方法最小化 $\chi^2$ 值求解，从而测得偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ 。其中， $\tilde{\mathbf{I}}_{\text{meas}}$ 是实际测量值。

$$\chi^2 = \sum_{\theta_1} \sum_{\theta_2} (\mathbf{I}_{\text{meas}}(\theta_1, \theta_2) - \tilde{\mathbf{I}}_{\text{meas}}(\theta_1, \theta_2))^2 \quad (3.18)$$

非线性拟合偏振定标方法的最大优势在于：将入射光的Stokes参量、定标单元的方位角误差和相位延迟作为拟合参数由非线性最小二乘拟合求解，无需精密定标，避免了这些误差源引起的测量误差。

### 3.4.2 难点分析

非线性拟合偏振定标的难点在于定标系统本身的奇异性质，即该定标系统使用非线性拟合定标的结果是否是稳定的、唯一的。根据第 3.4.1 节的基本理论，我们需要从拟合函数的建立、定标单元的组合方法以及初值的选择三个方面考虑定标系统的奇异性。首先，拟合函数中包含了非常多的未知参数，参数之间是否相互独立决定了非线性拟合定标法的可靠性。如果未知参数有简并存在，即使非线性拟合结果中 $\chi^2$ 可能很小但参数拟合值远远偏离真实情况；其次，定标单元的组合方式决定了定标过程中测量值是否布满整个解空间，如果选择了一种差的组合方式，即使组合、测量值很多，我们仍然无法完全得到可靠的结果；此外，初值的选择决定了非线性偏振定标方法的应用前景，尤其是望远镜偏振分析器的定标过程中，偏振分析器的形式及参数往往是完全不确定的，我们将很难给出一组接近于理想值的初值以实现非线性拟合定标。因此，定标方法的设计过程中更好的寻找和优化初值，使得初值的选择不依赖于被测偏振分析器，从而实现非线性拟合偏振定标结果的可靠与稳定。本节将从这三个方面逐一考虑，最终建立可靠的非线性拟合偏振定标法。

#### 3.4.2.1 拟合函数的建立

拟合函数的建立关键在于拟合参数的选择，本方法中根据下面的分析选择拟合参数：

a. 由线偏振片的Mueller矩阵 $\mathbf{M}_P$ 可知，线偏振度 $p$ 直接影响入射光的偏振效应对定标系统的作用，而且， $p$ 和入射光的Stokes参量一起作为拟合参数将存在简并现象。基于此，我们一般选用线偏振度非常高的线偏振片。市场上生产的线偏振一般以消光比ratio作为性能指标，ratio和 $p$ 有如下关系，

$$ratio = \frac{1 + p^2}{1 - p^2} \quad (3.19)$$

作简单的量级估计：入射光的偏振度一般在 $5 \times 10^{-2}$ 量级，如果要满足最终偏振定标精度 $2E-4$ ，要求线偏振片的线偏振度 $p \simeq 0.996$ ，由公式 (3.19) 可求得线偏

振片消光比 $ratio \simeq 250$ 。所以为了满足精度要求，需要选择消光比 $> 300 : 1$ 的线偏振片。实际应用中，我们一般选择消光比 $> 10000 : 1$ 的线偏振片，此时， $v_{in}$ 分量对偏振定标的影响可以忽略，仅仅将 $q_{in}$ 和 $u_{in}$ 作为拟合参数即可；

b. 定标单元中装配引起的波片的方位角误差 $\Delta\theta$ 和波片的相位延迟 $\delta$ ，我们很难在定标前精密校准。因此，这两个参数也将作为非线性拟合参数。值得注意的是，波片的相位延迟可以是除 $0^\circ$ 和 $180^\circ$ 以外的任意相位；

c. 系统的透射率 $\tau$ 包括入射光强 $\mathbf{I}$ 、线偏振片的透射率 $\tau_P$ 、波片的透射率 $\tau_{WP}$ 、待测偏振分析器的透射率 $\tau_a$ 以及探测器的量子转换效率 $\kappa$ ，这些参数是简并的且乘积可以由系统的透射率 $\tau$ 表示。因此，拟合函数中将 $\tau$ 作为拟合参数；

d. 偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ 归一化后 $4n - 1$ 个矩阵元作为拟合参数。

最终，非线性拟合偏振定标法中的拟合函数如公式 (3.20) 所示，共 $5 + 4n - 1$ 个拟合参数，其中 $n$ 由偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ 决定。

$$\mathbf{I}_{\text{meas}} = \mathbf{F}(\tau, q_{in}, u_{in}, \Delta\theta, \delta, x_{12}, \dots, x_{n4}, \theta_1, \theta_2) \quad (3.20)$$

### 3.4.2.2 定标单元的组合方式

定标单元的组合方式主要是确定线偏振片和波片的方位角 $(\theta_1, \theta_2)$ 的组合方式，要求 $(\theta_1, \theta_2)$ 的组合使得测量值填充系统的整个解空间。

将公式 (3.20) 在系统拟合参数的真实值 $\tau(0), q_{in}(0), \dots, x_{n4}(0)$ 处作一阶泰勒展开，得到

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_{\text{meas}}(\theta_1, \theta_2) \simeq & \frac{\partial \mathbf{F}(\theta_1, \theta_2)}{\partial \tau} \Big|_{\tau=\tau(0)} (\tau - \tau(0)) + \frac{\partial \mathbf{F}(\theta_1, \theta_2)}{\partial q_{in}} \Big|_{q_{in}=q_{in}(0)} (q_{in} - q_{in}(0)) \\ & + \dots + \frac{\partial \mathbf{F}(\theta_1, \theta_2)}{\partial x_{n4}} \Big|_{x_{n4}=x_{n4}(0)} (x_{n4} - x_{n4}(0)) \end{aligned} \quad (3.21)$$

对于不同的 $(\theta_1, \theta_2)$ ，设为 $(\theta_{11}, \theta_{21}), (\theta_{12}, \theta_{22}), \dots, (\theta_{1m}, \theta_{2m})$ ，则可以得到一系列方程，写成矩阵形式如公式 (3.22) 所示。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{I}_{\text{meas}}(\theta_{11}, \theta_{21}) \\ \mathbf{I}_{\text{meas}}(\theta_{12}, \theta_{22}) \\ \vdots \\ \mathbf{I}_{\text{meas}}(\theta_{1m}, \theta_{2m}) \end{pmatrix} \simeq \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{F}(\theta_{11}, \theta_{21})}{\partial \tau} & \frac{\partial \mathbf{F}(\theta_{11}, \theta_{21})}{\partial q_{in}} & \dots & \frac{\partial \mathbf{F}(\theta_{11}, \theta_{21})}{\partial x_{n4}} \\ \frac{\partial \mathbf{F}(\theta_{12}, \theta_{22})}{\partial \tau} & \frac{\partial \mathbf{F}(\theta_{12}, \theta_{22})}{\partial q_{in}} & \dots & \frac{\partial \mathbf{F}(\theta_{12}, \theta_{22})}{\partial x_{n4}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \mathbf{F}(\theta_{1m}, \theta_{2m})}{\partial \tau} & \frac{\partial \mathbf{F}(\theta_{1m}, \theta_{2m})}{\partial q_{in}} & \dots & \frac{\partial \mathbf{F}(\theta_{1m}, \theta_{2m})}{\partial x_{n4}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau - \tau(0) \\ q_{in} - q_{in}(0) \\ \vdots \\ x_{n4} - x_{n4}(0) \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

我们可以将偏振定标系统在拟合参数的真实值 $\tau(0), q_{in}(0), \dots, x_{n4}(0)$ 处看作一个线性系统，上式等价于

$$\mathbf{b} = \mathbf{A}\mathbf{x} \quad (3.23)$$

其中 $\mathbf{b}$ 为测量值， $\mathbf{A}$ 为系统矩阵， $\mathbf{x} = [\tau, q_{in}, u_{in}, \Delta\theta, \delta, x_{12}, \dots, x_{n4}]$ 为未知数。根据第二章第(2.1.5)节线性系统理论及矩阵的条件数分析可知， $\mathbf{x}$ （即 $\tau(0), q_{in}(0), \dots, x_{n4}(0)$ ）有唯一解的充要条件是系统矩阵 $\mathbf{A}$ 的行列式不等于0；此外， $\mathbf{A}$ 的条件数 $\text{Cond}(\mathbf{A})_2$ 越小，系统的稳定性越高，信噪比越高。我们将根据该理论确定 $(\theta_1, \theta_2)$ 的组合值。

值得注意的是， $\theta_1$ 和 $\theta_2$ 可以在 $360^\circ$ 范围内任意选择，且每 $m$ 组内只要有一组不同，即属于新的选择方案，如此将有非常多的组合方案。使用上述理论从如此多的方案中去寻找最优的结果将非常复杂。事实上全局寻找最优解是没有必要的，因为偏振定标中我们只需要寻找 $m$ 组符合要求的即可。设 $\theta_1$ 和 $\theta_2$ 以相同的步长  $\text{step}$  可以自由 $360^\circ$ 旋转，将得到一种组合方案，其中 $m = (\frac{360}{\text{step}})^2$ 。由公式(3.22)和(3.23)可得到 $\mathbf{A}$ 的条件数 $\text{Cond}(\mathbf{A})_2$ 与步长  $\text{step}$  的关系， $\text{Cond}(\mathbf{A})_2$ 的极小值对应的  $\text{step}$  即为一种优化的选择方案。

上述优化方案中  $\text{step}$  的确定需要两个前提：

a. 确定拟合函数。(3.20)式的拟合函数适用于入射光强 $\mathbf{I}$ 比较稳定的情况；完成一次定标一般在10分钟-20分钟左右，如果 $\mathbf{I}$ 在这段时间内有明显衰减，将使得非线性拟合精度降低。此时，可能的方法是使用“归一化”的拟合函数，即(3.20)式的拟合函数是一个列矢，将等式两边同时除以列矢的第一行，则有

$$\frac{\mathbf{I}_{\text{meas}}}{\mathbf{I}_{\text{meas}}(1)} = \frac{\mathbf{F}(\tau, q_{in}, u_{in}, \Delta\theta, \delta, x_{12}, \dots, x_{n4}, \theta_1, \theta_2)}{\mathbf{F}(\tau, q_{in}, u_{in}, \Delta\theta, \delta, x_{12}, \dots, x_{n4}, \theta_1, \theta_2)(1)} \quad (3.24)$$

由于偏振分析器的快速调制， $\frac{\mathbf{I}_{\text{meas}}}{\mathbf{I}_{\text{meas}}(1)}$ 几乎不依赖于入射光强 $\mathbf{I}$ 。实际测量中将根据光强的衰减情况考虑是否使用该方案，现在主要考虑入射光强 $\mathbf{I}$ 比较稳定的情况。

b. 拟合参数的真实值的确定。上述优化方案得以实现的前提是拟合函数可以在 $(\tau(0), q_{in}(0), \dots, x_{n4}(0))$ 处展开（见公式(3.21)）且需要给出 $(\tau(0), q_{in}(0), \dots, x_{n4}(0))$ 值。这里分别以理想的标准的“Stokes definition”型和“Stokes balanced”型偏振分析器的偏振响应矩阵 $\mathbf{X}_D, \mathbf{X}_B$ 模拟真实值，并假设 $q_{in} = u_{in} = 0, \tau = 1, \Delta\theta = 0, \delta = \pi/2$ 。

图 3.10 给出了系统雅可比矩阵 $\mathbf{A}$ 的条件数 $\text{Cond}(\mathbf{A})$ 与步长  $\text{step}$  的关系。其中实线和虚线分别代表”Stokes definition”型和”Stokes balanced”型偏振分析器的模拟结果。针对这两种偏振分析器模拟， $\text{Cond}(\mathbf{A})$ 随 $\text{step}$ 有相同的趋势变化，说明 $\text{step}$ 的选择可能与被测偏振分析器的偏振相应矩阵 $\mathbf{X}$ 无关； $\text{step} > 60^\circ$ 时条件数迅速增大，定标系统稳定性差； $\text{step} = 45^\circ$ 时条件数最小，因此，该方法中选择 $\text{step} = 45^\circ$ 。

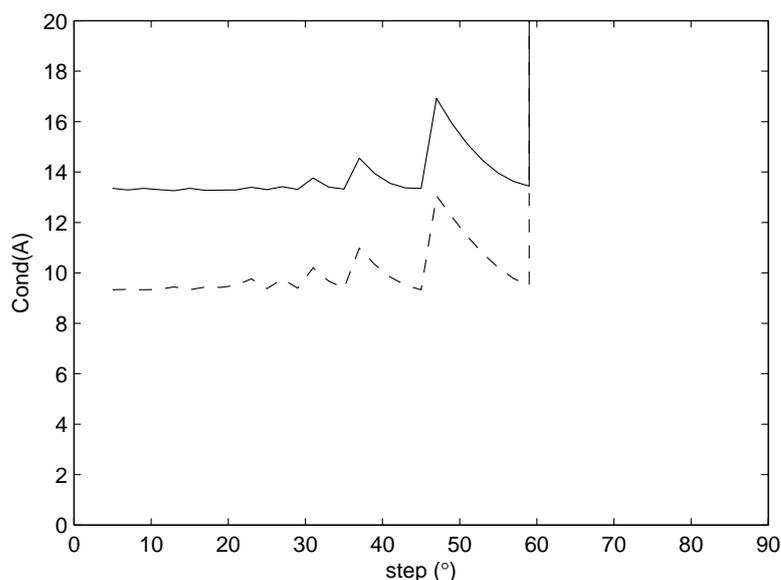


图 3.10: 系统雅可比矩阵 $\mathbf{A}$ 的条件数 $\text{Cond}(\mathbf{A})$ 与步长  $\text{step}$  的关系。

### 3.4.2.3 初值的选择

非线性拟合方法一个最大的问题是初值的选取，因为多参数的非线性拟合结果往往得到的是局部极小值，初值的选择正确与否常常决定了非线性拟合在哪个位置收敛。尽管也有一些其他算法，如RBF神经网络、支持向量机、蒙特卡洛法、遗传算法等，来寻找全局最小值，但一般程序或者非常复杂或者非常费时。因此，寻找一组合适的初值和优化设计方案，使得非线性拟合偏振定标方法对于任何的被测偏振分析器都将拟合得到接近于真实状态对于偏振定标有重要的应用价值。

**初值选择过程** 首先假设一组符合物理意义的合理的初值，记为矢量 $\mathbf{x}_0$ (注： $\mathbf{x} = [q_{in}, u_{in}, \Delta\theta, \delta, \tau, x_{12}, \dots, x_{n4}]$ )；然后假设各种可能的偏振分析器及系统真实

值 $\mathbf{x}_{real}$ ,由(3.16)式得到一系列测量值 $\mathbf{I}_{meas}$ ,根据(3.17)和(3.18)式做非线性拟合得到未知参数,记为 $\mathbf{x}_{meas}$ ;定义 $\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x}_{meas} - \mathbf{x}_{real}$ 为拟合参数的测量误差,通过模拟得到的测量误差 $\Delta\mathbf{x}$ 能够判断所选初值是否满足要求。初值的选择过程中,初值 $\mathbf{x}_0$ 的猜测是否合理以及模拟未知参数的真实值 $\mathbf{x}_{real}$ 是否能够代表几乎所有的系统状态是必须考虑的问题。

这里假设系统的初值为

$$x = [0, 0, 0, 90^\circ, 0.5, x_{\alpha 1} = 1; x_{\alpha\beta} = 0.5], \quad \alpha = 1, 2, \dots, n; \beta = 2, 3, 4 \quad (3.25)$$

其中,由于入射光的线偏振和波片初始方位角误差很小,设初值 $q_{in} = u_{in} = \Delta\theta = 0$ 比较合理;一般常使用标准的1/4波片,因此选择相位延迟 $\delta = 90^\circ$ 是合理的;探测光强归一化后,系统透射率在 $0 \sim 1$ 之间,因此初值选择 $\tau = 0.5$ 比较合理;此外,偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ 的第一列几乎都在1附近变化,选择 $x(\alpha 1) = 1, \alpha = 1, 2, \dots, n$ 比较合理, $\mathbf{X}$ 的其他矩阵元在 $0 \sim 1$ 之间变化,故选择 $x(\alpha\beta) = 0.5, \beta = 2, 3, 4$ 是合理的。

未知参数真实值 $\mathbf{x}_{real}$ 的模拟需要考虑模拟值是否尽可能的包括各种类型的偏振分析器。一般情况下,任意一种理想的偏振分析器,其偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ 的每一行代表偏振分析器的一个偏振状态,该偏振态可以由归一化Stokes矢量描述(参见第二章第2.1.3节,即

$$(m_{i1}, m_{i2}, m_{i3}, m_{i4}) = (1, \cos(2\chi) \cos(2\psi), \cos(2\chi) \sin(2\psi), \sin(2\chi)) \quad (3.26)$$

其中, $i$ 表示偏振分析器的第 $i$ 个偏振状态, $\chi \in [-45^\circ, 45^\circ], \psi \in [-90^\circ, 90^\circ]$ 代表偏振空间所有可能的偏振态。由(3.26)式可知,随机的选择 $\chi$ 和 $\psi$ 可以得到任意的偏振状态。此外,非线性拟合偏振定标方法解的完备性要求偏振分析器至少有4个相互独立的偏振状态,非线性拟合最有效,系统最稳定。基于此,偏振响应矩阵 $\mathbf{x}_{real}$ 的选择如下: a. 由随机函数随机得到一组 $\chi$ 和 $\psi$ 值,要求 $\chi \in [-45^\circ, 45^\circ], \psi \in [-90^\circ, 90^\circ]$ ;由公式(3.26)得到 $\mathbf{x}_{real}$ 的第一行 $[1, m_{12}, m_{13}, m_{14}]$ ; b. 参照标准"Stokes balanced"型的偏振分析器的偏振响应矩阵 $\mathbf{X}_B$ ,给出其他三个相对独立的偏振状态,得到偏振响应矩阵 $\mathbf{x}_{real}$ 为

$$\mathbf{x}_{real} = \begin{pmatrix} 1 & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ 1 & -m_{12} & -m_{13} & m_{14} \\ 1 & -m_{12} & m_{13} & -m_{14} \\ 1 & m_{12} & -m_{13} & -m_{14} \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

值得注意的是，当 $(m_{12}, m_{13}, m_{14})$ 中某两个参量同时为零时，上述简单方法得到的四个偏振状态并不相互独立。

最终我们给出 $\mathbf{x}_{real}$ 的模拟真实值的范围： $q_{in}, u_{in} \in [-0.1, 0.1]$ ； $\Delta\theta \in [-10^\circ, 10^\circ]$ ； $\delta \in [40^\circ, 140^\circ]$ ； $\tau \in [0.1, 1]$ ； $\chi \in [-45^\circ, 45^\circ]$ ； $\psi \in [-90^\circ, 90^\circ]$ 。在该范围内随机模拟1000组 $\mathbf{x}_{real}$ ，通过非线性拟合求解 $\Delta\mathbf{x}$ 。图 3.11 - 3.16 给出了参数拟合误差情况及拟合残差 $\chi^2$ 。图 3.11 - 3.13 为偏振分析器只有一种偏振状态的模拟结果，此时系统的解空间是不完备的；图 3.14 - 3.16 为偏振分析器有四种近似偏振状态的模拟结果。分析表明：当系统的解空间完备时，该拟合定标方法的拟合精度在 $10^{-5}$ ，不依赖于所选初值 $\mathbf{x}_0$ ；当系统的解空间不完备时，拟合定标精度显著降低，且依赖于初值 $\mathbf{x}_0$ ，尤其受 $\mathbf{x}_0$ 中波片方位角误差 $\Delta\theta$ 和 $\delta$ 的影响较大；图 3.14 - 3.16 中某些次拟合结果精度比较低，主要是由于 $(m_{12}, m_{13}, m_{14})$ 中某两个参量接近于零导致系统不再完备，这种情况主要对 $\mathbf{x}$ 中的第四列影响较大。

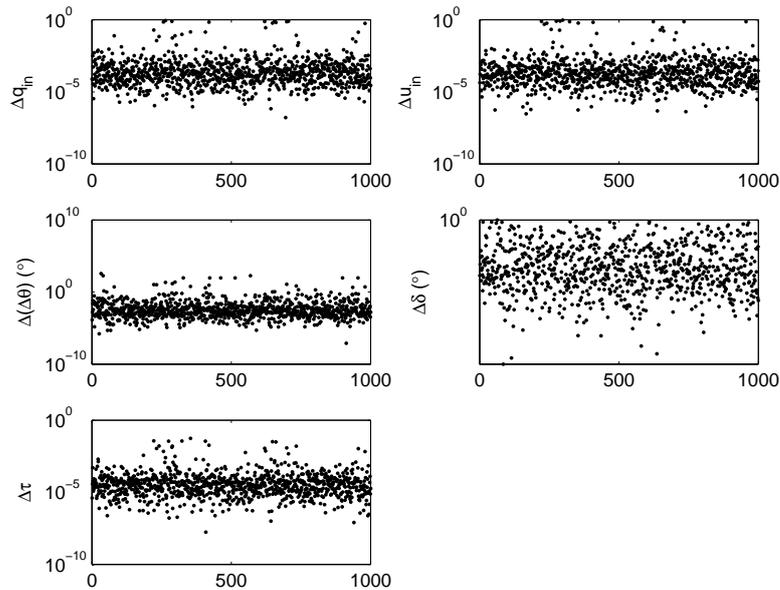


图 3.11: 系统不完备时系统参数拟合误差。横坐标为模拟次数，下同。

### 3.4.3 误差分析

非线性拟合偏振定标方法的主要误差来源于随机误差、线偏振片的不理想、光强衰减以及探测器的非线性效应。与多点偏振定标方法的误差分析类似

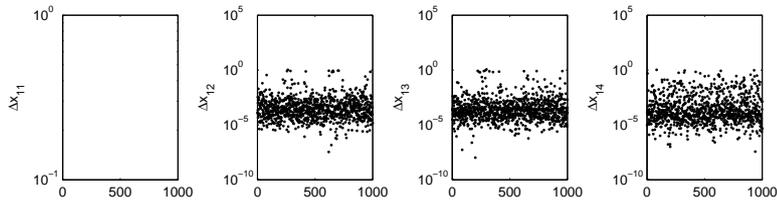
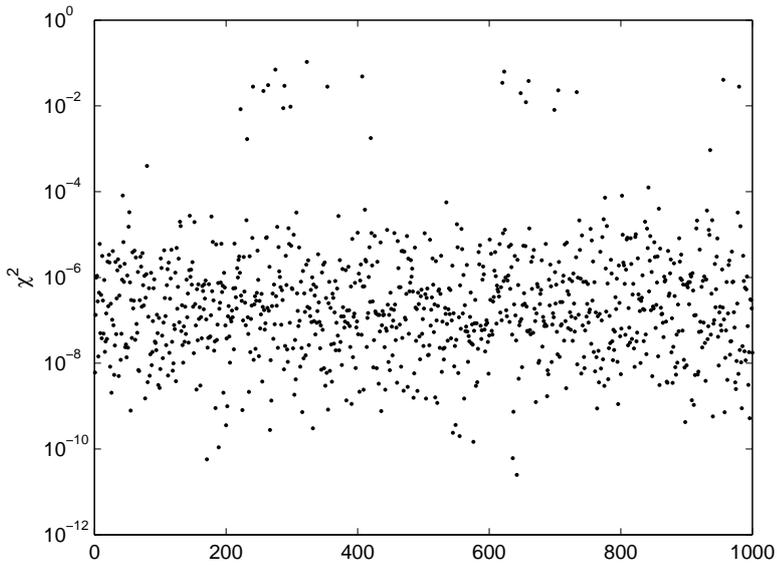
图 3.12: 系统不完备时 $\mathbf{X}$ 的拟合误差。

图 3.13: 系统不完备时的拟合残差。

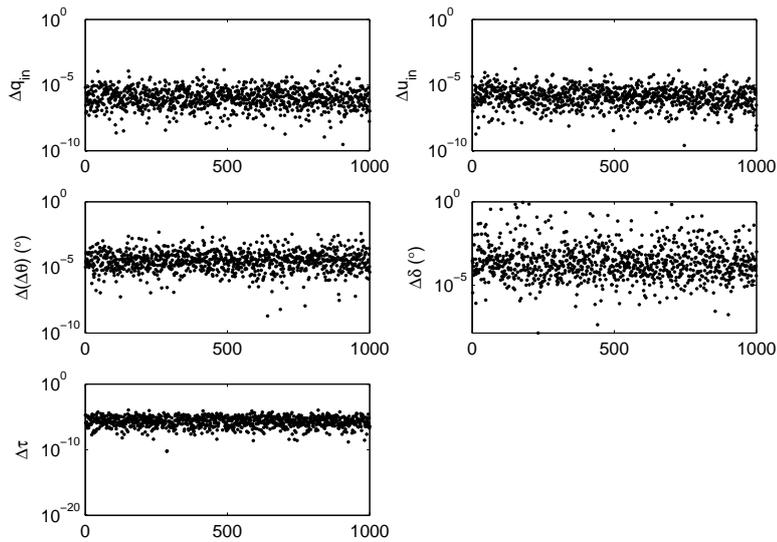


图 3.14: 系统完备时系统参数拟合误差。

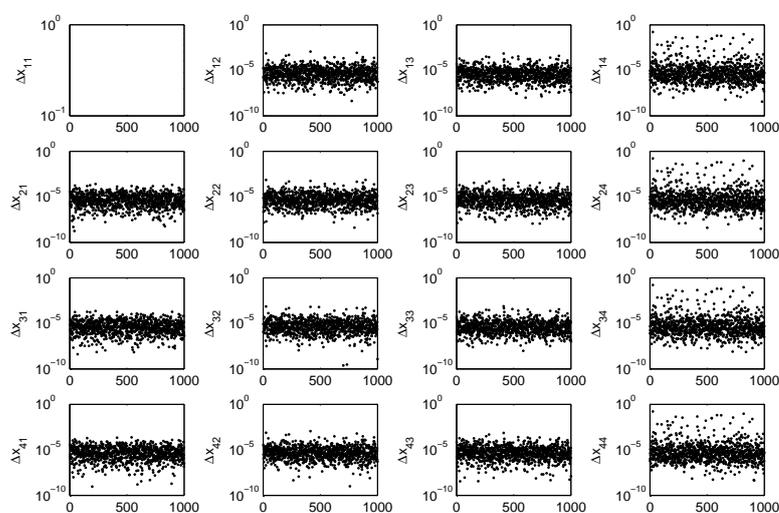
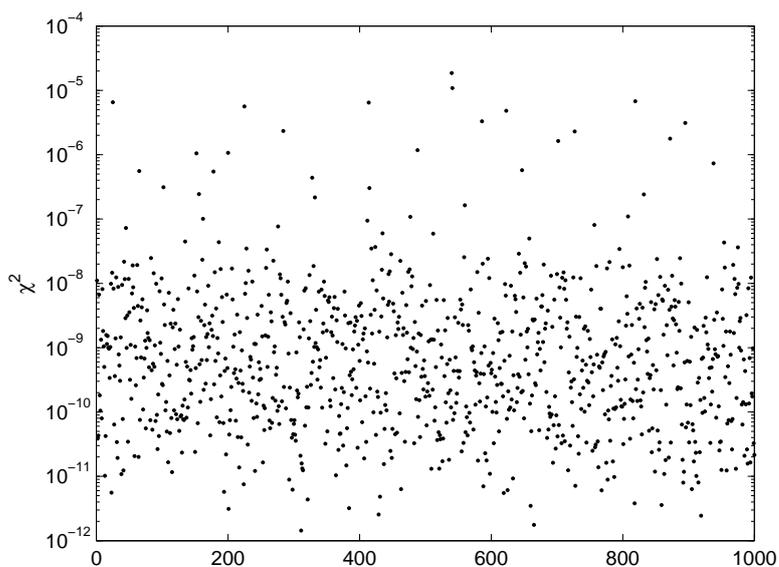
图 3.15: 系统完备时 $\mathbf{X}$ 的拟合误差。

图 3.16: 系统完备时的拟合残差。

(参见第三章第 3.3.2 节), 以标准的”Stokes definition”型和”Stokes balanced”型偏振分析器作为被测样品做误差的量化分析。

### 3.4.3.1 误差分析方法

由于非线性拟合偏振定标属于非线性过程, 误差分析亦属于非线性, 不能做简单的计算分析。因此, 将使用计算机模拟估计这些误差因素带来

的偏振响应矩阵的测量误差。首先，假定系统不存在测量误差，设一组未知参数的真实值，记为 $\mathbf{x}_{\text{theory}}$ ；然后，假定系统中存在某一误差源存在 $\Delta$ ，如果误差源属于系统误差，则将 $\Delta$ 直接代入(3.16)式使用上述拟合方法未知参数，记为 $\mathbf{x}'_{\text{meas}}$ ， $\Delta\mathbf{x}_{\text{meas}} = \mathbf{x}'_{\text{meas}} - \mathbf{x}_{\text{theory}}$ ， $\Delta\mathbf{x}_{\text{meas}}$ 为系统误差源引起的测量误差；如果误差源属于随机误差，则由随机函数随机给出一个误差 $\Delta_i$  ( $\Delta_i \leq \Delta$ )，同理可通过非线性拟合得到未知参数，记为 $\mathbf{x}''_{\text{meas}}$ ，重复20次测量，此时定义 $\Delta\mathbf{x}_{\text{meas}} = \sqrt{\sum_i (\mathbf{x}''_{\text{meas}} - \mathbf{x}_{\text{theory}})^2 / 19}$ 。下面的误差分析中假设的真值为 $\mathbf{x}_{\text{theory}} = [0, 0, 0, 90^\circ, 1, \mathbf{X}]$ ， $\mathbf{X}$ 为“Definition”型和“Balanced”型偏振分析器的偏振响应矩阵。此外，为了方便表述，定义未知参数矢量 $\mathbf{x}$ 中除偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ 以外的参量为系统参数。

### 3.4.3.2 随机误差

非线性拟合偏振定标方法的主要的误差来源于统计噪声 $\varepsilon$ 。探测器曝光时间恒定的前提下，随机误差的大小与系统的稳定性（或信噪比）有关。系统越稳定，随机误差越小，反之亦反。因此，随机误差的分析可以判断上述偏振定标方案的可靠性及稳定性。图3.17和3.18为非线性拟合定标方法模拟得到的参数拟合误差与统计噪声 $\varepsilon$ 的关系，当 $\varepsilon < 0.3\%$ 时，拟合误差满足CGST的偏振定标要求。该结论与多点定标方法的随机误差分析结果一致（参见图3.9）。

### 3.4.3.3 线偏振片的不理想

当线偏振度 $p < 1$ 时，线偏振片是不理想的。完美的非线性拟合偏振定标方案是将偏振度 $p$ 作为一个未知参数拟合求解，这样避免了线偏振片的不理想引起的测量误差。然而， $p$ 和入射光的线偏振态分量存在一定程度的简并， $p$ 作为未知量的加入降低了非线性拟合方法的定标精度。因此，可行的解决方案是通过误差分析得到线偏振度 $p$ 值的下限，然后试图从线偏振片的制造精度上保证其对非线性拟合定标的影响可以忽略。图3.19和3.20的模拟结果表明，当 $p > 0.99$ 时偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ 的测量精度满足要求，该结论也与多点偏振定标方法的误差分析结果一致（参见图3.4）。根据ratio和 $p$ 的关系（公式(3.19)）得到应选择消光比大于100:1的线偏振片。实际应用中，我们一般选用消光比大于10000:1的线偏振片，此时线偏振片的不理想的影响可以忽略不计。

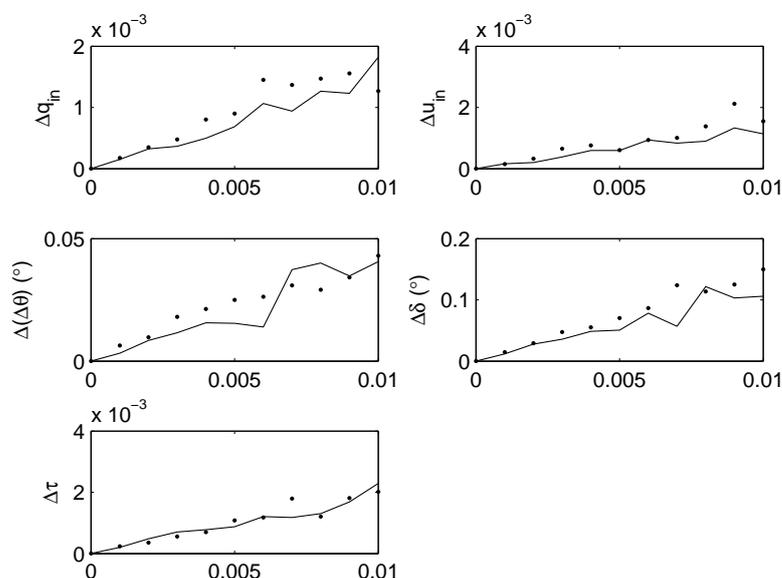


图 3.17: 随机误差引起的系统参数拟合结果。横坐标为统计噪声 $\epsilon$ 。实线为”Stokes definition”型偏振分析器的拟合结果，点线为”Stokes balanced”型偏振分析器的拟合结果，下同。

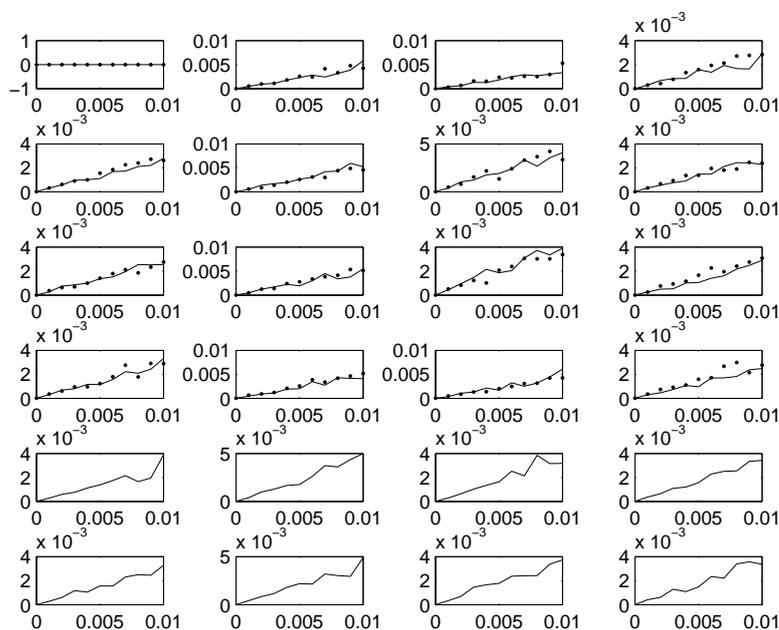


图 3.18: 随机误差引起的偏振响应矩阵拟合误差 $\Delta X^D$ 和 $\Delta X^B$ 。横坐标为统计噪声 $\epsilon$ 。

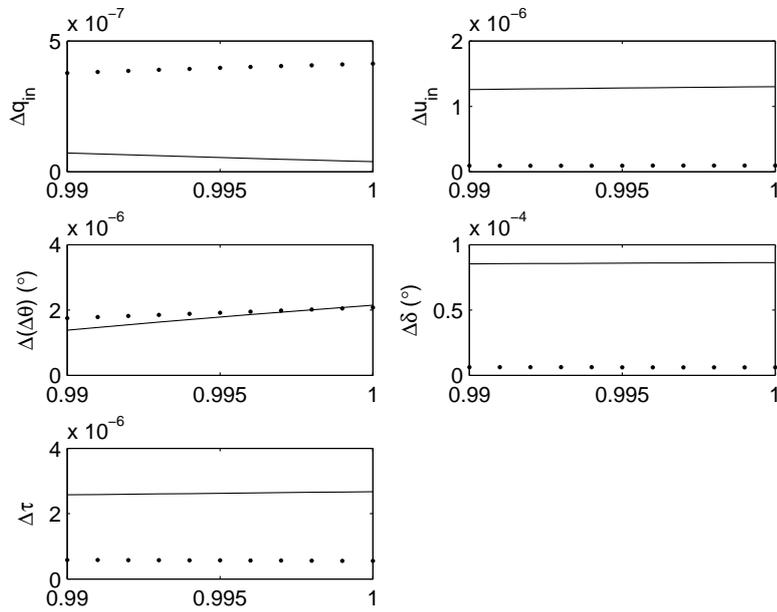


图 3.19: 线偏振片不理想引起的系统参数的拟合误差, 横坐标为线偏振度 $p$ 。

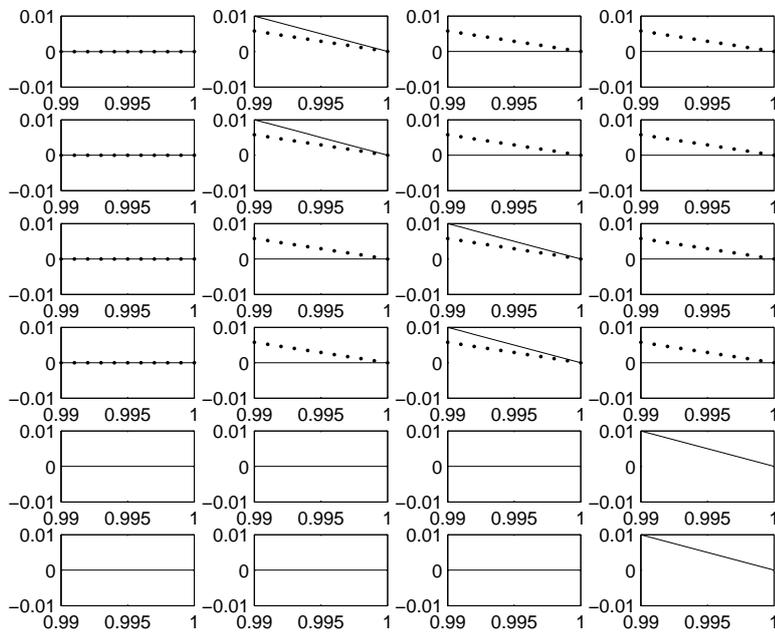


图 3.20: 线偏振片不理想引起的偏振响应矩阵拟合误差 $\Delta \mathbf{X}^D$ 和 $\Delta \mathbf{X}^B$ 。横坐标为线偏振度 $p$ 。

### 3.4.3.4 光强衰减

利用第 3.3.2.5 节的基本假设，我们用相同的方法考虑了光强衰减对非线性拟合偏振定标的影响，图 3.21 和 3.22 为模拟得到的参数拟合误差。其中，图 3.22 表明，在衰减率  $r < 0.01$  范围内，参数拟合误差结果满足 CGST 的偏振定标要求，该结论优于多点偏振定标方法（参见图 3.7）。分析图 3.21 发现，系统参数拟合结果中入射光的 Stokes 参量和系统透射率随衰减率  $r$  变化较大，这是由于一方面非线性拟合方法中入射光的 Stokes 矢量为归一化矢量，光强衰减必然会导致归一化的 Stokes 参量的误差增大；另一方面系统的透射率与入射光的光强度直接相关，因此受光强衰减影响也最大。

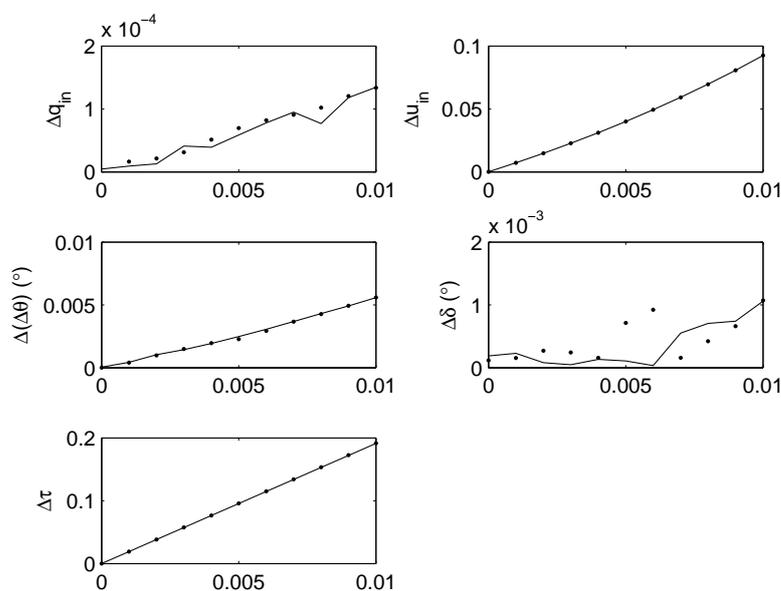


图 3.21: 光强衰减引起的系统参数的拟合误差，横坐标为衰减率  $r$ 。

### 3.4.3.5 探测器的非线性

与多点偏振定标方法的误差分析一样，我们只考虑了探测器的二次非线性效应的影响，图 3.23 和 3.24 为模拟结果。图 3.24 表明，当非线性系数  $a < 0.01$  时，参数拟合误差结果满足 CGST 的偏振定标要求，该结论也优于多点偏振定标方法（参见图 3.8）。由图 3.23 易知，系统透射率的拟合误差随非线性系数  $a$  的增大有所降低。

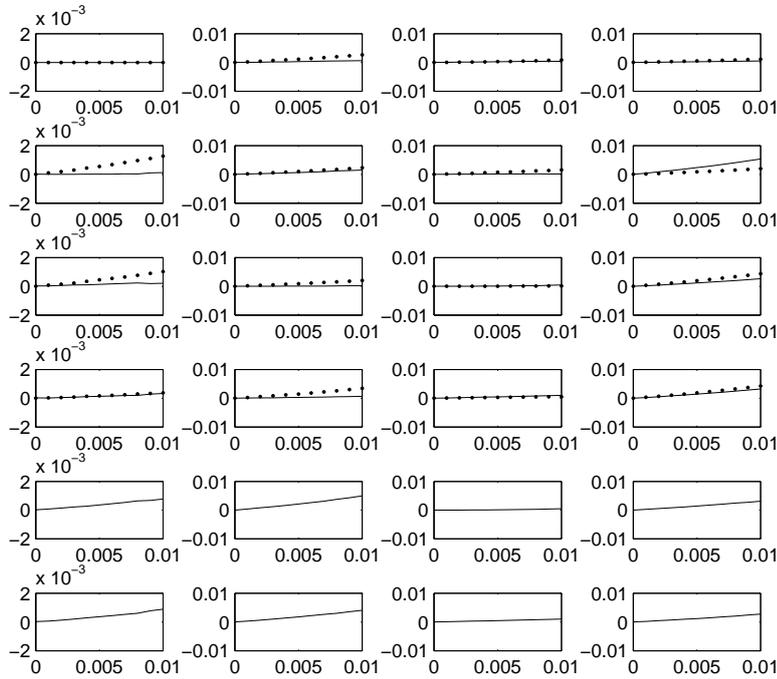


图 3.22: 光强衰减引起的偏振响应矩阵拟合误差 $\Delta\mathbf{X}^D$ 和 $\Delta\mathbf{X}^B$ 。横坐标为 $r$ 。

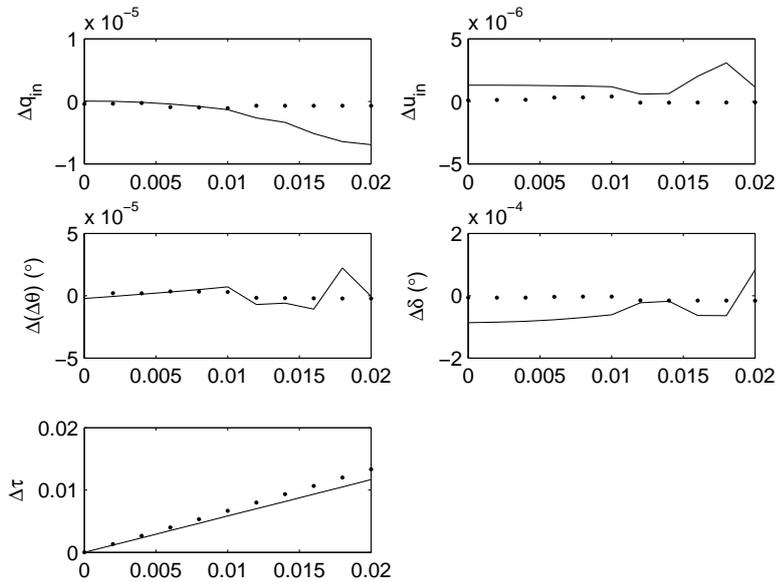


图 3.23: 探测器的非线性引起的系统参数的拟合误差，横坐标为 $a$ 。

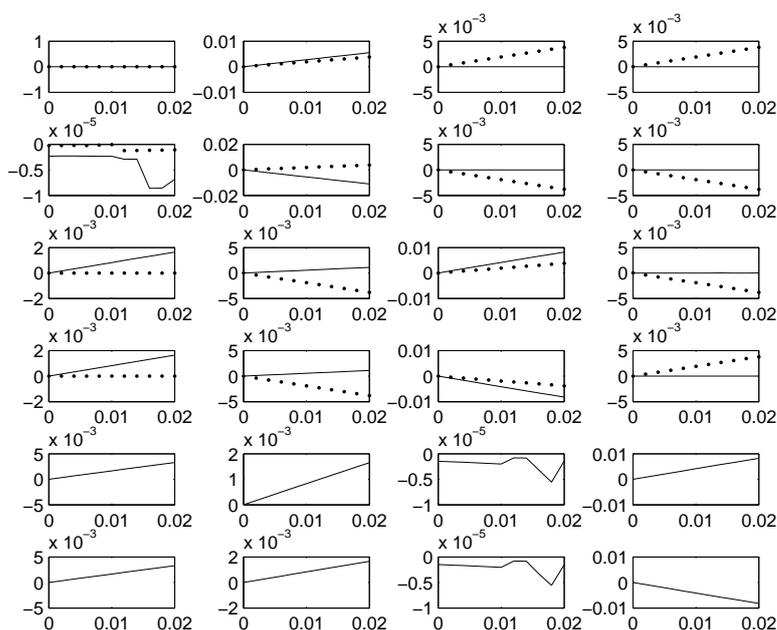


图 3.24: 探测器的非线性引起的偏振响应矩阵拟合误差 $\Delta \mathbf{X}^D$ 和 $\Delta \mathbf{X}^B$ 。横坐标为 $a_0$ 。

### 3.5 两种偏振定标方案比较

表 3.2 为两种偏振定标方法的误差源可容忍误差范围对比结果。比较两种偏振定标方法的理论及误差分析结果发现：(a) 线偏振片的不理想和随机误差对于两种定标方法的影响基本一致，这是由于这两个误差源来自于定标系统本身，与定标方法基本无关；(b) 入射光的偏振效应、波片方位角误差、光强衰减及探测器的非线性对非线性拟合偏振定标方法的影响明显小于对多点偏振定标方法的影响。这是由于一方面非线性拟合方法中入射光的偏振参数和波片方位角误差作为未知参数拟合求解，理论上不存在误差；另一方面非线性拟合方法中透射率 $r$ 的误差增大一定程度上减小了光强衰减及探测器的非线性这两个误差源的影响；(c) 本课题建立的非线性拟合偏振定标方案主要适用于完全Stokes参数偏振分析器的定标，对于部分Stokes参数偏振分析器的定标精度较低；(d) 总体而言，对于CGST望远镜的偏振测量精度要求，非线性拟合偏振定标方案对误差源的可容忍误差范围大于多点偏振定标方案，且这些可容忍误差要求均在可以实现的范围之内。

表 3.2: 两种偏振定标方法的误差源可容忍误差范围对比。

误差源	参量	可容忍误差范围 多点偏振定标	可容忍误差范围 非线性拟合偏振定标
入射光的偏振效应	$q_{in}, u_{in}$	[0,0.01]	
线偏振片不理想	$p$	[0.99,1]	[0.99,1]
初始方位角误差	$\Delta\theta$	$[-0.25^\circ, 0.25^\circ]$	
相位延迟误差	$\Delta\delta$	$[-10^\circ, 10^\circ]$	
光强衰减	$r$	[0,0.0001]	[0,0.01]
探测器非线性	$a$	[0,0.001]	[0,0.01]
随机误差	$\varepsilon$	[0,0.003]	[0,0.003]

### 3.6 本章小结

本章侧重于偏振分析器的偏振定标方法的研究。首先简单介绍了偏振分析器的偏振定标原理，概述了现有的几种偏振定标方法及研究现状；然后，设计了两种偏振定标方案：多点偏振定标和非线性拟合偏振定标，基于CGST的偏振精度要求，系统的分析比较了各种误差源对两种偏振定标方案的测量精度的影响，给出了满足要求的误差源的可容忍误差范围。

## 第四章 高精度偏振实验系统的建立与实测分析

前一章主要从理论上设计和分析了多点定标和非线性拟合定标两种偏振定标方案的优劣以及对误差的要求，然而，实际的偏振定标过程中，偏振分析器的测量精度和误差影响是否与上述理论模拟结果一致，仍然需要通过实验测量验证。此外，实验测量还可以真正的从工程技术角度分析我们建立的定标方案是否可行以及存在的问题和困难。因此，本章节主要建立了偏振分析器的偏振定标系统，并分别使用上述两种定标方案测量了偏振分析器的偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ ，对测量结果做了对比分析与讨论。

### 4.1 偏振定标实验系统的建立

根据第三章的偏振定标方案研究建立的偏振定标实验装置如图 4.1 和图 4.2 所示。将配有高精度稳压电源的溴钨灯作为入射光源，出射光束经过光纤耦合器转化为准直度小于 $0.3^\circ$ 、光斑小于 $5\text{mm}$ 的准直光束通过定标单元后被偏振分析器调制，最后由光纤光谱仪接收，整个测量系统由Labview软件编程实现自动化控制。

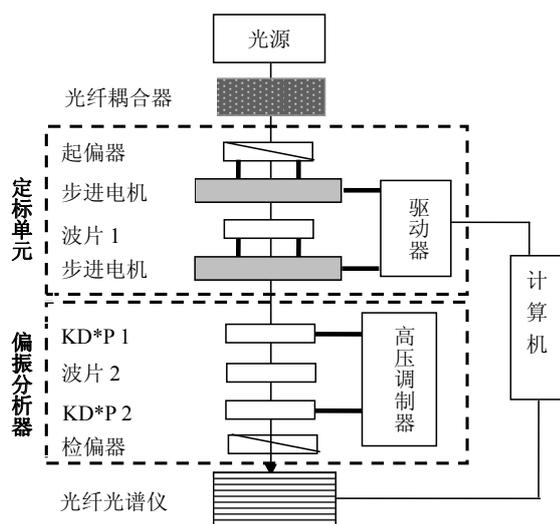


图 4.1: 偏振定标实验装置示意图。

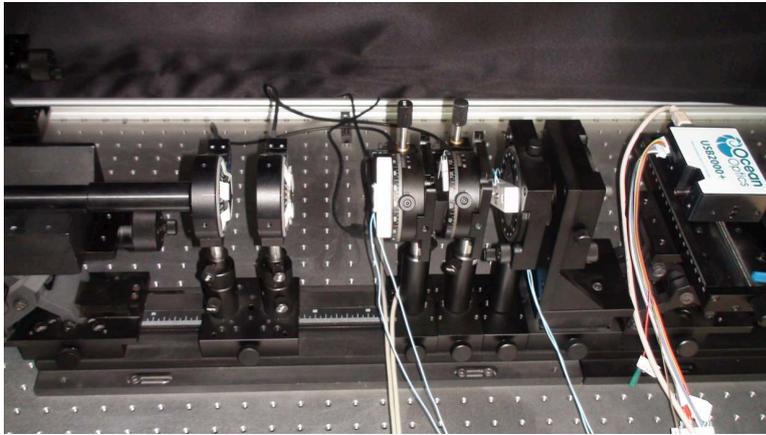


图 4.2: 偏振定标实验装置实物图。

#### 4.1.1 定标单元

定标单元主要包括起偏器和波片1。起偏器为线偏振片，可见光范围内消光比大于10000:1；波片1为近1/4单色“零级”波片（中心波长532.4nm）。两元件分别由步进电机控制360°自由旋转。

步进电机选用Thorlabs公司的电动精密旋转安装座PRM1Z8，该电机小型、紧凑、电动旋转，高度仅为23毫米（0.9英寸），能安装 $\varnothing$ 1英寸光学元件。其旋转是通过一个装配有一个67:1变速箱和一个旋转编码器的直流伺服电机实现的，从而能进行精确的闭环位置控制。用户能通过游标刻度盘和分度为1°的旋转刻度板测量角度的变化。其精密直流电机驱动器在360°旋转的同时，精度为1”。该旋转平台/安装座装配了一个精密终点限制开关，便于自动旋转恢复到零基准位置，从而保证伺伺的角度绝对位置。该限制开关设计允许平台连续、多周期的360°旋转。驱动器选用Thorlabs新型T型立方体apt™USB直流驱动器TDC001，这是一种非常紧凑的单通道直流伺服控制器/驱动器，方便手动和自动控制直流伺服电机。此驱动器设计能运行各种带编码器反馈的较低功率直流有刷电机（工作时高达15伏/2.5瓦）。该TDC001经过优化设计，与配PRM1Z8直流电机的光机械产品配合使用时，可“开箱即用”。此外，USB连接提供了“即插即用”的PC控制操作。该TDC001还包括非常友好的apt™软件，该软件使用户能够快速建立复杂的控制序列。例如，所有相关的运行参数由Thorlabs的平移台和驱动器产品的软件自动设置。高级自定义运动控制应用和序列还可以通过使用扩展的ActiveX编程环境获得。步进电机和驱动器的实

表 4.1: 步进电机PRM1Z8的技术参数。

Specification	Value
Bidirectional Repeatability	$\pm 0.1^\circ$
Backlash	$\pm 0.3^\circ$
Max Rotation Velocity	25 deg/sec
Horizontal On-Axis Load Capacity	1.5 kg
Vertical On-Axis Load Capacity	0.5 kg
Achievable Incremental Motion (Min)	25 arcsec
Repeatable Incremental Motion (Max)	$0.03^\circ$
Absolute On-Axis Accuracy	0.1%
Max Percentage Accuracy	0.08%
Home Location Accuracy	$\pm 0.2^\circ$
Range	Continuous

物图及技术参数参见图 4.3 和表 4.1



图 4.3: 步进电机及驱动器。

综合分析多点偏振定标和非线性拟合偏振定标两方法对定标单元的起偏器和波片1的组合方式的要求（参见表 3.1 和图 3.10），选择起偏器和波片1分别以步长  $\text{step} = 45^\circ$  独立旋转，即起偏器每旋转一次，波片1旋转一周，如此往复；当起偏器旋转一周时停止旋转，定标单元共有 64 种偏振状态，光纤光谱仪探测得到 64 组光强。选择该组合方案既满足多点偏振定标的要求，同时也满足非线性拟合偏振定标要求；而且，可以在同一个实验平台相同的测量方式下分析和比较两种偏振定标方法的优劣。

### 4.1.2 偏振分析器

传统的KD\*P材料的”Stokes definition”型偏振分析器由一个KD\*P晶体、一个1/4和检偏器组成（见图 4.4），1/4波片移入移出以实现线偏光和圆偏光的调制。然而，由于波片的重复移动使得偏振分析器调制速度较慢且增加了系统结构误差。因此，本实验中设计了一种新的快速调制的偏振分析器作为实验室的常用仪器。该偏振分析器属于”Stokes balanced”型，如图 4.1 所示系统装置主要包括两个KD\*P电光晶体KD\*P 1和KD\*P 2、波片2和检偏器。波片2为近1/4单色”零级”波片（中心波长532.4nm），检偏器为可见光范围内消光比大于10000:1的线偏振片。KD\*P晶体由两个高压调制器控制KD\*P两端的电压快速反转从而实现相位延迟的快速正负变换。高压调制器以倍频的关系分别控制两KD\*P 两端的电压快速反转，从而实现偏振光Stokes参数的完全调制。

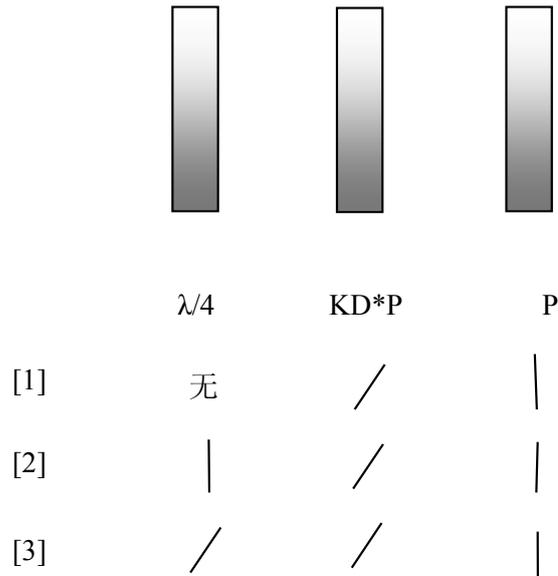


图 4.4: 传统的KD\*P材料”Stokes definition”型偏振分析器<sup>[60]</sup>。

该偏振分析器是基于偏振测量效率的优化理论设计(参见第二章第 2.6 节)，由装置图 4.1 可知偏振分析器的自由参数有KD\*P 晶体的方位角 $\theta_{k1}, \theta_{k2}$ 和位相延迟 $\delta_{k1}, \delta_{k2}$ 以及波片2 的方位角 $\theta_{wp}$ 。根据偏振器件的 Mueller 矩阵理论可知，该偏振分析器系统的 Mueller 矩阵为，

$$\mathbf{M}_{sys} = \mathbf{M}_A \mathbf{M}_{KD*P2} \mathbf{M}_{WP2} \mathbf{M}_{KD*P1} \quad (4.1)$$

其中 $\mathbf{M}_A, \mathbf{M}_{KD^*P2}, \mathbf{M}_{WP2}, \mathbf{M}_{KD^*P1}$  分别为检偏器、KD\*P2、波片2和KD\*P1的Mueller 矩阵。偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ 的任一行均为偏振分析器的自由参数的矩阵函数，即

$$\begin{aligned}\mathbf{X} &= [1, 0, 0, 0]\mathbf{M}_{sys} = [1, 0, 0, 0]\mathbf{M}_A\mathbf{M}_{KD^*P2}\mathbf{M}_{WP2}\mathbf{M}_{KD^*P1} \\ &= \mathbf{F}(\theta_{k1}, \theta_{k2}, \delta_{k1}, \delta_{k2}, \theta_{wp}).\end{aligned}\quad (4.2)$$

高压调制器控制KD\*P两端的电压快速反转实现KD\*P晶体的位相延迟的正负变换，该偏振分析器共有四种偏振状态，依据KD\*P晶体位相延迟的不同依次写为

$$\begin{pmatrix} \delta_{k1} & \delta_{k2} \\ \delta_{k1} & -\delta_{k2} \\ -\delta_{k1} & \delta_{k2} \\ -\delta_{k1} & -\delta_{k2} \end{pmatrix}$$

因此，得到一个 $4 \times 4$ 的偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ 。然后根据第二章第2.6节要求在可见光范围内(450nm-750nm,中心波长532.4nm)极大化偏振测量效率，利用matlab编写优化程序优化得到上述所有自由参数。

根据上述思想，优化得到的自由参数在中心波长532.nm处结果分别为：

$$[\theta_{k1}, \theta_{k2}, \theta_{wp}, \delta_{k1}, \delta_{k2}] = [41^\circ, 332^\circ, 198^\circ, 96^\circ, 92^\circ].\quad (4.3)$$

图 4.5 和 4.6 分别为该偏振分析器的偏振效率和偏振响应矩阵。其中，图 4.5 分别给出了新设计的偏振分析器和传统的KD\*P型的偏振分析器在 450nm-750nm 范围内的偏振效率，实线为传统的，虚线为新设计结果。图 4.6 为新设计的偏振分析器的偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ 。

### 4.1.3 光纤光谱仪

光纤光谱仪选用Ocean Optics的USB2000+微型光纤光谱仪，它主要包括一个2-MHz A/D转换器、可编程的电子设备、一个2048列的线阵CCD探测器和一个高速的USB 2.0传输口。该光纤光谱仪的带宽为0.35 nm (FWHM)，采集速率为1kHz，提供了二次开发软件，可以方便的实现C++，Java，matlab及Labview的编程控制。图 4.7 和表 4.2 为USB2000+微型光纤光谱仪的实物图及技术参数。

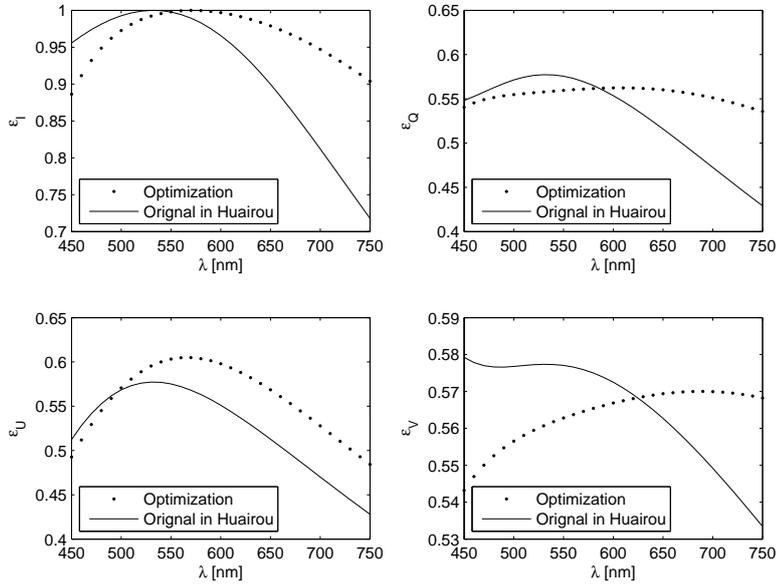


图 4.5: 偏振分析器的测量效率。

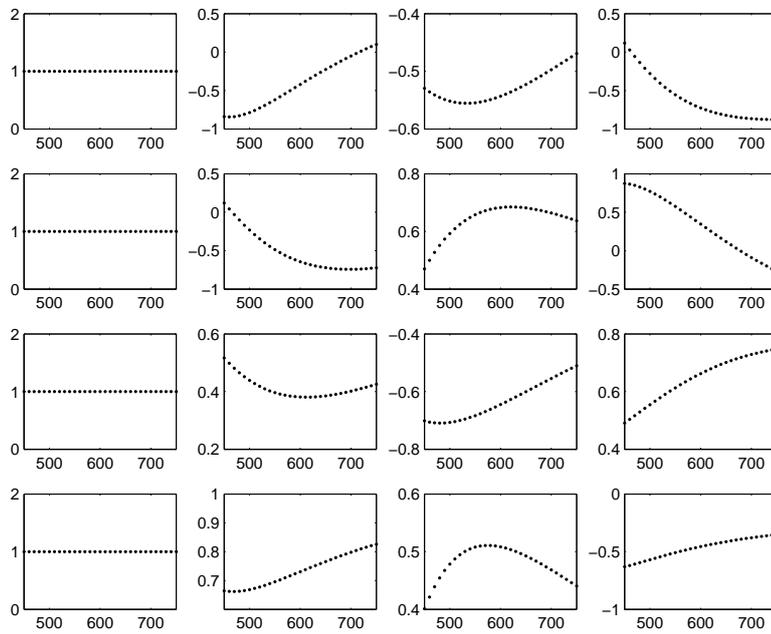
图 4.6: 偏振分析器的偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ 。

表 4.2: USB2000+微型光纤光谱仪的技术参数。

Specification	value
Dimensions	89.1 mm x 63.3 mm x 34.4 mm
Weight	190 grams
Detector	Sony ILX511B linear silicon CCD array
Detector range	200-1100 nm
Pixels	2048 pixels
Pixel size	14 $\mu$ m x 200 $\mu$ m
Pixel well depth	62,500 electrons
Sensitivity	75 photons/count at 400 nm; 41 photons/count at 600 nm
Design	f/4, Symmetrical crossed Czerny-Turner
Focal length	42 mm input; 68 mm output
Entrance aperture	5, 10, 25, 50, 100 or 200 $\mu$ m wide slits or fiber (no slit)
Grating options	14 different gratings, UV through Shortwave NIR
HC-1 grating option	No
Wavelength range	Grating dependent
Optical resolution	$\sim$ 0.3-10.0 nm FWHM
Signal-to-noise ratio	250:1 (at full signal)
A/D resolution	16 bit
Dark noise	50 RMS counts
Dynamic range	$2 \times 10^8$ (system); 1300:1 for a single acquisition
Integration time	1 ms to 65 seconds
Stray light	< 0.05% at 600 nm; < 0.10% at 435 nm
Corrected linearity	> 99.8%
Data transfer speed	Full scans to memory every 1 ms with USB 2.0 or 1.1 port, 300 ms with serial port



图 4.7: USB2000+微型光纤光谱仪。

#### 4.1.4 同步采集方案

偏振定标过程中，由于定标单元中起偏器和波片1均要求旋转多个方位，从而使得偏振定标的周期较长。为了尽可能的缩短定标周期，我们要求偏振分析器和探测器的调制采集频率尽可能快。本实验系统中的光纤光谱仪的频率最高可达到1kHz，KD\*P晶体的响应频率可以达到几十kHz，因此实验设备满足高频调制采集的要求。尽管如此，如何实现探测器与偏振分析器的稳定的快速同步采集是建立偏振定标系统的关键技术之一。

同步采集方案设计中，影响测量数据准确性与稳定性的因素主要有三个。首先，同步采集时，如果在KD\*P晶体两端加交流高压的同时开始采集数据，此时KD\*P晶体和高压调制之间可能存在相互作用（时间周期约为4s左右），使得偏振分析器的偏振性能在数据采集过程中发生变化，从而导致测量数据的不稳定；其次，如果使用计算机作为时钟发脉冲序列以控制高压调制和探测器采集，由于windows系统属于多任务操作使得脉冲序列不均匀，从而引起测量数据的不准确；此外，计算机送于探测器的触发信号与送于KD\*P晶体的调制信号不同步，可能导致偏振分析器的多个偏振状态的光强测量秩序混乱，即假设正确的测量秩序应该是 $I_1, I_2, I_3, I_4$ ，测量结果可能为 $I_2, I_3, I_4, I_1$ ，引起测量数据的不准确。这一现象极大地影响偏振定标结果。图 4.8 为同步采集方案比较差时的测量数据，重复测量250次，调制频率为10Hz。其中“.”和“o”分别代表偏振分析器的两个偏振状态对应的探测光强值。可见，该调制方案中同时存

在上述三种问题：“o”线代表的的数据在起始阶段有明显的上升过程，这主要是由高压调制期与KD\*P晶体的相互作用导致；“o”线在某些地方抖动较大来源于windows系统的时钟序列不周期不稳定；“o”线和“.”线的数据相互串扰，主要是时钟序列不准确和高压调制、探测器采集不同步的综合结果。

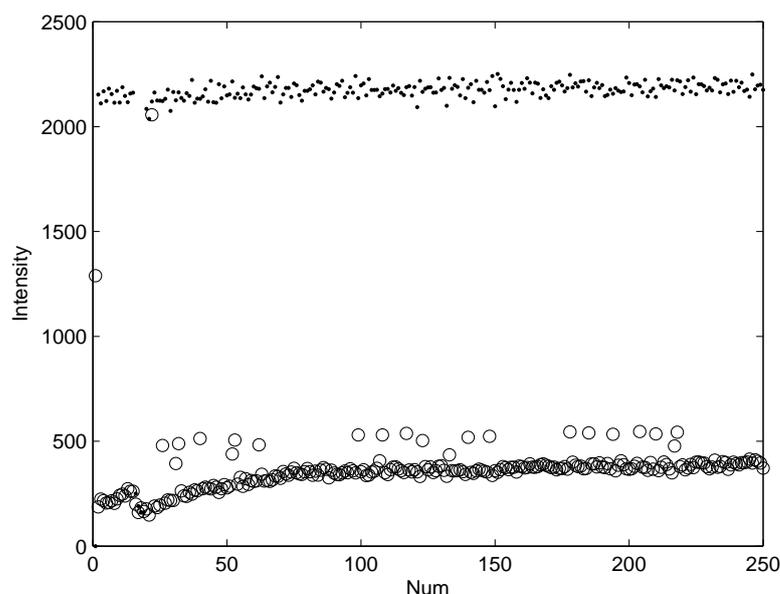


图 4.8: 同步采集方案较差时的测量数据。

基于此，本实验中的同步采集方案设计流程如图 4.9 所示。使用信号发生器代替计算机时钟序列以避免脉冲序列的周期不稳定性。信号发生器发送频率为  $2f$  的脉冲给 D 触发器，同时发送  $4f$  的脉冲作为 Trigger 信号给光纤光谱仪，两个脉冲序列的频率、延时、幅值、同步等由信号发生器控制。D 触发器将接收到的  $2f$  脉冲进行分频，得到频率  $f$  的脉冲，然后将  $f$  和  $2f$  脉冲分别送给高压调制器以控制两个 KD\*P 晶体的调制；同时，D 触发器将两个脉冲信号送给光纤光谱仪的 I/O 口读入。计算机通过 Labview 控制程序（或其他如 C, C++, Java 等）读取光纤光谱仪的这两个 I/O 的值，当两个均为高电平时控制光纤光谱仪开始采集。最后，光纤光谱仪根据 trigger 信号逐个采集偏振分析器四个偏振状态的探测光强，重复执行实现多次测量。

整个同步采集过程中，使用硬件发送脉冲序列代替软件发送，提高了脉冲周期的重复性和稳定性；探测器采集的起始时间不依赖于高压调制器和 KD\*P 晶体，可以在整个测量之前开启高压 KD\*P 晶体的调制，避免高压调制器和

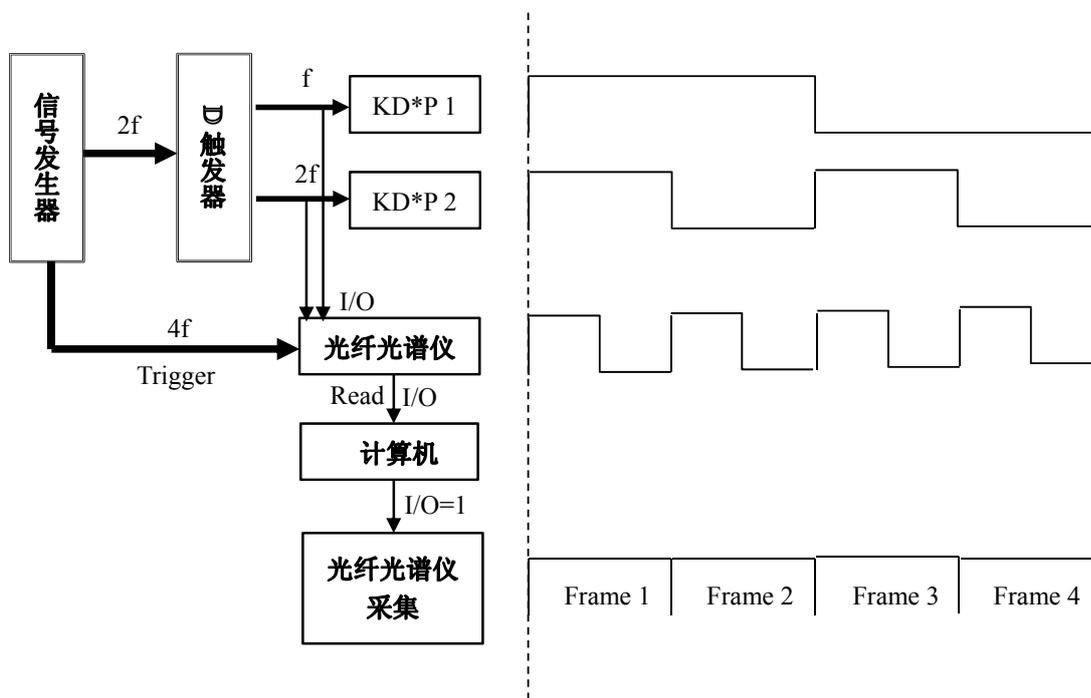


图 4.9: 偏振定标系统的高速同步采集设计流程图。

KD\*P 晶体的相互作用的影响；所有脉冲信号  $f, 2f, 4f$  由硬件信号发生器控制，确保偏振分析器的每个偏振状态的光强测量秩序不混乱。图 4.10 为该同步采集设计方案的测试结果，四种颜色的曲线数值分别代表偏振分析器的四个不同状态获得的探测光强值。可见，使用该同步采集方案后，数据的准确性和重复性精度提高。

#### 4.1.5 Labview控制

本实验中基于 Labview 虚拟软件实现了偏振定标系统的自动控制。选用的 Thorlabs 的步进电机提供的 APT 平台便于 Labview 控制步进电机的各种操作，而且选用的 Ocean optics 的 usb2000+ 光纤光谱仪提供了二次开发软件，也便于 Labview 的控制。因此，我们应用 Labview 软件开发了整个偏振定标过程的数据采集程序，包括步进电机的旋转，探测器与 KD\*P 高压调制的同步采集等，此外开发了适合于任何偏振分析器的非线性拟合偏振定标程序。整个运行过程实现了一键式操作，即只要点击运行后，当测量结束时我们直接可以得到非线性拟合偏振定标的拟合结果，同时也保存了原始数据以便于进一步的分析

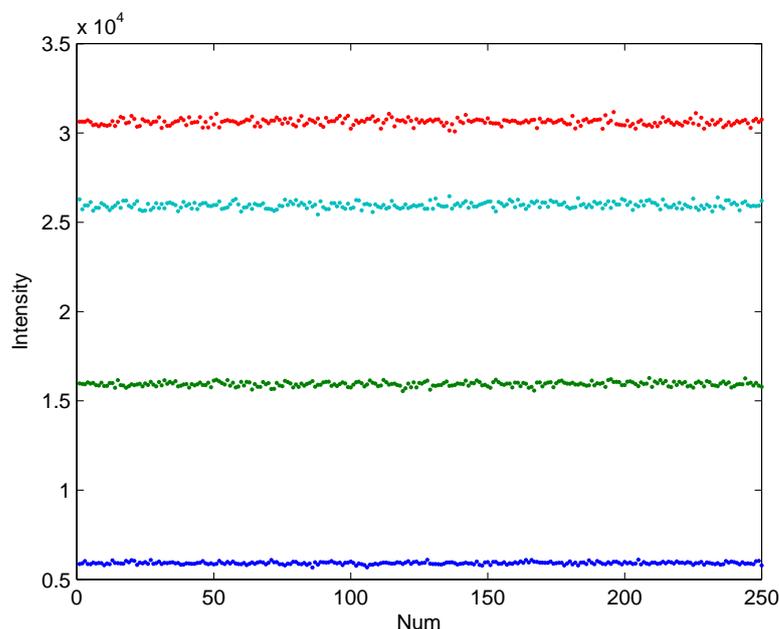


图 4.10: 本实验同步采集方案的测量数据准确性验证。

和应用。图 4.11 为 Labview 控制程序的流程图。

## 4.2 偏振分析器的实测分析

### 4.2.1 偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ 的测量

我们利用上述实验装置测量偏振分析器，分别使用多点偏振定标法和非线性拟合偏振定标法实现偏振分析器的偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ 的测量。两种定标方案的根本区别在于方法不同，因此实验中使用同一组测量数据分别根据两个方法的定标原理求解 $\mathbf{X}$ ，该过程可以很好的比较两种偏振定标方法的差异。为了方便描述，令多点偏振定标得到的偏振响应矩阵为 $\mathbf{X}^d$ ，测量误差为 $\Delta\mathbf{X}^d$ ；非线性拟合偏振定标得到的偏振响应矩阵为 $\mathbf{X}^f$ ，测量误差为 $\Delta\mathbf{X}^f$ 。

图 4.12 为非线性拟合偏振定标方法拟合得到的系统参数结果，系统参数分别为入射光Stokes矢量的线偏振分量 $q_{in}, u_{in}$ ，定标单元旋转波片1的初始方位角误差 $\Delta\theta$ 和相位延迟 $\delta$ 以及系统透射率 $\tau$ 。分析可知，入射光的线偏振度约为2%且随波长变化；初始方位角误差 $\Delta\theta$ 随波长呈现周期振荡。图 4.13 是两种方法的偏振响应矩阵的定标结果，实线为 $\mathbf{X}^f$ ，虚线为 $\mathbf{X}^d$ 。偏振响应矩阵的第一列的测量精度决定了偏振分析器中 $I \rightarrow Q, U, V$ 的串扰，理想的偏振分析器的

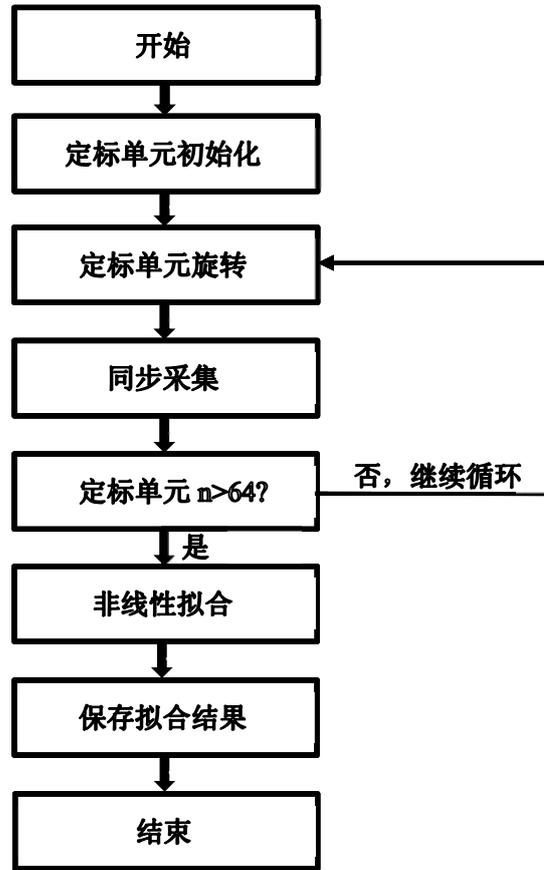


图 4.11: Labview控制流程图。

第一列应该均为1。实测结果中，在500-700nm范围内， $\mathbf{X}^f$  的第一列的测量值在 $5 \times 10^{-3}$ 以内，而 $\mathbf{X}^d$ 第一列的测量值较大（在0.02以内），这可能来自于入射光的偏振效应的影响（参见图 3.3）；第二、三列中， $\mathbf{X}^f$  存在明显的周期振荡，这与定标单元中波片1的初始方位角误差 $\Delta\theta$ 成周期变化有关，而多点偏振定标方法中假设不存在初始方位角误差，因此， $\mathbf{X}^d$  的振荡幅度较小；此外，对于偏振响应矩阵的第四列，当波长大于600nm， $\mathbf{X}^d$ 随波长增大愈加偏离 $\mathbf{X}^f$ ，说明随着波片1相位延迟偏离 $90^\circ$ 越大，多点定标方法将引起的测量误差越大。

#### 4.2.2 偏振定标精度估计

偏振定标精度主要包括重复精度(precision)和测量精度(accuracy)，两者分别代表了系统的可靠性和准确性。重复精度的测量可以通过多次测量然后求标

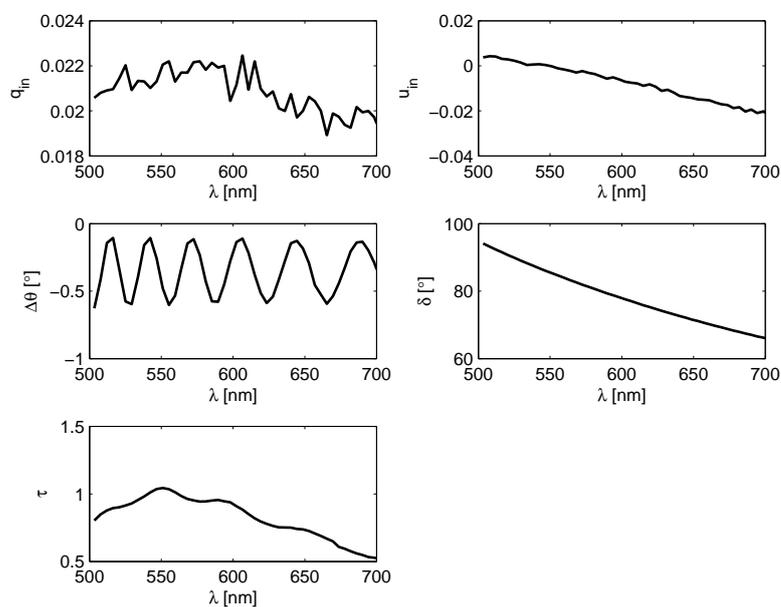


图 4.12: 非线性拟合偏振定标法的系统参数拟合结果。

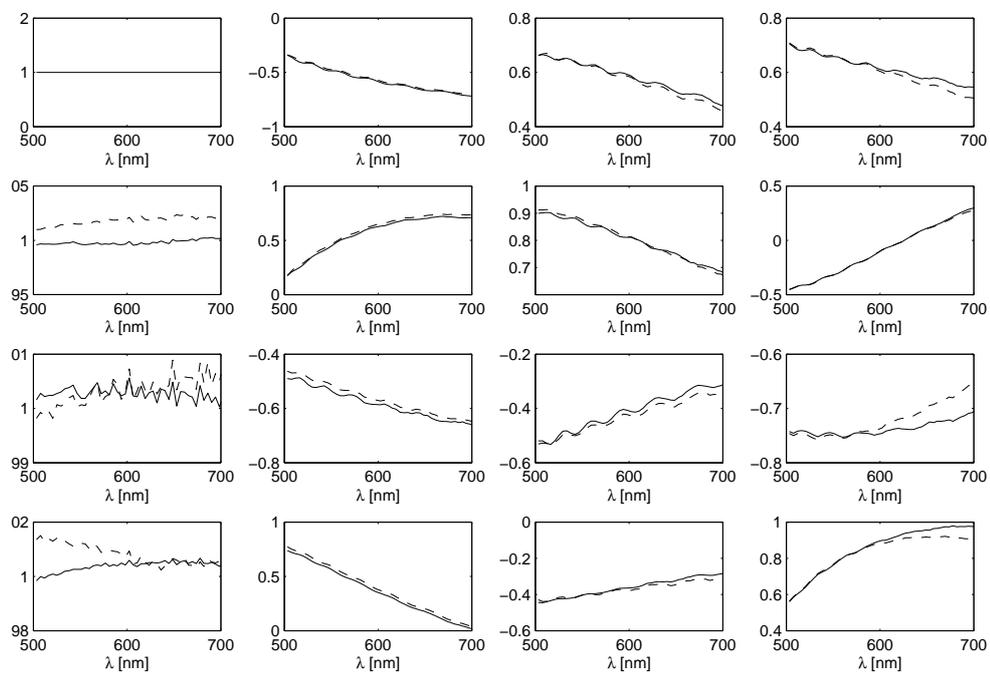


图 4.13: 偏振响应矩阵的测量结果。实线为 $\mathbf{X}^f$ ，虚线为 $\mathbf{X}^d$ 。

准偏差获得。图 4.14 和图 4.15 分别给出了两种方法 10 次测量的标准偏差，由图可以看出两种方法的重复精度约为  $1 \times 10^{-3}$ ，与系统的信噪比在同一量级。

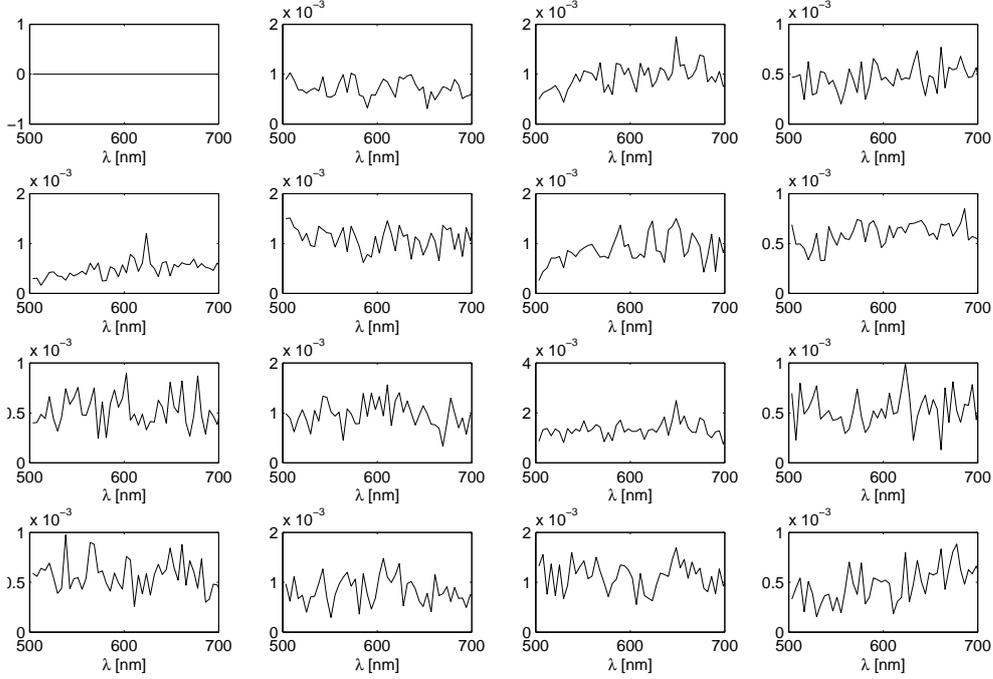


图 4.14: 多点偏振定标法的偏振响应矩阵的标准偏差。

偏振定标的测量精度的确定是非常困难的，我们试图从非线性最小二乘理论给出一个误差估计。估计方法如下：设偏振定标过程中定标单元调制得到的 64 组 Stokes 矢量为  $\mathbf{S}_{\text{cal}}^{\text{in}} (= \mathbf{A})$ ，光纤光谱仪探测得到的 64 组光强记为  $\mathbf{S}_{\text{cal}}^{\text{out}} (= \mathbf{y})$ 。因此，有

$$\mathbf{S}_{\text{cal}}^{\text{out}} = \mathbf{S}_{\text{cal}}^{\text{in}} \mathbf{X}^T \equiv \mathbf{y} = \mathbf{A} \mathbf{X}^T \quad (4.4)$$

可以得到

$$\mathbf{X}^T = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{y} = \mathbf{B} \mathbf{y} \quad (4.5)$$

因此，偏振响应矩阵  $\mathbf{X}$  的测量误差可由公式 (4.6) 和 (4.7) 估计，

$$\sigma_{\mathbf{X}_i}^2 = \sum_j B_{ij}^2 \sigma_{y_i}^2 = \bar{\sigma}^2 \sum_j B_{ij}^2 \quad (4.6)$$

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{1}{N} \sum_{\text{cal}} (\mathbf{Y} - \mathbf{A} \mathbf{X}^T)^2 \quad (4.7)$$

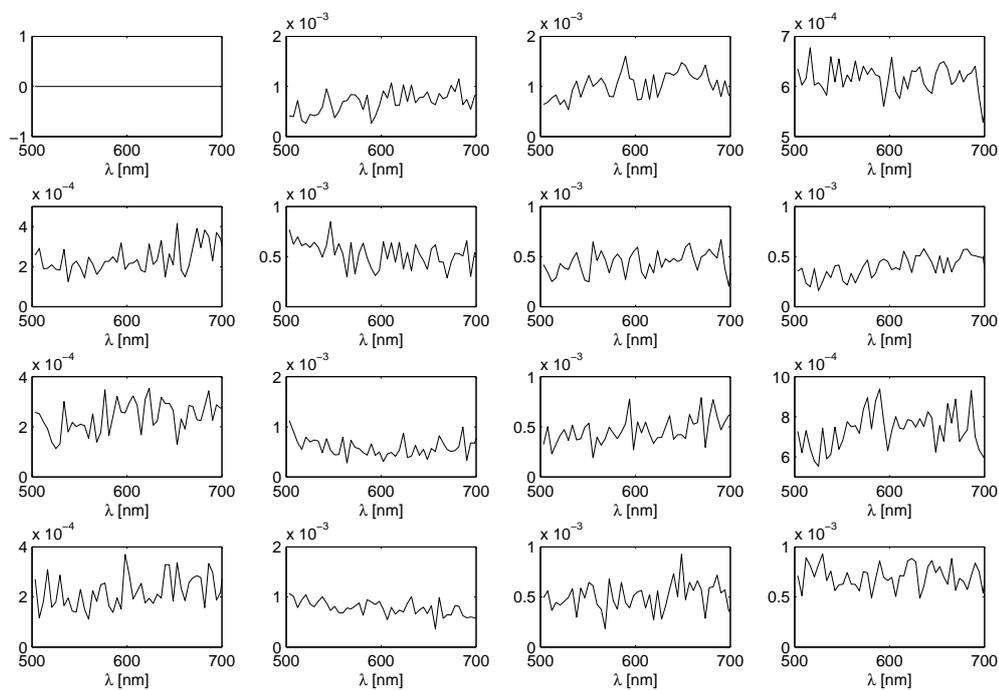


图 4.15: 非线性拟合偏振定标法的偏振响应矩阵的标准偏差。

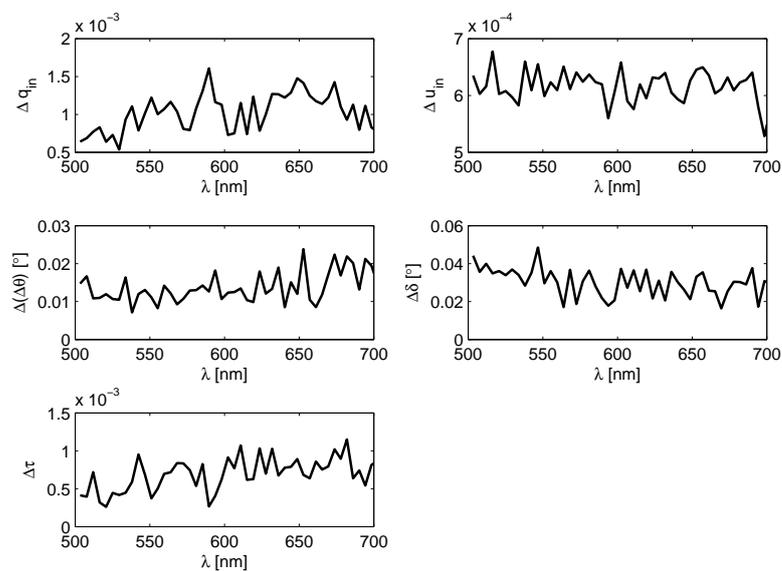


图 4.16: 非线性拟合偏振定标法的系统参数的标准偏差。

其中,  $\mathbf{X}$  为求得的偏振响应矩阵,  $\mathbf{A}$  由定标方法中的理论模型得到,  $N$  为定标单元组合次数 (本实验中,  $N=64$ )。而且, 假设单次测量误差  $\sigma_{y_i}$  近似等于拟合的平均偏离  $\bar{\sigma}$ 。式 (4.6) 中,  $\sigma_{\mathbf{X}_i}^2$  每一列 ( $i=1,2,3,4$ ) 均使用相同的公式, 因此, 偏振响应矩阵每列有相同的误差估计。图 4.17 和 4.18 分别为多点定标法和非线性拟合定标法的测量精度估计  $\Delta\mathbf{X}^d$  和  $\Delta\mathbf{X}^f$ 。在中心波长  $532.4\text{nm} \pm 10\text{nm}$  范围内, 两种定标方法的偏振响应矩阵的测量精度接近, 约  $5 \times 10^{-3}$ ; 偏离该波长范围, 多点定标方法的测量精度显著下降, 而非线性拟合偏振定标法的测量精度在  $500\text{nm}-700\text{nm}$  范围内波动不大, 偏振响应矩阵的测量精度在  $6 \times 10^{-3}$  以内, 由公式 (2.33) 和 (2.34) 换算得到偏振测量精度为  $1.2 \times 10^{-3} T$ 。

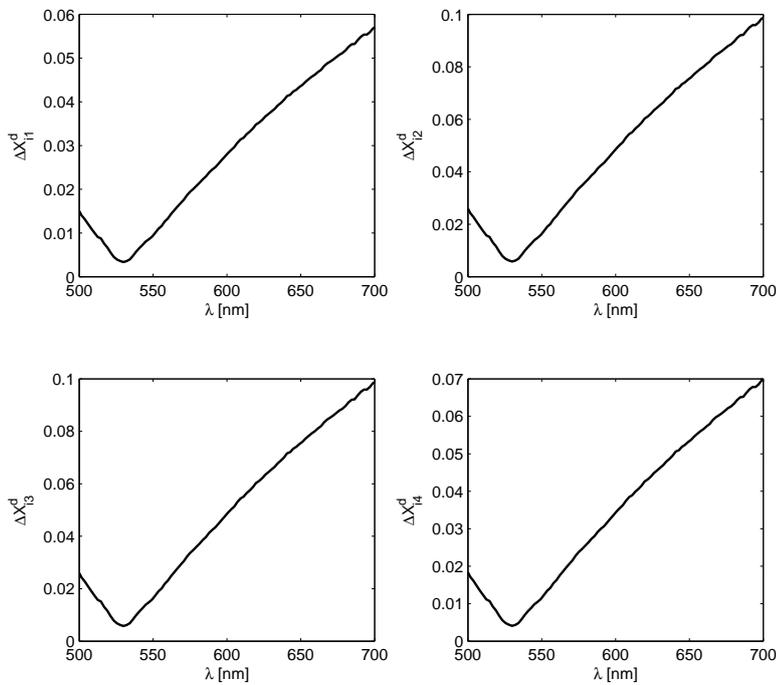


图 4.17: 偏振响应矩阵的测量精度估计  $\Delta\mathbf{X}^d$ 。

### 4.2.3 讨论

综合上述实验结果及精度估计可知:

(a) 两种偏振定标方法的重复精度基本相同, 与前两章的误差分析结论一致。重复精度代表定标系统的稳定性, 与定标方法基本无关, 两种定标方法得到的重复精度相同表明本课题所建立的实验系统是可靠的、稳定的;

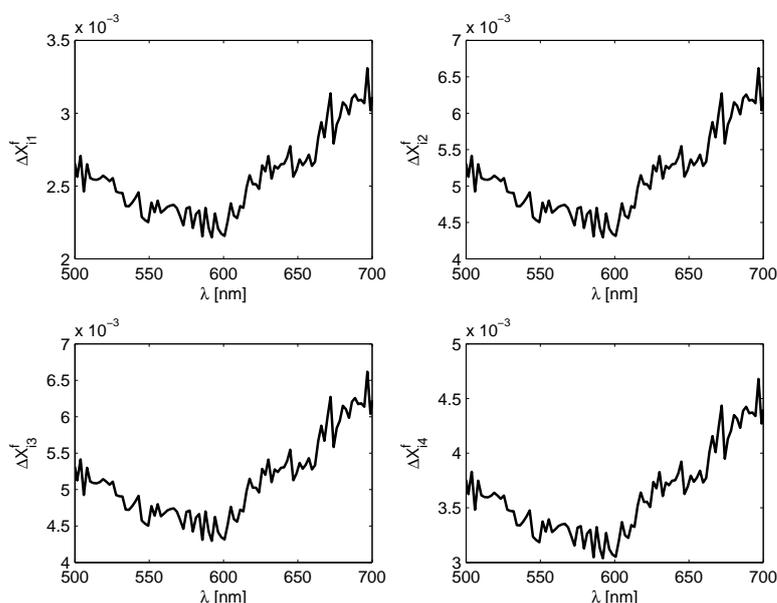


图 4.18: 偏振响应矩阵的测量精度估计  $\Delta \mathbf{X}^f$ 。

(b) 在中心波长范围，两种定标方法的测量精度基本一致；偏离中心波长，由于定标单元中波片相位延迟远远偏离  $90^\circ$ ，多点偏振定标方法的测量精度显著降低；然而，非线性拟合偏振定标方法的测量精度基本保持不变。理论上，我们可以通过设计宽光谱消色差波片代替定标单元中的单色波片消除波片相位延迟的影响，但同时带来了其他的问题，如方位角随波长周期变化、波片的二向色性等；

(c) 比较图 4.17 和 4.18 发现，入射光的偏振效应、波片1 的初始方位角误差对多点偏振定标方法的测量精度的影响似乎与前一章误差分析的测量结果不相符。这主要由于该偏振定标系统的信噪比在  $1 \times 10^{-3}$  左右（低CGST  $2 \times 10^{-4}$  约0.5个量级），系统的信噪比限制了我们的偏振测量精度在  $1 \times 10^{-3}$  以下，而入射光的偏振效应、波片1 的初始方位角误差主要在信噪比约  $2 \times 10^{-4}$  的系统中影响才比较明显。同理，光强衰减和探测器的非线性影响与模拟结果不相符，也可能由该原因引起。尽管如此，在望远镜上定标偏振分析器时，这些误差源将可能对多点偏振定标方法产生较大影响；

(d) 精度估计给出了非线性拟合方法的偏振响应矩阵的测量精度  $6 \times 10^{-3}$ ，低于CGST的要求精度  $1 \times 10^{-3}$ （见 (2.34) 式第一列。注：该处的测量精度为偏振响应矩阵的测量精度，对应的偏振分析器的偏振测量精度应该是测量精度

乘以0.2)。引起测量精度较低的因素可能主要来自两个因素，一是整个偏振定标系统的统计噪声 $\varepsilon$ 为 $1 \times 10^{-3}$ ，限制了测量精度；另一个可能的因素是定标单元波片1的研制质量。由图 4.12 非线性拟合偏振定标方法拟合得到的系统参数可看出，波片1 的初始方位角误差随波长呈现周期性振荡。这是由于我们所使用的波片由两片水晶光轴垂直组合以获得“零级”波片，研制过程中，装配误差可能导致两晶体的快轴并非完全垂直，从而产生了“零级”波片的快轴方位随波长振荡的现象 [61]。由于研制误差，使得波片的二向色角 [62] 无法作为未知参数由非线性拟合求解，从而产生测量误差。因此，我们需要从这两方面改进实验系统，进一步提高测量精度；

值得注意的是，上一节中我们给出的误差估计方法仅仅是一种粗略估计，偏振分析器的测量精度属于绝对误差，绝对误差的确定仍然是一个非常困难的问题，我们将在以后的工作中尝试其他的方法做精度估计，通过不同的估计方法的比较分析来确定所给测量精度的真实性和可靠性。

### 4.3 本章小结

本章描述了基于多点偏振定标法和非线性拟合偏振定标法的实验装置的建立和测量结果。实验系统的建立中，突破了精密同步采集的关键技术，实现了 Labview 的自动化控制。使用两种定标方案测量了偏振分析器的偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ ，对比分析了两种定标方案的测量结果，讨论了影响偏振测量精度的原因及进一步提高的可能性。

## 第五章 高精度偏振定标方法的应用

由前面章节所述可知，非线性拟合偏振定标方法最大的优势在于：将入射光的Stokes参数、定标单元波片的初始方位角误差和相位延迟误差三个主要的误差因子作为未知参数由非线性最小二乘拟合方法实现偏振分析器的偏振定标，有效地避免了这些误差源的复杂定标引起的测量误差。该方法不仅可以应用于偏振分析器的偏振定标，而且可以扩展到精密偏振光学测量领域，该方法本身的优势为偏振元件的偏振参数的精密测量开阔了新的视野，如波片的相位延迟测量，偏振元件的Mueller矩阵测量等等。

本章借鉴非线性拟合偏振定标方法的基本思想开展了偏振参数的精密测量研究。首先介绍了波片相位延迟的自校准测量设计方案及实测分析，然后介绍了偏振元件Mueller矩阵的非线性拟合测量方案及实测分析。

### 5.1 波片相位延迟的自校准测量

波片是偏振光学系统中的重要元件，它可以改变入射光的偏振状态，被广泛应用于光弹力学、干涉技术、光学精密仪器测量、天体偏振测量等诸多领域。相位延迟作为波片的主要参量之一，其测量精度直接影响光学系统的偏振精度。因此，波片的相位延迟的高精度测量是获得高质量偏振光学系统的必要条件。

目前，波片相位延迟的测量方法有很多，包括机械旋转调制<sup>[63-65]</sup>、偏振调制技术<sup>[66-68]</sup>、光弹调制<sup>[69,70]</sup>、补偿法<sup>[71,72]</sup>、分频激光探测法<sup>[73,74]</sup>等，每种方法都有自己的优缺点。其中，机械旋转调制和补偿法由于实验装置简单而常被采用。尽管如此，这些方法中通常需要插入标准波片或其他相位调制元件调制偏振状态，因此，实验中补偿器的延迟量的精确定标是实现高精度波片测量的前提。旋转待测波片的测量方法无需使用补偿器，然而该法不能高精度测量 $\lambda/2$ 波片及全波片<sup>[75]</sup>，且测量精度受探测器的非线性影响较大。技术成熟的椭偏仪(RCE)<sup>[65]</sup>经常被用于测量波片的相位延迟，该方法需要通过测量空气(空矩阵)定标系统中补偿器的延迟量。一方面，空矩阵的测量误差影响补偿器延迟量的定标误差；另一方面，对于多个波长的相位延迟测量，该方法需要

在每个波长定标补偿器的相位延迟，非常繁琐；此外，由于已经利用测量空气对系统定标，波片样品测量中空气的测量作为该系统的测量精度不再具有实际意义。因此，该方法无法较准确地给出系统的测量精度。

基于上述方法的不足，本文在椭偏仪(RCE)实验装置的基础上，根据Mueller矩阵描述，将系统中补偿器的相位延迟作为未知参数之一，建立了四个非线性方程，基于非线性方程的自洽解得到待测波片的相位延迟。该方法中，补偿器和待测波片的相位延迟同时被测量实现了补偿器相位延迟的自校准，消除了测量系统中补偿器的相位延迟定标不准确带来的系统误差，使得不同波长处相位延迟的同时测量成为可能；不再利用空矩阵定标，空矩阵的测量给出了该系统的测量精度；此外，利用双区域测量法<sup>[76,77]</sup>消除了元件方位角误调引起的一阶测量误差，通过优化检偏器的方位角减小了高阶误差，实现了任意相位延迟波片的高精度测量。

### 5.1.1 测量原理

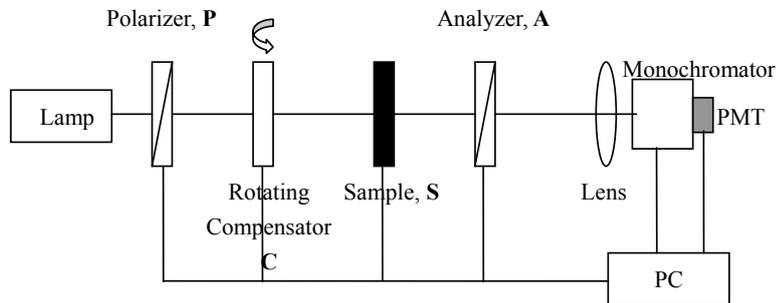


图 5.1: 波片的相位延迟测量实验装置图。

图 5.1 为实验装置图。将配有高精度稳压电源的氙灯作为入射光源，光源出射经过光纤耦合器转化为准直度小于 $0.3^\circ$ ，光斑小于5 mm的准直光束通过各偏振元件。两线偏振片P、A分别作为起偏器和检偏器，与补偿器C分别安装于各自的电控精密转台上。转台的转动精度优于 $10''$ ，可由计算机控制 $360^\circ$ 自由旋转，并记录转动信息。成像镜将经过偏振系统的光束会聚于单色仪的入射狭缝，使用光电倍增管作为单色光源接收系统。补偿器C是由两片光轴相互垂直的石英波片(厚度约1 mm)胶合而成的近 $\lambda/4$ 单色波片(中心波长532.4 nm)，其初始方位角及样品S的光轴方位角与起偏器P保持平行，均为 $0^\circ$ 。检偏器A的

方位角相对于P 旋转 $\theta_\alpha$ 。调整好光路后，由步进电机以 $5^\circ$ 的步长旋转补偿器C，探测器接收一系列光强值。

根据Mueller矩阵描述，探测光强 $I$ 为补偿器方位角 $\theta_n$ 的函数，如(5.1)式所示：

$$\begin{aligned}
 I &= [1, 0, 0, 0] \mathbf{R}(-\theta_\alpha) \mathbf{M}_A \mathbf{R}(\theta_\alpha) \mathbf{M}_S \mathbf{R}(-\theta_n) \mathbf{M}_C \mathbf{R}(\theta_n) \mathbf{M}_P [1, 0, 0, 0]^T \\
 &= \tau [1 + 1/2(1 + \cos \delta_c) \cos 2\theta_\alpha + \sin \delta_c \sin \delta \sin 2\theta_\alpha \sin 2\theta_n] \\
 &\quad + 1/2(1 - \cos \delta_c) \cos 2\theta_\alpha \cos 4\theta_n + 1/2(1 - \cos \delta_c) \cos \delta \sin 2\theta_\alpha \sin 4\theta_n] \\
 &= a_0 + b_2 \sin 2\theta_n + a_4 \cos 4\theta_n + b_4 \sin 4\theta_n
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

其中， $\mathbf{R}(\theta_n)$ 和 $\mathbf{R}(\theta_\alpha)$ 分别为C和A的旋转矩阵； $\mathbf{M}_A$ 、 $\mathbf{M}_S$ 、 $\mathbf{M}_C$ 和 $\mathbf{M}_P$ 分别为A、S、C和P的Mueller矩阵。 $\tau$ 是系统透射率、光源辐射强度、探测器响应的乘积； $\delta_c$ 和 $\delta$ 分别为补偿器和待测样品的相位延迟； $\theta_\alpha$ 为检偏器的方位角，且：

$$\begin{aligned}
 a_0 &= \tau(1 + 1/2(1 + \cos \delta_c) \cos 2\theta_\alpha) \\
 b_2 &= \tau \sin \delta_c \sin \delta \sin 2\theta_\alpha \\
 a_4 &= \tau/2(1 - \cos \delta_c) \cos 2\theta_\alpha \\
 b_4 &= \tau/2(1 - \cos \delta_c) \cos \delta \sin 2\theta_\alpha
 \end{aligned}$$

傅立叶系数 $a_0, b_2, a_4, b_4$ 是未知参数 $\tau, \delta_c, \delta, \theta_\alpha$ 的非线性函数。依据消元法，消除 $\tau, \delta, \theta_\alpha$ ，得到一个只含有未知数 $\delta_c$ 的方程，如(5.2)式所示。

$$\frac{4a_4}{a_0 + a_4} = 1 - \cos \delta_c - \frac{4b_4^2}{(a_0 + a_4)^2} \frac{1}{1 - \cos \delta_c} - \frac{b_2^2}{(a_0 + a_4)^2} \frac{1}{1 + \cos \delta_c} \tag{5.2}$$

定义： $t_1 = \frac{4a_4}{a_0 + a_4}$ ,  $t_2 = \frac{4b_4^2}{(a_0 + a_4)^2}$ ,  $t_3 = \frac{b_2^2}{(a_0 + a_4)^2}$ ,  $x = \cos \delta_c$ 。(5.2)式可转化为：

$$\begin{aligned}
 &x^3 + (t_1 - 1)x^2 + (t_3 - t_2 - t_1)x + (1 - t_1 - t_2 - t_3) \\
 &= ax^3 + bx^2 + cx + d = 1, \quad -1 \leq x \leq 1
 \end{aligned} \tag{5.3}$$

公式(5.3)是一个一元三次方程。根据判断式 $\Delta = \mathbf{B}^2 - 4\mathbf{A}\mathbf{C}$ （其中， $\mathbf{A} = b^2 - 3ac$ ,  $\mathbf{B} = bc - 9ad$ ,  $\mathbf{C} = c^2 - 3bd$ ）的大小该方程有几组不同的解。该系统

满足 $\Delta < 0$ ，根据盛金公式<sup>[78]</sup>，(5.3)式有三个不同的实根，但仅一个在此处是有意义的，即：

$$x = (-b + \mathbf{A}^{1/2} \cos(\Theta/3) - (3\mathbf{A})^{1/2} \sin(\Theta/3))/(3a) \quad (5.4)$$

其中 $\Theta = \arccos \mathbf{T}$ ,  $\mathbf{T} = (2\mathbf{A}b - 3a\mathbf{B})/(2\mathbf{A}^{3/2})$  ( $\mathbf{A} > 0, -1 < \mathbf{T} < 1$ )。未知参数 $\tau, \delta_c, \delta, \theta_\alpha$ 由公式(5.5) - (5.9)给出。

$$\delta_c = \arccos x \quad (5.5)$$

$$\theta_\alpha = \pm \arctan\left[\frac{1}{(a_0 + a_4)^2} \left( \frac{4b_4^2}{(1 - \cos \delta_c)^2} + \frac{b_2^2}{\sin \delta_c^2} \right)\right] \quad (5.6)$$

$$\tau = \frac{a_0 + a_4}{1 + \cos 2\theta_\alpha} \quad (5.7)$$

$$(b_2 > 0 \text{ and } b_4 > 0) \text{ or } (b_2 < 0 \text{ and } b_4 > 0) : \delta = \arcsin \frac{b_2}{\tau \sin \delta_c \sin 2\theta_\alpha} \quad (5.8)$$

$$(b_2 > 0 \text{ and } b_4 < 0) \text{ or } (b_2 < 0 \text{ and } b_4 < 0) : \delta = \pi - \arcsin \frac{b_2}{\tau \sin \delta_c \sin 2\theta_\alpha} \quad (5.9)$$

由(5.1)式可知，出射光强 $I$ 随补偿器的方位角 $\theta_n$ 的变化曲线为正弦曲线，在 $2\pi$ 周期内每隔 $5^\circ$ 采集一个数据，得到72组数据。采用最小二乘拟合求解傅立叶系数 $a_0, b_2, a_4$ 和 $b_4$ 。其次，根据(5.8)和(5.9)式计算待测样品的相位延迟 $\delta$ 。

此外，由(5.5)式可知，补偿器C的相位延迟 $\delta_c$ 将根据该测量方法直接计算，实现了补偿器相位延迟的自校准，消除了测量系统中补偿器的相位延迟定标不准确带来的系统误差，使得不同波长处波片延迟的同时测量成为可能。

### 5.1.2 误差分析

测量系统中，补偿器的相位延迟由该测量方法直接计算，不存在误差。因此，主要的误差源包括方位角误差，二向色性误差，光强抖动和电机旋转误差。本节将系统分析这些误差源及消除方法，并利用计算机模拟估计系统的测量误差。

误差分析是一个非线性过程，不能做简单的计算，因此，将使用计算机模拟估计各个误差因素带来的延迟测量误差。模拟过程：假定整个测量系统是理想的，通过米勒矩阵运算得到出射光强 $I$ (见公式(5.1))，由(5.5) - (5.9)式求得理想情况下待测波片的延迟 $\delta_{theory}$ ；假定系统中的某一误差源存在最大误

差 $\Delta$ ，如果该误差为系统误差，则将 $\Delta$ 直接代入公式(5.1)，由(5.5) - (5.9)式求得非理想情况下的波片延迟 $\delta_e$ ；如果该误差为随机误差，则由matlab随机函数rand随机给出该误差源的误差 $\Delta_i (|\Delta_i| \leq \Delta)$ ，同理可得到非理想情况下的波片延迟 $\Delta'_e$ ，重复测量20次， $\Delta_e$ 为 $\Delta'_e$  20次测量的平均值； $\Delta\delta = |\delta_{theory} - \delta_e|$ ， $\Delta\delta$ 即为该误差源引起的延迟测量误差。

计算机模拟中，补偿器的延迟 $\delta_c = 90^\circ$  (中心波长532.4nm)，样品和补偿器的最大方位角误差 $\Delta\theta_{1,2} = 0.5^\circ$ ，二向色性误差 $\Delta\Psi_{3,4} = 0.011^\circ$ ，光源抖动 $\varepsilon_5 = 1\%$ ，步进电机旋转精度 $\varepsilon_6 = 10''$ 。其中，样品和补偿片的二向色性<sup>[79,80]</sup> $\Delta\Psi_{3,4}$ 随波长变化，该处的 $\Delta\Psi_{3,4} = 0.011^\circ$ 在波长532.4nm处测得。

### 5.1.2.1 方位角误差

测量系统中，补偿器和待测样品的方位角误差是主要的误差源之一。双区域测量法<sup>[76,77]</sup>是消除方位角误差的经典方法，该法通过依次旋转检偏器在两个对称的位置，两次测量的延迟量的平均值作为待测样品的相位延迟，消除了方位角误差产生的一阶测量误差。尽管如此，为了实现高精度测量，需要考虑方位角误差引起的二阶甚至更高阶测量误差。

本文将通过优化检偏器方位角 $\theta_\alpha$ 使得二阶及高阶测量误差在整个延迟测量范围(0 -  $2\pi$ )较小，从而降低方位角误差引起的高阶测量误差的影响。优化过程中，使用误差参数：补偿器延迟 $\delta_c = 90^\circ$ ，补偿器和样品最大方位角误差 $\Delta\theta_{1,2} = 0.5^\circ$ ，且利用双区域测量法消除了一阶效应，优化结果如图5.2所示。结果表明，0 -  $2\pi$ 延迟范围内，最大的测量误差值出现在 $\delta = 69^\circ$ ，与之对应的 $\theta_\alpha$ 的优化值为 $31^\circ$ 。因此，为了使得测量误差在整个样品区域较小，本系统选择 $\theta_\alpha = 31^\circ$ 。图5.3为 $\theta_\alpha$ 分别为 $31^\circ$ 和 $45^\circ$ 时，利用双区域测量法消除了一阶效应后样品和补偿器的方位角误差引起的系统测量误差与样品延迟的关系。其中 $\Delta\delta_1$ 为样品方位角误差导致的样品延迟测量误差， $\Delta\delta_2$ 为补偿器方位角误差导致的样品延迟测量误差。图5.3表明，当选用检偏器方位角 $\theta_\alpha$ 为优化值 $31^\circ$ 时，系统的测量误差远小于 $\theta_\alpha = 45^\circ$ 时的测量误差，同时表明上述检偏器方位角优化方案进一步提高了系统的测量精度。

### 5.1.2.2 二向色性分析

波片的二向色性主要由波片表面的透射率及反射率的不同引起。二向色性主要来自补偿器和待测样品，具体表现在公式(5.1)的Mueller矩阵 $\mathbf{M}_C$ 和 $\mathbf{M}_S$ ，

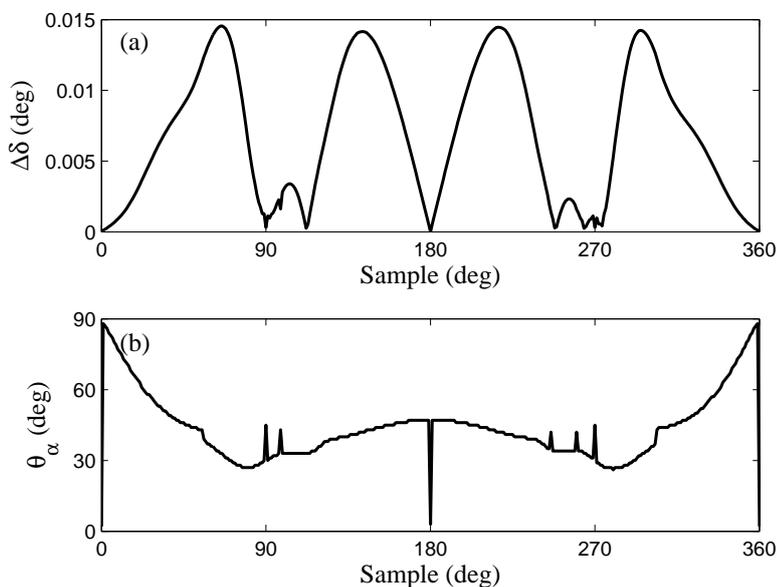


图 5.2:  $\theta_\alpha$  的优化。(a) 表示不同延迟的样品对应的最小的测量误差值；(b) 表示与最小的测量误差值相应的  $\theta_\alpha$  的优化值。

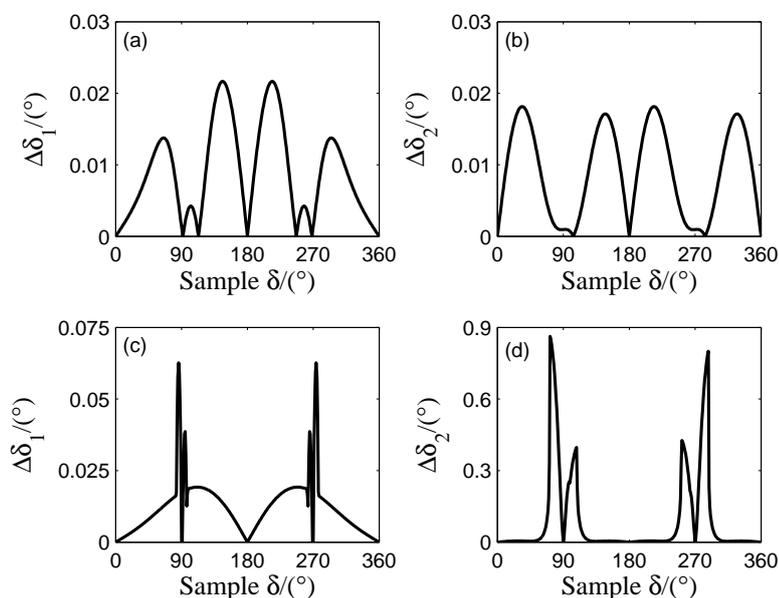


图 5.3: 方位角误差引起的延迟测量误差与样品延迟的关系。(a)、(c) 分别表示  $\theta_\alpha = 31^\circ$  和  $\theta_\alpha = 45^\circ$  样品的方位角误差引起的测量误差；(b)、(d) 分别表示  $\theta_\alpha = 31^\circ$  和  $\theta_\alpha = 45^\circ$  时补偿器的方位角误差引起的测量误差。

考虑二向色性误差时 $M_C, M_S$ 改为 $M'_C, M'_S$ ，如公式 (5.13) 和 (5.11) 所示，其中 $\Psi_3, \Psi_4$ 分别为补偿器和待测样品的二向色角。如果波片不存在二向色性误差时 $\Psi_{3,4} = \pi/4$ ，反之则 $\Psi_{3,4} = \pi/4 + \Delta\Psi_{3,4}$ 。本文在测量原理中假设波片不存在二向色性，将二向色性误差作为误差源考虑，下面主要分析待测样品和补偿器存在二向色性时，该测量方法导致的延迟测量误差。实验测得，在532.4 nm波长，补偿器和待测波片的二向色性大约为 $0.011^\circ$  ( $\Delta\Psi_{3,4} = 0.01^\circ$ )。将该值作为最大误差 $\Delta$ 带入计算机模拟中，计算得到系统测量误差。模拟结果如图 5.4 所示，其中 $\Delta\delta_3, \Delta\delta_4$ 分别为样品和补偿器的二向色性引起的测量误差。分析表明，待测样品的二向色性影响微乎其微(图 5.4a)，补偿器的二向色性对于 $\lambda/2$ 波片及全波片影响最大，达到 $0.022^\circ$ ，对于 $\lambda/4$ 波片无影响(图 5.4b)。

$$M'_C = \begin{pmatrix} 1 & -\cos 2\Psi_3 & 0 & 0 \\ -\cos 2\Psi_3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin 2\Psi_3 \cos \delta_c & \sin 2\Psi_3 \sin \delta_c \\ 0 & 0 & -\sin 2\Psi_3 \sin \delta_c & \sin 2\Psi_3 \cos \delta_c \end{pmatrix} \quad (5.10)$$

$$M'_S = \begin{pmatrix} 1 & -\cos 2\Psi_4 & 0 & 0 \\ -\cos 2\Psi_4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin 2\Psi_4 \cos \delta_c & \sin 2\Psi_4 \sin \delta_c \\ 0 & 0 & -\sin 2\Psi_4 \sin \delta_c & \sin 2\Psi_4 \cos \delta_c \end{pmatrix} \quad (5.11)$$

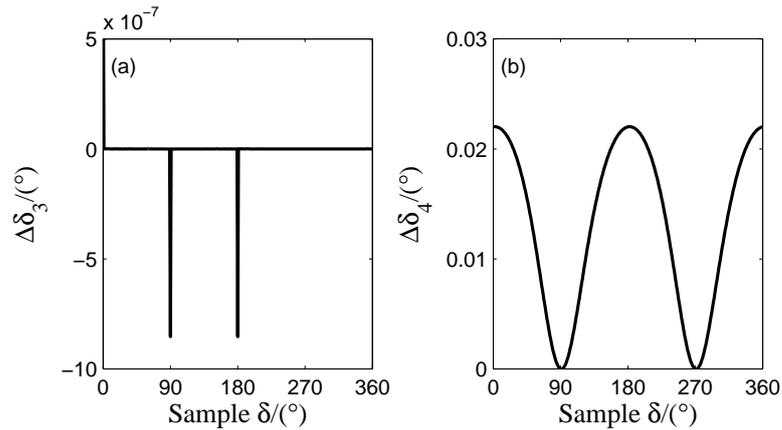


图 5.4: 二向色性引起的延迟测量误差与样品延迟的关系. (a)、(b)分别表示样品和补偿器的二向色性引起的延迟测量误差。

### 5.1.2.3 随机误差

随机误差包括光子噪声和电机旋转不确定性。该测量系统中，光强抖动 $\varepsilon_5 = 1\%$ ，电机旋转精度 $\varepsilon_6 = 10''$ ，图 5.5 为模拟结果，其中 $\Delta\delta_5, \Delta\delta_6$ 分别为光强抖动和电机旋转精度带来的测量误差。结果表明，随机误差主要来自光强抖动的影响，且对 $\lambda/4$ 波片的测量产生较大误差。

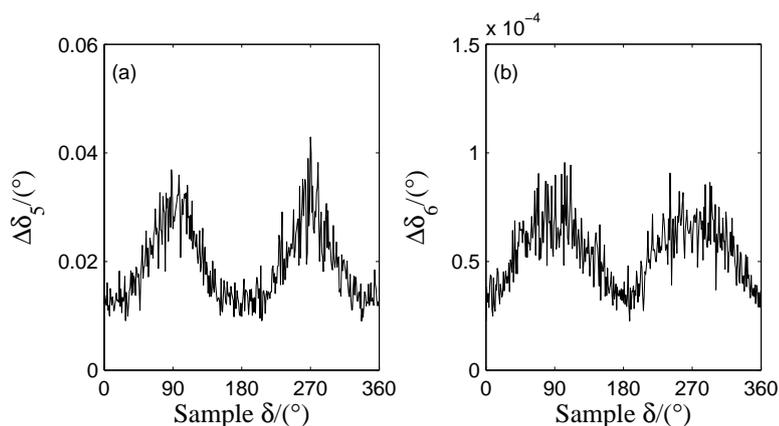


图 5.5: 光强抖动 (a) 和电机旋转误差 (b) 引起的延迟测量误差与样品延迟的关系。

### 5.1.2.4 总的测量误差

总的测量误差包括系统误差和随机误差。其中

$$\Delta\delta_{sys} = \sqrt{\Delta\delta_1^2 + \Delta\delta_2^2 + \Delta\delta_3^2 + \Delta\delta_4^2} \quad (5.12)$$

$$\Delta\delta_{rand} = \sqrt{\Delta\delta_5^2 + \Delta\delta_6^2} \quad (5.13)$$

图 5.6 为测量系统的系统误差和随机误差。比较图 5.6a 和图 5.6b 易见， $1/4$ 波片的测量误差主要来自光强抖动；比较图 5.6a 和图 5.4b， $1/2$ 波片及全波片的系统误差主要来自补偿器的二向色性；对于任意延迟的样品，系统误差和随机误差在 $0.036^\circ$ 和 $0.040^\circ$ 以内。

### 5.1.3 结果与讨论

实验在三个波长 $517.3 \text{ nm}$ 、 $525.0 \text{ nm}$ 和 $532.4 \text{ nm}$ 测量了四个样品（样品中心波长为 $532.4 \text{ nm}$ ）的相位延迟，以评估该测量系统的性能。样品分别为：

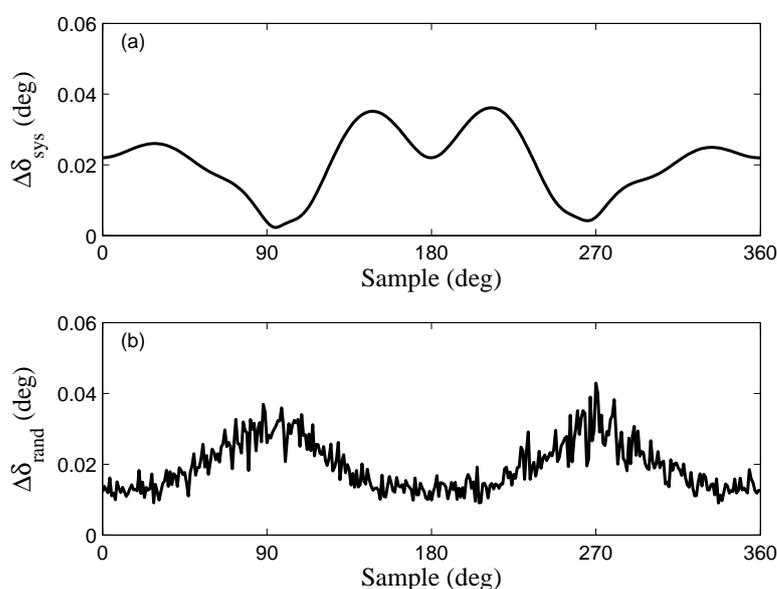


图 5.6: 总的系统误差和随机误差。

表 5.1: 平均值和方差。

	517.3nm	525.0nm	532.4nm
1/4 waveplate	$92.054^\circ \pm 0.021^\circ$	$90.286^\circ \pm 0.033^\circ$	$89.208^\circ \pm 0.036^\circ$
1/2 waveplate	$184.422^\circ \pm 0.040^\circ$	$181.195^\circ \pm 0.020^\circ$	$178.890^\circ \pm 0.027^\circ$
127° waveplate	$130.418^\circ \pm 0.023^\circ$	$128.069^\circ \pm 0.035^\circ$	$126.550^\circ \pm 0.035^\circ$
air	$0.022^\circ \pm 0.011^\circ$	$0.017^\circ \pm 0.017^\circ$	$0.029^\circ \pm 0.024^\circ$

1/4波片、1/2波片、127°波片和空气air（不放入任何样品）。测量结果如图 5.7 所示，其中横坐标表示测量次数，纵坐标表示待测样品的相位延迟测量结果。表 5.1 为与图 5.7 对应的样品延迟测量的平均值和均方差。三个波长的延迟测量中，空气的相位延迟分别为 $0.022^\circ \pm 0.011^\circ$ 、 $0.017^\circ \pm 0.017^\circ$ 和 $0.029^\circ \pm 0.024^\circ$ 。测量结果与计算机模拟中 $0^\circ$ 样品处的模拟值相比（其中，空气延迟测量的平均值对应系统误差，标准方差对应随机误差），基本保持一致，表明上述计算机模拟相对可靠。由于该测量系统中未利用空气测量定标系统参数，因此，空气的相位延迟客观反映了该延迟测量系统的测量精度。尽管如此，我们下一步仍然需要通过不同方法不同仪器的相互验证以确定该测量精度的可靠性。

该波片延迟测量系统的优点在于：(a)补偿器和待测波片的相位延迟同时被

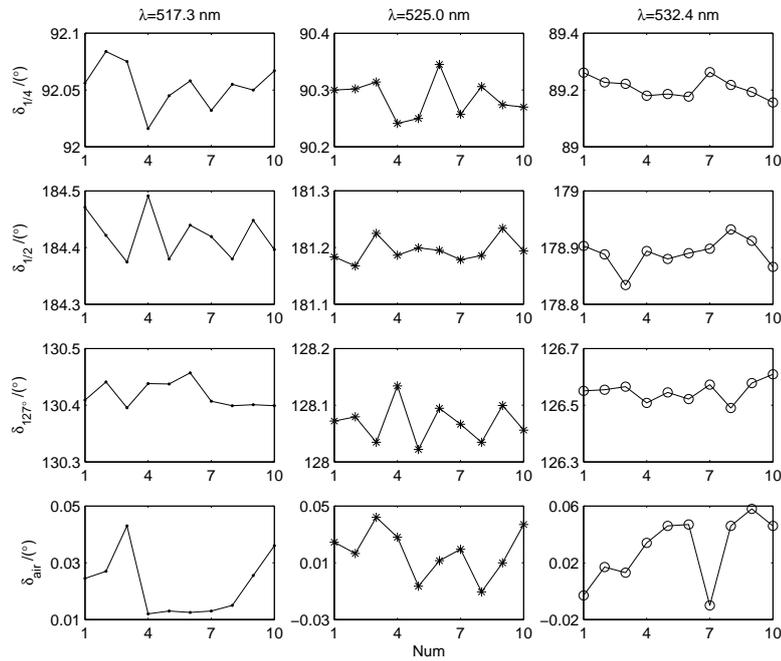


图 5.7: 波片的相位延迟测量实验装置图。

测量，实现了补偿器相位延迟的自校准，理论上消除了测量系统中补偿器的相位延迟定标不准确带来的系统误差，使得不同波长处波片延迟的同时测量成为可能；(b)利用双区域测量法消除了元件方位角误调引起的一阶测量误差，通过优化检偏器的方位角减小了二阶甚至更高阶误差，优化结果表明当检偏器方位角 $\theta_\alpha = 31^\circ$ 时系统方位角影响较小，实现了任意相位延迟波片的高精度测量；(c)由于不再使用空矩阵定标系统的偏振参数（例如相位延迟），实验测量中空气的相位延迟值 $0.029^\circ \pm 0.024^\circ$ 代表该系统的测量精度，测量结果与误差分析中的模拟结果基本一致。

尽管如此，空气的相位延迟是否可以完全的代表系统的测量精度，我们需要进一步的分析和检验；而且，需要通过不同方法不同仪器的相互验证以确定该测量精度的可靠性。

## 5.2 基于非线性拟合法的Mueller矩阵测量

偏振元件的椭偏检测被广泛应用于化学、生物、物理、遥感等诸多领域<sup>[81-87]</sup>。传统的椭偏仪主要由起偏器、补偿器和检偏器组成，通过获取被测样品的Jones矩阵确定其偏振参数<sup>[88]</sup>。这种方法至少需要四次独立测量，并

要求被测样品是完全偏振的。如果被测样品是不完全偏振的，或者是一个由多个偏振元件组成的偏振系统，则需要测量其Muller矩阵确定偏振性能。自八十年代以来，各种调制方式的Muller矩阵椭偏仪迅速发展<sup>[89-98]</sup>，这类椭偏仪一般由偏振产生器（Polarization State Generation, PSG），和偏振分析器（Polarization State Analyzer, PSA）组成，通过16次独立测量得到描述偏振元件性能的整个Mueller矩阵（16个矩阵元）。在这些传统的方法中，都需要对测量系统的PSG和PSA进行精密定标，或者插入标准样品实现本征校准<sup>[80]</sup>，或者使用空矩阵定标系统<sup>[99]</sup>。前者，标准样品的性能直接影响Mueller矩阵椭偏仪的定标精度；后者属于一阶近似求解，测量精度有限。两种定标方法都存在缺陷，且都需要复杂的定标方法论证和定标过程。

本文提出了一种基于非线性最小二乘拟合测量Mueller矩阵参数的自校准测量的新方法。该方法通过测量放入待测样品前后输出偏振态的Stokes参数，建立起由测得的输出偏振态参数、系统未知参数与被测样品的Mueller矩阵之间的函数关系式，使用多参数的非线性最小二乘拟合求解得到待测样品的Mueller矩阵。整个测量过程中，系统中所有偏振元件的相位延迟、快轴方位等偏振参数由非线性最小二乘拟合直接求解，无需精密定标，避免了传统椭偏仪系统的复杂定标过程，实现了自校准测量。

### 5.2.1 测量原理

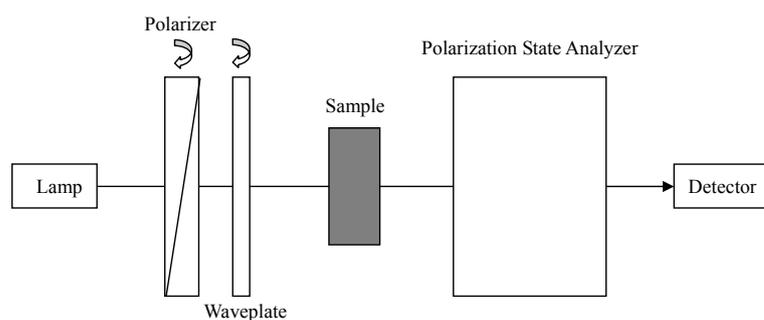


图 5.8: Mueller矩阵测量原理图。

图 5.8 为测量原理图。系统主要由偏振发生器（PSG）和偏振分析器（Polarization State Analyzer, PSA）组成。偏振发生器由起偏器和波片组成，其中，设定起偏器的透射光轴为系统的参考方位。起偏器和波片各自以一定步长 $n^\circ$ 独立旋转，调制入射光得到不同的偏振态。光束经过样品后被偏振分析器

调制得到不同的出射偏振态，然后由探测器接收。偏振分析器一般由电光晶体或旋转波片等偏振元件组成，通过改变相位延迟或快轴方位角可以实现不同偏振态的调制。完全确定待测样品的Mueller矩阵要求偏振产生器和偏振分析器分别至少需要四个独立的偏振调制。因此，该测量方法中要求 $n^\circ < 90^\circ$ ，偏振分析器可以调制4个相互独立的偏振态<sup>[100,101]</sup>。根据Mueller矩阵描述，探测光强可表示为：

$$I = [1, 0, 0, 0] \mathbf{M}_{\text{PSA}} \mathbf{M}_{\text{S}} \mathbf{M}_{\text{WP}} \mathbf{M}_{\text{P}} \mathbf{S}_{\text{in}} \quad (5.14)$$

其中， $\mathbf{M}_{\text{PSA}}$ ,  $\mathbf{M}_{\text{S}}$ ,  $\mathbf{M}_{\text{WP}}$ ,  $\mathbf{M}_{\text{P}}$  分别为偏振分析器、待测样品、旋转波片和旋转起偏器的Mueller矩阵； $\mathbf{S}_{\text{in}}$ 为入射光的Stokes矢量，记为 $\mathbf{S}_{\text{in}} = [1, Q, U, V]^T$ 。由于偏振分析器可以调制得到4个独立的出射偏振态，设偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ 为偏振分析器的四个独立的调制偏振态，则(5.14)式可进一步扩展为矩阵形式：

$$\mathbf{I} = \mathbf{X} \mathbf{M}_{\text{S}} \mathbf{M}_{\text{WP}} \mathbf{M}_{\text{P}} \mathbf{S}_{\text{in}} \quad (5.15)$$

其中 $\mathbf{I}$ 为一个4维列矢量，代表偏振分析器的不同调制光强。此外，令偏振分析矩阵 $\mathbf{A}$ 为偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ 与待测样品的Mueller矩阵 $\mathbf{M}_{\text{S}}$ 之积，即 $\mathbf{A} = \mathbf{X} \mathbf{M}_{\text{S}}$ 。

由(5.15)式及图5.8可知，整个测量系统中的所有未知参数包括：入射光源的Stokes矢量 $\mathbf{S}_{\text{in}} = [1, Q, U, V]^T$ 、波片的初始方位角 $\theta_0$ 、波片的相位延迟 $\delta$ 、起偏器和波片的旋转步长 $n^\circ$ 、系统透射率 $\tau$ 、及偏振分析矩阵 $\mathbf{A}$ 。其中由起偏器和波片的旋转步长 $n^\circ$ 由步进电机精确控制，步进电机控制波片和起偏器独立旋转，在 $2\pi$ 周期内每隔 $n^\circ$ 采集一组光强值 $\mathbf{I}$ ，得到 $(360/n) \times (360/n)$ 组光强。此时，光强函数 $\mathbf{I}$ 是入射光的Stokes参量 $Q$ 、 $U$ 和 $V$ ，旋转波片的相位延迟 $\delta$ 和初始方位角 $\theta_0$ ，系统透射率 $\tau$ 、归一化的偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ 及待测样品Mueller矩阵的非线性函数 $\mathbf{M}_{\text{S}}$ ，即：

$$\mathbf{I} = \mathbf{X} \mathbf{M}_{\text{S}} \mathbf{M}_{\text{WP}} \mathbf{M}_{\text{P}} \mathbf{S}_{\text{in}} = \mathbf{A} \mathbf{M}_{\text{WP}} \mathbf{M}_{\text{P}} \mathbf{S}_{\text{in}} = \mathbf{F}(Q, U, V, \tau, \delta, \theta_0, \mathbf{A}) \quad (5.16)$$

利用非线性最小二乘拟合方法求解上述所有参数，拟合函数如(5.17)式所示：

$$\chi_2 = \min \left( \sum_{i=1}^{(360/n)^2} (\mathbf{I}_i - \tilde{\mathbf{I}}_i)^2 \right) \quad (5.17)$$

其中 $\mathbf{I}_i$ 和 $\tilde{\mathbf{I}}_i$ 分别为第 $i$ 组探测光强的理论值和实际测量值。由公式(5.16)和(5.17)可求得包括待测样品的Mueller矩阵在内的所有未知参数。待测样品的Mueller矩阵测量过程如下：

(a)放入样品前, 根据上述理论分别旋转波片和起偏器, 在 $2\pi$ 周期内每隔 $n^\circ$ 采集一组光强值, 得到 $(360/n) \times (360/n)$ 组光强值。由公式 (5.16) 和 (5.17) 拟合得到偏振分析矩阵 $\mathbf{A}$ , 此时 $\mathbf{A} = \mathbf{X}$ 。

(b)放入待测样品, 再次测量 $(360/n) \times (360/n)$ 组光强值, 由公式 (5.16) 和 (5.17) 拟合得到偏振分析矩阵 $\mathbf{A}'$ , 此时 $\mathbf{A}' = \mathbf{X}\mathbf{M}_S$ ;

(c) 由 $\mathbf{A}' = \mathbf{X}\mathbf{M}_S = \mathbf{A}\mathbf{M}_S$  求得待测样品的Mueller 矩阵为:

$$\mathbf{M}_S = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{A}' \quad (5.18)$$

整个测量过程将系统中所有需要精密定标的参数作为未知参数处理, 利用非线性最小二乘拟合方法求解这些参数, 从而得到待测样品的Mueller矩阵, 无需像已有方法那样精密定标系统中各个参数, 实现了自校准测量。

## 5.2.2 实验装置

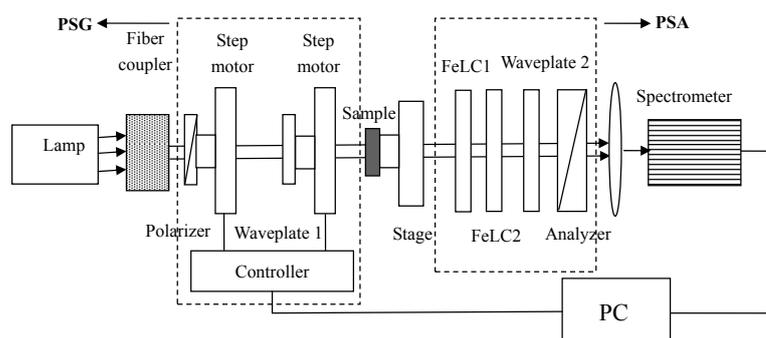


图 5.9: 实验装置图。

根据上述原理建立的实验装置及实物图 5.9 和 5.10 所示。将配有高精度稳压电源的溴钨灯作为入射光源。起偏器和波片1组成偏振发生器（PSG），分别安装于各自的电控精密转台上，转台的转动精度优于 $2'$ ，可由计算机控制 $360^\circ$ 自由旋转。铁电液晶FeLC1和FeLC2、波片2和检偏器组成偏振分析器（PSA）。铁电液晶由0-11V低压电源控制，使得两个液晶波片分别以 $45^\circ$ 调制角快速变换快轴方位，从而实现偏振分析器的四个独立偏振态调制。偏振发生器和偏振分析器中各个偏振元件在中心波长750 nm的偏振设计参数如表 5.2 所示。光束经过偏振分析器后由光纤光谱仪接收，光纤光谱仪的有效光谱范围为550-950 nm且可以同时接收各个波长处的探测光强。值得注意的是，该测量方法将直



图 5.10: 测量系统实物图。

表 5.2: PSG和PSA在中心波长 $\lambda_0=750\text{nm}$ 的偏振设计参数。

Component	Parameter	Design value
Polarizer	Extinction Ratio	10000 : 1
Polarizer	Orientation	rotating
waveplate1	Retardation	90°
waveplate1	Orientation	rotating
FeLC1	Retardation	180°
FeLC1	Orientation	60°
FeLC1	Cone Angle	45°
FeLC2	Retardation	90°
FeLC2	Orientation	-20°
FeLC2	Cone Angle	45°
waveplate2	Retardation	90°
waveplate2	Orientation	70°
Analyzer	Extinction Ratio	10000:1
Analyzer	Orientation	rotating

接通过非线性最小二乘拟合求解表1中的偏振参数，因此，系统中所使用的偏振元件的偏振参数是否与设计参数完全一致并不重要，在普通的制造误差范围内即可。此外，表 5.2 中铁电液晶FeLCs和波片均为单色波片，波长不同相位延迟也相应变化，但都可以通过非线性拟合求得。因此，整个光谱550-950 nm范围内，无需改变或更换这些元件。

调整好光路。放入待测样品前，由步进电机控制检偏器和波片1分别以40°步长旋转，每旋转一个位置，偏振分析器通过铁电液晶调制得到四个独立的偏振态，光纤光谱仪探测得到一组探测光强 $\mathbf{I}$  ( $4 \times 1$ 维)，在 $2\pi$ 周期内共测得81组光强。根据公式 (5.14) - (5.17) 基于非线性最小二乘拟合方法求解得到偏振分析矩阵 $\mathbf{A}$ ；放入待测样品后，再次重复上述步骤，得到偏振分析矩阵 $\mathbf{A}'$ ；由公式 (5.18) 求得待测样品的Mueller矩阵。整个测量过程由Labview软件自动控制，操作简单易行，且可以同时获取待测样品在550-950 nm范围内各个波长处的Mueller矩阵。

由公式 (5.18) 可知， $\mathbf{A}$ 可逆是 $\mathbf{M}_S$ 有解的充分条件，此处 $\mathbf{A}$ 为放入待测样品前的偏振分析矩阵 $\mathbf{A} = \mathbf{X}$ ；换言之，偏振分析器的偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ 可逆是 $\mathbf{M}_S$ 有解的充分条件。因此，矩阵 $\mathbf{X}$ 的逆量化了样品矩阵 $\mathbf{M}_S$ 的测量信噪比<sup>[102,103]</sup>，两者之间的关系由(??)式表示：

$$\frac{\|\Delta \mathbf{M}_S\|}{\|\mathbf{M}_S\|} \leq \kappa_{\mathbf{X}} \frac{\|\Delta \mathbf{A}\|}{\|\mathbf{A}\|} \quad (5.19)$$

其中 $\kappa_{\mathbf{X}}$ 为 $\mathbf{X}$ 的矩阵条件数， $\kappa_{\mathbf{X}} = \|\mathbf{X}\| \|\kappa_{\mathbf{X}}^{-1}\|$ 。| $\kappa_{\mathbf{X}}$  越小，矩阵 $\mathbf{X}$ 的逆引起的测量误差越小，信噪比越高，系统越稳定。图 5.11 给出了该测量系统中偏振分析器的响应矩阵 $\mathbf{X}$ 的条件数随波长的关系。其中实线代表该测量系统的 $\kappa_{\mathbf{X}}$ ，点划线代表 $\kappa_{\mathbf{X}}$ 的理想值。比较可知，测量系统的 $\kappa_{\mathbf{X}}$ 在中心波长附近接近理想值；偏离中心波长，各个偏振元件的偏振参数偏离设计值， $\kappa_{\mathbf{X}}$ 亦随之增大；尽管如此， $\kappa_{\mathbf{X}}$ 在550-950 nm波长范围内的最大值仍然与理想值在同一量级。分析表明，整个系统的信噪比较高，对测量误差影响较小。

### 5.2.3 误差分析

测量方法中，系统参数（包括入射光的Stokes矢量、波片1的相位延迟和初始方位角、透射率、偏振分析矩阵 $\mathbf{A}$ 等）由非线性最小二乘拟合直接求解，不存在误差。因此，主要的误差源来自光源抖动和起偏器不理想，二者主要影响

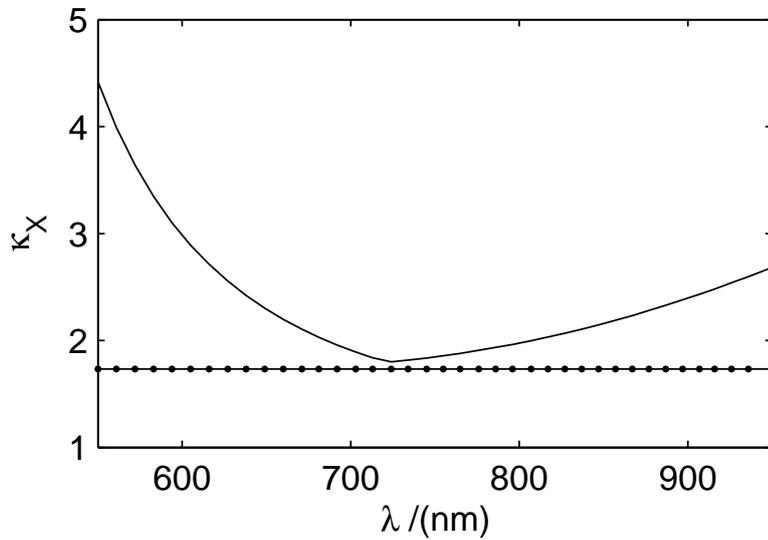


图 5.11:  $\mathbf{X}$ 的矩阵条件数。实线表示该测量系统 $\mathbf{X}$ 的矩阵条件数, 点划线表示 $\mathbf{X}$ 的矩阵条件数的理想值。

非线性最小二乘拟合方法的拟合精度, 从而引起测量误差。本节将系统分析这些误差源对测量精度的影响。

由于系统的整个测量过程属于非线性过程, 误差分析亦属于非线性, 不能做简单的计算分析。因此, 将通过计算机模拟估计这些误差因素带来的测量误差。模拟过程如下: 假设整个测量系统是理想的, 通过公式 (5.14) - (5.18) 求得待测样品的Mueller矩阵 $\mathbf{M}_{theory}$ ; 假定系统存在某一误差源, 同样通过公式 (5.14) - (5.18) 可求得非理想情况下样品的Mueller矩阵 $\mathbf{M}_{mea}$ ;  $\Delta\mathbf{M} = \mathbf{M}_{mea} - \mathbf{M}_{theory}$ 为待测样品的Mueller矩阵的测量误差。实际测量过程中, 对于不同的待测样品, 其系统测量精度不同。本文的误差分析以 $\lambda_0/2$ 波片,  $\lambda_0/4$ 波片和偏振片为例, 分析光源抖动和起偏器不理想引起的Mueller矩阵测量误差。

### 5.2.3.1 光强抖动

溴钨灯光源的抖动在1%以内, 使用Matlab模拟的rand函数模拟光源的随机误差, 根据上述的误差分析过程模拟测量误差 $\Delta\mathbf{M}$ 。由于光强抖动属于随机误差, 将模拟20次, 求解 $\Delta\mathbf{M}$ 的标准偏差 $\mathbf{S}$ , 模拟结果如图 5.12 所示。其中, 实线、点线和虚线分别表示 $\lambda_0/2$ 波片,  $\lambda_0/4$ 波片和偏振片三个样品的结果。易

见，在整个波长范围内光源抖动引起的测量误差为 $3E-3$ 以内。此外，比较图 5.11 和图 5.12 发现，曲线随波长的变化有相似的趋势。这是由于随机误差 $\mathbf{S}$ 主要与 $\mathbf{X}$ 的条件数 $\kappa_{\mathbf{X}}$ 相关， $\kappa_{\mathbf{X}}$ 越小，随机误差越小，系统信噪比越高；反之，亦反。

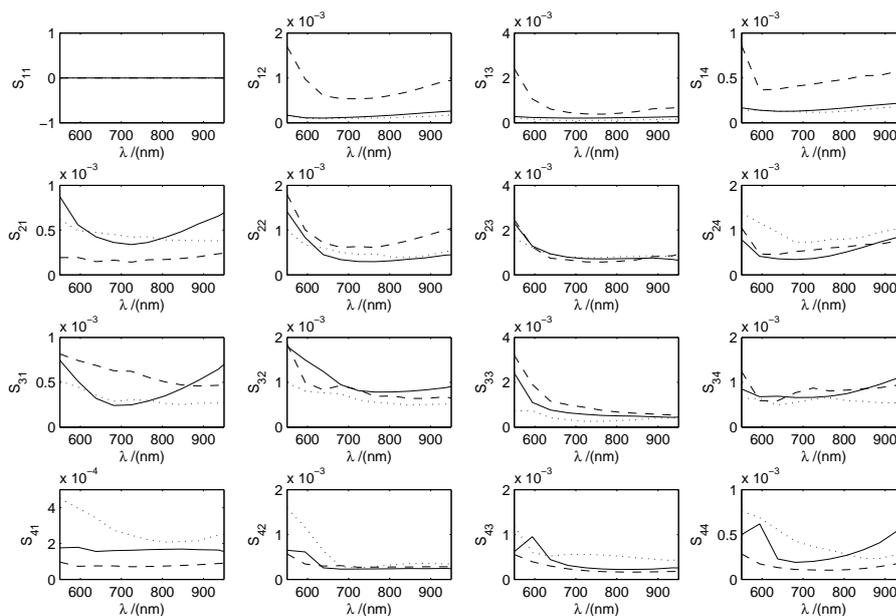


图 5.12: 随机误差与光源抖动的关系。实线： $\lambda_0/2$ 波片；点线： $\lambda_0/4$ 波片；虚线：偏振片。

### 5.2.3.2 起偏器不理想

理想情况下起偏器的偏振度为100%，然而由于制造工艺等限制，实际使用的起偏器是不完美的。起偏器的不理想使得光束通过后不再是完全线偏振光，从而产生系统误差。起偏器的Mueller 矩阵如公式 (5.20)所示，其中 $p$ 为线偏振度， $\tau_p$ 为透射率。

$$\mathbf{P} = \frac{\tau_p}{2} \begin{pmatrix} 1 & p & 0 & 0 \\ p & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{1-p^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{1-p^2} \end{pmatrix} \quad (5.20)$$

图 5.13 模拟了波长 550 nm 三个样品的测量误差与线偏振度  $p$  的关系，分析表明： $p > 0.998$  时，矩阵测量误差  $\Delta M$  在  $3E-3$  以内。图 5.14 给出了  $p = 0.998$  时 Mueller 矩阵测量误差  $\Delta M$  随波长的变化。可见，整个被测光谱范围内（550-950 nm） $\Delta M$  在  $3E-3$  以内。考虑到起偏器的不理想，实验仪器中需要选用  $p > 0.998$  的起偏器，此时  $\Delta M < 3E-3$ ，系统误差与随机误差在同一量级甚至更小。该实验装置中，起偏器的消光比为 10000:1，满足上述要求。

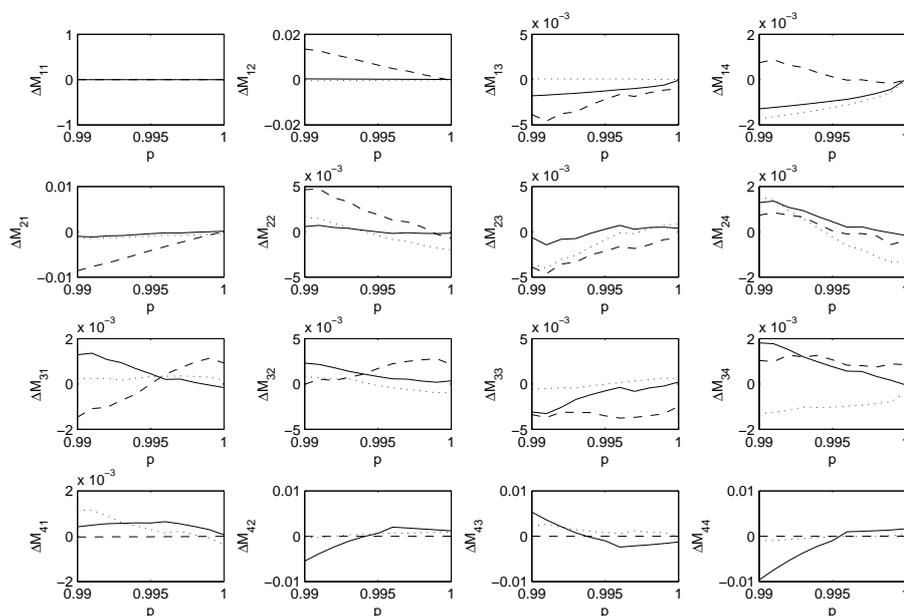


图 5.13: 系统误差与起偏器线偏振度  $p$  的关系。实线： $\lambda_0/2$  波片；点线： $\lambda_0/4$  波片；虚线：偏振片,下同。

#### 5.2.4 结果与讨论

实验在 550-950 nm 波段分别测量了中心波长在 730 nm 的  $\lambda_0/2$  波片、 $\lambda_0/4$  波片和偏振片的 Mueller 矩阵，以评估该测量系统的性能。系统分别重复测量每个样品 20 次；每次测量过程中，在 550-950 nm 之间等间隔选取 37 个波长，每个波长处采集 81 个光强值，通过非线性拟合得到 21 个位置参数（入射光的 Stokes 矢量  $Q$ 、 $U$  和  $V$ ，旋转波片的相位延迟  $\delta$  和初始方位角  $\theta_0$ ，系统透射率  $\tau$  及归一化的偏振响应矩阵  $\mathbf{X}$ （15 个矩阵元））。因此，对于每个样品 20 次测量后数据处理

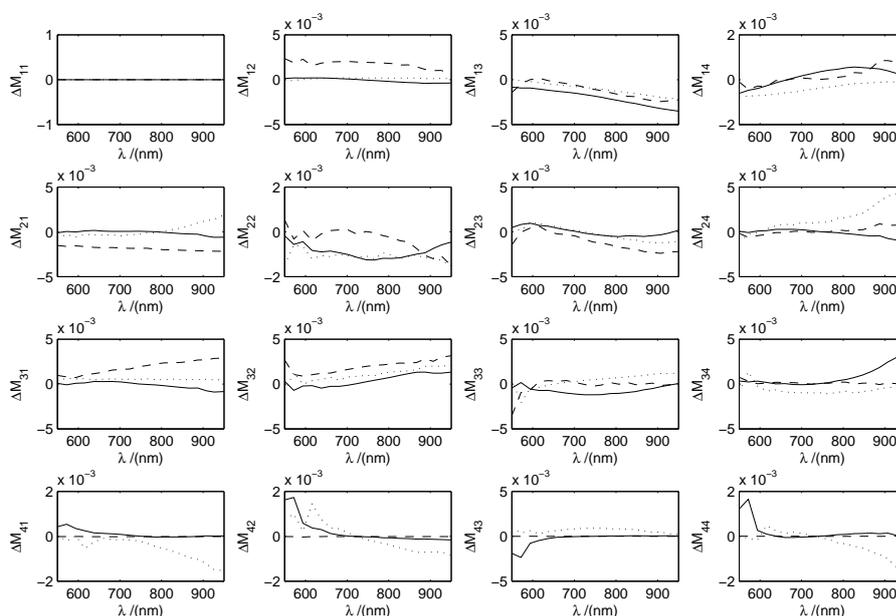


图 5.14:  $p = 0.998$ 时测量误差随波长的变化曲线。

结果共有15540个数据，考虑到数据量太大，本文中以曲线的形式给出参数拟合结果的平均值和标准方差，如图 5.15 和图 5.16 所示。其中图 5.15 为三种样品20次Mueller矩阵测量的平均值，图 5.16 为与之对应的Mueller矩阵测量的标准偏差。

对于理想波片，其Mueller矩阵的第一行和第一列（第一个矩阵元除外）均为0，因此测量结果中波片Mueller矩阵的第一行第一列测量值代表了系统的测量精度。图 5.15 中实线和点线分别代表了 $\lambda_0/2$ 波片和 $\lambda_0/4$ 片的Mueller矩阵测量结果，分析其第一行和第一列的测量值易知，系统的测量精度基本在0.01以内。接近550 nm 和950 nm处光谱仪的低信噪比导致误差较大，测量精度在0.02以内；对于偏振片，理论上其Mueller矩阵的第四行和第四列均为0，因此测量结果中偏振片Mueller矩阵的第四行和第四列代表了系统的测量精度。图 5.15 中虚线代表了偏振片的Mueller矩阵测量结果，分析表明系统测量精度也在0.01以内；图 5.16 的Mueller 矩阵标准偏差代表了系统的重复精度和稳定性。分析三种样品测量结果的标准偏差表明，系统的重复精度在0.005以内，靠近光谱边缘重复精度降低。

此外，理想情况下，系统参数波片1的相位延迟 $\delta$ 和初始方位角 $\theta_0$ 的拟合结果与待测样品无关。因此，不同样品的测量结果中，这两个参数的拟合结果是否一致间接代表了非线性拟合的好坏和稳定性。图 5.17 给出了波片1的相位延迟 $\delta$ 和初始方位角 $\theta_0$ 在上述三种样品测量中的拟合结果。比较三种样品的测量结果发现，在波长550-950 nm范围，相初始方位角 $\theta_0$ 误差在 $0.005^\circ$ 以内；相位延迟 $\delta$ 在600-900 nm误差小于 $0.5^\circ$ ，靠近光谱两端误差有所增大且在 $1^\circ$ 以内。波片的理论Mueller矩阵如公式 (5.21) 所示：

$$\mathbf{M}_{\text{WP}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - (1 - \cos \delta) \sin^2 2\theta & (1 - \cos \delta) \sin 2\theta \cos 2\theta & -\sin \delta \sin 2\theta \\ 0 & (1 - \cos \delta) \sin 2\theta \cos 2\theta & 1 - (1 - \cos \delta) \cos^2 2\theta & \sin \delta \cos 2\theta \\ 0 & \sin \delta \sin 2\theta & \sin \delta \cos 2\theta & \cos \delta \end{pmatrix} \quad (5.21)$$

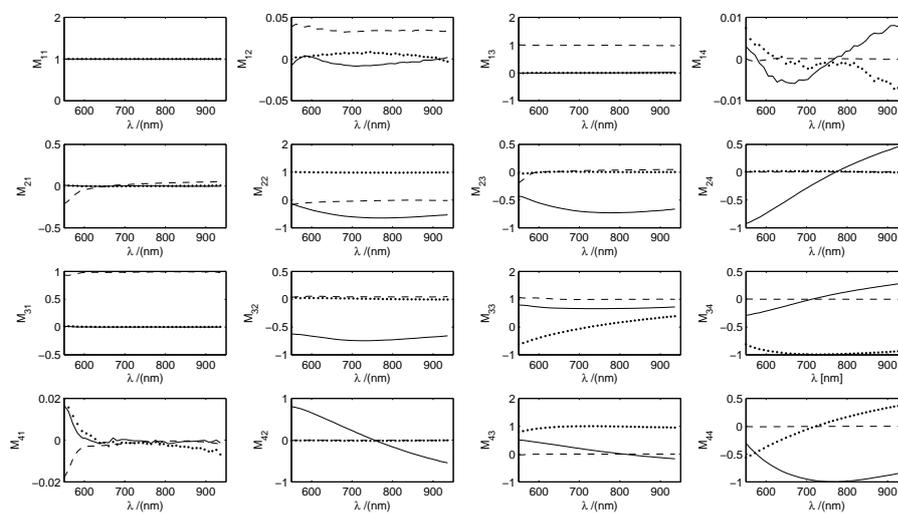
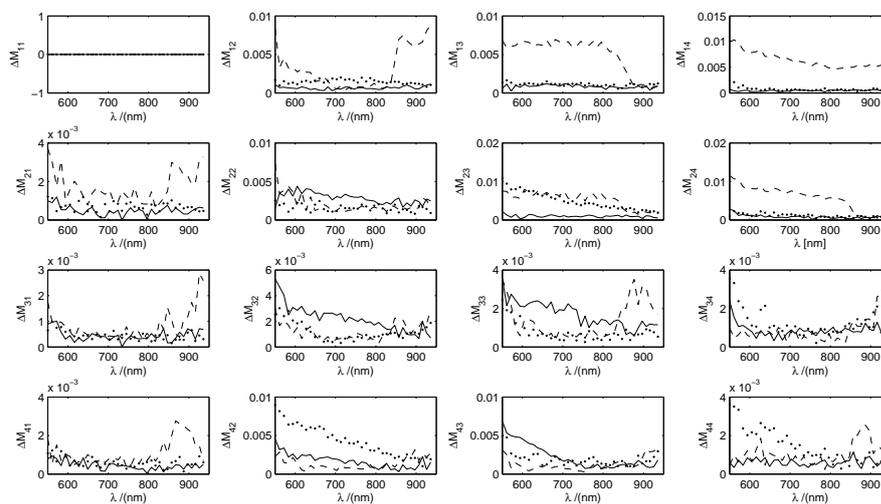
由公式 (5.21) 粗略估计上述相位延迟和初始方位角在不同样品间的拟合误差引起的Mueller矩阵的最大测量误差约为 $\sin 1^\circ \simeq 0.018$ ，与上述三个样品Mueller矩阵测量结果一致。

三个样品的Mueller矩阵测量结果表明，在600-900 nm波长范围，该系统的测量精度在0.01以内，重复精度为0.005。在光谱两端，随着光谱仪的信噪比降低，系统的测量精度下降到0.02左右。

本文提出的应用非线性最小二乘拟合求解所有未知Mueller矩阵参数的方法的优势在于：系统中所有未知参数由非线性最小二乘拟合方法求解而无需精密确定系统中各个参数，避免了传统Mueller矩阵椭偏仪的复杂定标过程，实现了自校准测量；整个测量过程通过自编的Labview软件实现了智能化；且可以同时测量多个波长处的Mueller矩阵，实现了光谱测量；在600nm-900 nm波长范围内，系统测量精度在0.01以内，重复精度达到0.005；不同样品的测量参数随波长变化的拟合曲线重复性好，说明本文所提方法具有很好的可靠性和实用性。

### 5.3 本章小结

本章着重于高精度偏振定标方法在精密偏振光学测量领域的应用。主要包括两部分内容：

图 5.15: 样品的Mueller矩阵 $M_S$ 的平均值。图 5.16: 样品的Mueller矩阵 $M_S$ 的标准偏差。

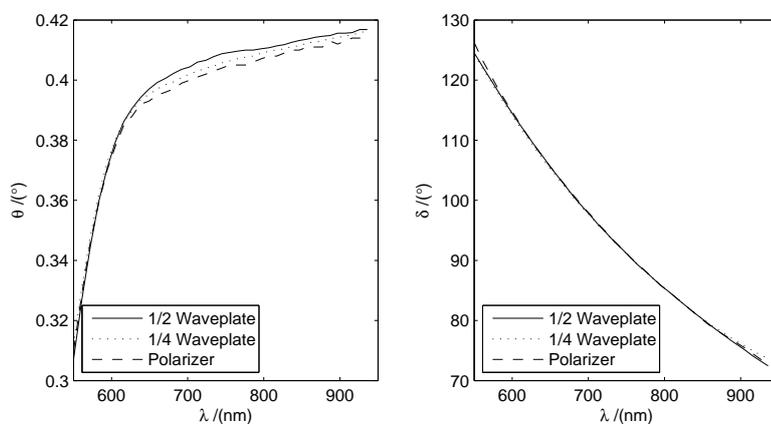


图 5.17: 波片1的相位延迟和初始方位角。

(1) 实现了波片的相位延迟的自校准测量。首次通过求解系统的非线性方程避免了旋转波片的相位延迟误差影响，测量精度在  $0.04^\circ$  以内；

(2) 实现了偏振元件的Mueller矩阵的非线性拟合测量。首次将非线性拟合方法应用于Mueller矩阵的测量，Mueller 测量精度在 0.01 以内；

## 第六章 COSMO项目K冕仪中偏振分析器的设计和测量

### 6.1 研究背景

COSMO(the COronal Solar Magnetism Observatory)是目前在研的世界上最大的日冕仪项目，K冕仪（又称白光日冕仪）是COSMO项目 [104,105]中三个望远镜的其中一个，该望远镜将用于学习太阳磁场与太阳大气中的等离子体的相互作用，尤其在学习空间天气的主要驱动元日冕物质抛射（CME）的产生和传播机制是非常有意义的。K冕仪主要测量来自日冕自由电子与光球光束的Thomson散射形成的K-冕层的偏振亮度（ $\rho\mathbf{B}$ ）。COSMO K冕仪将取代建立于1980年的Mauna Loa MK4 K冕仪，后者使用一个CCD探测器每3分钟得到一张图像。

偏振亮度， $\rho\mathbf{B}$ ，定义为日面边缘切向和径向偏振光的强度差，约为日面中心强度的百万分之一，等于太阳边缘参考系测量的Stokes Q参量。假设望远镜的偏振仪器相对于天空背景有一个固定的旋转，则为了计算日面边缘参考系的Q参量我们使用偏振仪器必须测量Stokes的Q和U两个线偏振参量。Stokes参量( $I, Q, U$ )的测量需要设计一个偏振分析器，该偏振分析器能够将入射到望远镜的偏振光转换为探测器可测量的强度量。

COSMO K-冕仪的偏振分析器的设计要求：在观测模式，Stokes参量( $I, Q, U$ )在工作波长范围均能够独立测量且有较高的偏振效率，因此”Stokes definition”型偏振分析器是更适合的；而且，它能够实现快速调制（140Hz，相机的帧频）以最小化大气湍流引起的Stokes参数之间的交叉串扰 [106]；此外，在望远镜的偏振定标模式，它能够以较高的偏振效率同时调制所有Stokes参量 $I, Q, U$ 和 $V$ 。观测模式到定标模式的转换尽可能的简便。

该文中，我们陈述了满足上述要求的COSMO K冕仪Stokes偏振分析器的设计。偏振分析器包含两个铁电液晶波片（FeLCs）、一个固定相位的波片和一个偏振分光棱镜。根据Poincaré球和Mueller矩阵理论通过选择合适的方位和调制角达到设计指标。我们首先叙述了偏振分析器的基本设计思想；然后分析了调制器设计参数的制造误差要求；最后，该偏振分析器被测试，并对理论和测量结果做了比较。

## 6.2 偏振分析器设计

K冕仪偏振分析器的偏振元件的选择是基于紧凑的光学装置和高频调制速度的要求。相比于常用的旋转波片和液晶可变延迟器 (LCVRs), FeLCs 的调制速度更快。偏振分析器使用了两个FeLCs以便快速地产生四个偏振态, 使用偏振分光棱镜作为检偏器适用于双光束偏振系统。由于只测量Stokes参数中的( $I, Q, U$ )分量且希望最小化 $Q$ 和 $U$ 之间的交叉串扰, 我们选择了”Stokes definition”型偏振分析器, 其偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ 如 (6.1) 所示。

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (6.1)$$

整个偏振分析器的偏振元件依次为 $\lambda_0/2$  FeLC,  $\lambda_0/4$  FeLC,  $\lambda_0/4$ 波片和检偏器 (中心波长为 $\lambda_0=735\text{nm}$ )。为了方便描述, 下面我们将 $\lambda_0/2$  FeLC,  $\lambda_0/4$  FeLC 和 $\lambda_0/4$ 波片的组合称为”调制器”,  $\lambda_0/2$  FeLC 称为FeLC1,  $\lambda_0/4$  FeLC 称为FeLC2,  $\lambda_0/4$ 波片称为QWP。

根据偏振光传输理论和Mueller矩阵理论, 探测光强 $I_m$ 和 $\mathbf{S}_{in} = [I, Q, U, V]^T$ 有如下关系:

$$\begin{aligned} I_m &= [1, 0, 0, 0] \mathbf{M}_A \mathbf{T}(\theta_3) \mathbf{R}_{\text{QWP}} \mathbf{T}(-\theta_3) \mathbf{T}(\theta_2 \pm \Delta) \mathbf{R}_{\text{FeLC2}} \mathbf{T}(-(\theta_2 \pm \Delta)) \times \\ &\quad \mathbf{T}(\theta_1 \pm \Delta) \mathbf{R}_{\text{FeLC1}} \mathbf{T}(-(\theta_1 \pm \Delta)) \mathbf{S}_{in} \\ &= [1, 0, 0, 0] \mathbf{M}_A \mathbf{T}(\theta_3) \mathbf{R}_{\text{QWP}} \mathbf{T}(-\theta_3) \mathbf{T}(\theta'_2) \mathbf{R}_{\text{FeLC2}} \mathbf{T}(\theta'_1 - \theta'_2) \mathbf{R}_{\text{FeLC1}} \mathbf{T}(-\theta'_1) \mathbf{S}_{in} \\ &= \mathbf{X} \mathbf{S}_{in} \end{aligned} \quad (6.2)$$

(6.2) 式中,  $\theta'_2 = \theta_2 \pm \Delta$ ,  $\theta'_1 = \theta_1 \pm \Delta$ ;  $\mathbf{R}_{\text{FeLC1}}$ ,  $\mathbf{R}_{\text{FeLC2}}$ ,  $\mathbf{R}_{\text{QWP}}$  和 $\mathbf{M}_A$  分别为FeLC1, FeLC2, QWP 和检偏器的Mueller矩阵;  $\mathbf{T}$  是旋转矩阵,  $\mathbf{X}$  是偏振分析器的偏振响应矩阵;  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  和 $\theta_3$  分别为FeLC1, FeLC2 和QWP 的快轴相对于检偏器透射光轴的方位角; 此处的 $\Delta$ 是FeLCs的1/2倍调制角。偏振元件的方位角和调制角将由下面的Poincaré球理论和Mueller矩阵理论求得。

在Poincaré球上,  $x$ ,  $y$ , 和 $z$ 轴分别代表了 $Q$ ,  $U$ , 和 $V$ 的偏振态;  $\theta$  的旋转矩阵 $\mathbf{T}$ 等价于偏振态绕 $z$ 轴顺时针方向旋转 $2\theta$ , 此时圆偏振分量 $V$ 不变; 一个相位延迟为 $\delta$ 的延迟器的Mueller矩阵 $\mathbf{R}$ 等价于偏振态绕 $x$ 轴顺时针方向旋转 $\delta$ , 此

表 6.1: 入射光的Stokes矢量 $\mathbf{S}_{in} = [I, Q, U, V]^T$ 在调制器中的传播。

	$Q_m$	$U_m$	$V_m$
$\mathbf{T}(\theta'_1 - \theta'_2)\mathbf{R}_{\text{FeLC1}} \times$	$Q \cos(4\theta'_1 - 2\theta'_2) +$	$Q \sin(4\theta'_1 - 2\theta'_2) -$	$-V$
$\mathbf{T}(-\theta'_1)$	$U \cos(4\theta'_1 - 2\theta'_2)$	$U \sin(4\theta'_1 - 2\theta'_2)$	
$\mathbf{R}_{\text{FeLC2}} \mathbf{T}(\theta'_1 - \theta'_2) \times$	$Q \cos(4\theta'_1 - 2\theta'_2) +$	$-V$	$-Q \sin(4\theta'_1 - 2\theta'_2) +$
$\mathbf{R}_{\text{FeLC1}} \mathbf{T}(-\theta'_1)$	$U \sin(4\theta'_1 - 2\theta'_2)$		$U \cos(4\theta'_1 - 2\theta'_2)$
$\mathbf{T}(\theta'_2)\mathbf{R}_{\text{FeLC2}} \mathbf{T}(\theta'_1 - \theta'_2) \times$	$\dots$	$\dots$	$-Q \sin(4\theta'_1 - 2\theta'_2) +$
$\mathbf{R}_{\text{FeLC1}} \mathbf{T}(-\theta'_1)$			$U \cos(4\theta'_1 - 2\theta'_2)$

时线偏振分量 $Q$ 不变。根据偏振态在Poincaré球的上述特性，很容易得到：一个1/2波片仅仅改变 $U$ 和 $V$ 的正负但不改变所有Stokes参量的绝对值大小；而一个1/3波片将 $V$ 转换为 $U$ ，将 $-U$ 转换为 $V$ ，其他不变。

表 6.1 给出了入射光的Stokes参量通过FeLCs的出射Stokes参量 $\mathbf{S}_m = [I, Q_m, U_m, V_m]^T$ 。易知，FeLCs解调 $Q, U, V \rightarrow Q_m, U_m$ ，仅仅解调 $Q, U \rightarrow V_m$ ，但没有解调 $V \rightarrow V_m$ 。如果QWP和检偏器的组合偏振态为 $[1, 0, 0, \pm 1]$ ，则偏振分析器将仅仅调制 $Q, U$ 而对 $V$ 不灵敏。简单的代数运算有

$$[1, 0, 0, 0] \mathbf{M}_A \mathbf{T}(\theta_3) \mathbf{R}_{\text{QWP}} \mathbf{T}(-\theta_3) = [1, \cos^2 2\theta_3, \sin 2\theta_3 \cos 2\theta_3, -\sin 2\theta_3] \quad (6.3)$$

由此，我们令 $\cos 2\theta_3 \equiv 0$ 得到 $[1, 0, 0, \pm 1]$ 。因此，QWP的方位角为

$$\theta_3 = \pm 45^\circ. \quad (6.4)$$

偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ 可写为

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= [1, 0, 0, 0] \mathbf{M}_A \mathbf{T}(\theta_3) \mathbf{R}_{\text{QWP}} \mathbf{T}(-\theta_3) \mathbf{T}(\theta'_2) \mathbf{R}_{\text{FeLC2}} \mathbf{T}(\theta'_1 - \theta'_2) \mathbf{R}_{\text{FeLC1}} \mathbf{T}(-\theta'_1) \\ &= [1, -\sin(4\theta'_1 - 2\theta'_2), \cos(4\theta'_1 - 2\theta'_2), 0]. \end{aligned} \quad (6.5)$$

其中，

$$4\theta'_1 - 2\theta'_2 = 4\theta_1 - 2\theta_2 + [2\Delta, -2\Delta, 6\Delta, -6\Delta]^T \quad (6.6)$$

来自于两个FeLCs的4个不同的快轴方位。从公式 (6.6) 可知，FeLC1的方位角可以任意选择，FeLC1的旋转总是能够被FeLC2的旋转补偿。

根据公式 (6.1) 和 (6.5)，有24种可能的组合设计偏振分析器。由于对称性，仅有12种组合是独立的，其中仅有4种组合满足”Stokes definition”型偏振分析器的条件，即

$$\begin{aligned} -\sin(4\theta_1 - 2\theta_2 + 2\Delta) &= \pm 1 \\ -\sin(4\theta_1 - 2\theta_2 - 6\Delta) &= \mp 1, \end{aligned} \quad (6.7)$$

或者

$$\begin{aligned} -\sin(4\theta_1 - 2\theta_2 - 2\Delta) &= \pm 1 \\ -\sin(4\theta_1 - 2\theta_2 + 6\Delta) &= \mp 1. \end{aligned} \quad (6.8)$$

求解公式 (6.7) 和 (6.8) 发现，

$$4\theta_1 - 2\theta_2 + 2\Delta = (k + 1/2)\pi, \quad 8\Delta = (2l + 1)\pi, \quad k, l \in \mathbb{Z}, \quad (6.9)$$

或

$$4\theta_1 - 2\theta_2 - 2\Delta = (k + 1/2)\pi, \quad 8\Delta = (2l + 1)\pi, \quad k, l \in \mathbb{Z} \quad (6.10)$$

由消元法消除 $\Delta$ 得到，

$$4\theta_1 - 2\theta_2 = \left(\frac{1}{4} + \frac{k'}{2}\right)\pi \quad k' = 2k - l \in \mathbb{Z}. \quad (6.11)$$

该偏振分析中，我们选择 $\theta_1 = 11.25^\circ$ 。由公式 (6.9) - (6.11) 可求得

$$\begin{aligned} \theta_2 &= \frac{k'}{4}\pi = [-45^\circ, 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ] \\ \Delta &= \frac{1}{8}\pi = 22.5^\circ, \end{aligned} \quad (6.12)$$

其中， $\theta_2$ 仅给出了 $[-90^\circ, 90^\circ]$ 范围内的解，其他任何解等价于其中的一个。

根据求得的FeLC2和QWP的方位角 $(\theta_2, \theta_3)$ ，偏振分析器有8种可能的组合，分别为： $[-45^\circ, \pm 45^\circ]$ ， $[0^\circ, \pm 45^\circ]$ ， $[45^\circ, \pm 45^\circ]$ ，和 $[90^\circ, \pm 45^\circ]$ 。图 6.1 为这8种组合的偏振分析器的Stokes参数在550 nm- 950 nm的偏振效率，可以看出，组合 $[90^\circ, \pm 45^\circ]$ 和 $[-45^\circ, 45^\circ]$ 的偏振效率比较高。尽管如此，K冕仪偏振分析器的设计要求偏振分析器在定标模式仍然能够以较高的偏振效率同时调制所有Stokes分量。表 6.1 和公式 (6.3) 表明，调制器相对于检偏器旋转 $45^\circ$ 即可实现

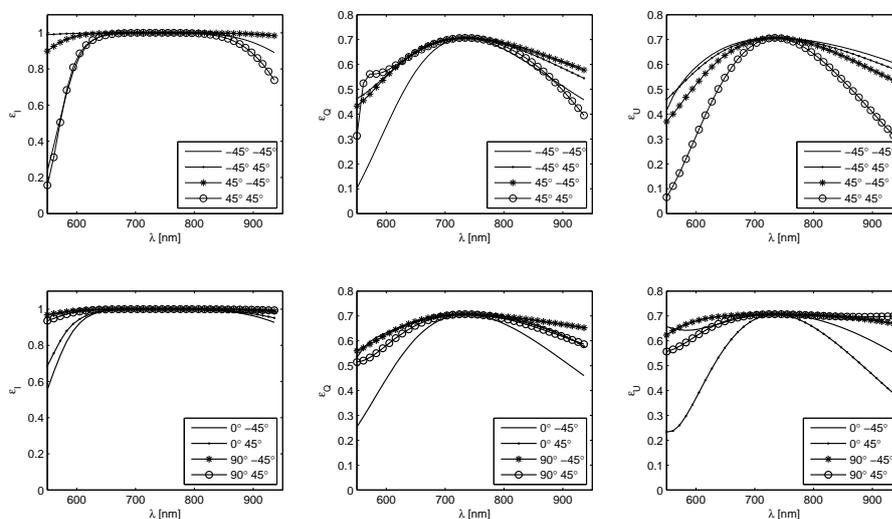


图 6.1: 偏振分析器在观测模式的偏振效率。不同的曲线代表FeLC2和QWP的方位角的不同组合。

所有Stokes参数的调制。图 6.2 为组合 $[90^\circ, \pm 45^\circ]$ 和 $[-45^\circ, 45^\circ]$ 在定标模式下的偏振效率， $[90^\circ, \pm 45^\circ]$ 的偏振效率非常差， $[-45^\circ, 45^\circ]$ 的偏振效率较高。因此，我们选择 $[-45^\circ, 45^\circ]$ 作为最终方案，即FeLC2和QWP的方位角为 $[-45^\circ, 45^\circ]$ ，偏振分析器的偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ 如图 6.3 所示，表 6.2 为迭代蒙特卡罗方法得到的偏振分析器的设计公差。此外，通过调整FeLCs的方位角可以实现”Stokes definition”型到”Stokes balanced”型偏振分析器的转换。

### 6.3 偏振分析器的检测和性能分析

#### 6.3.1 方位角校准

为了装配上述设计的偏振分析器，判断并校准每个元件的方位角到设计值是非常重要的。

对于参考轴是固定的偏振元件，例如QWP和检偏器，常用的校准方法是将被测元件置于两个相互垂直的偏振片之间。使用准单色光源发出一束准直光束通过被测元件和两偏振片，然后被光电二极管接收并将光强信号转化为电压信号传送给示波器。旋转被测元件的方位角，当输出光强最小时停止旋转，被测元件的快慢轴平行于任一偏振片。

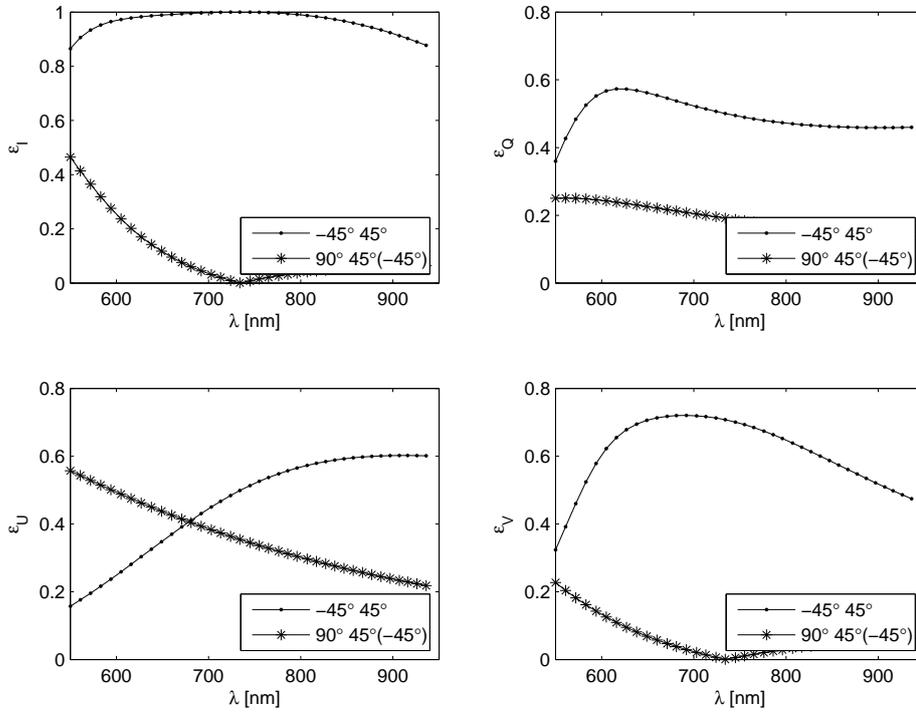


图 6.2: 偏振分析器在定标模式下的偏振效率。

表 6.2: 偏振分析器的设计公差。

Component	Parameter	Design value (degree)	Tolerance (degree)
FeLC1	Retardation	180	$\pm 3.0$
FeLC1	Orientation	11.25	$\pm 1.0$
FeLC1	Cone angle	45	$\pm 2.0$
FeLC2	Retardation	90	$\pm 3.0$
FeLC2	Orientation	-45	$\pm 1.0$
FeLC2	Cone Angle	45	$\pm 2.0$
QWP	Retardation	90	$\pm 1.5$
QWP	Orientation	45	$\pm 1.0$

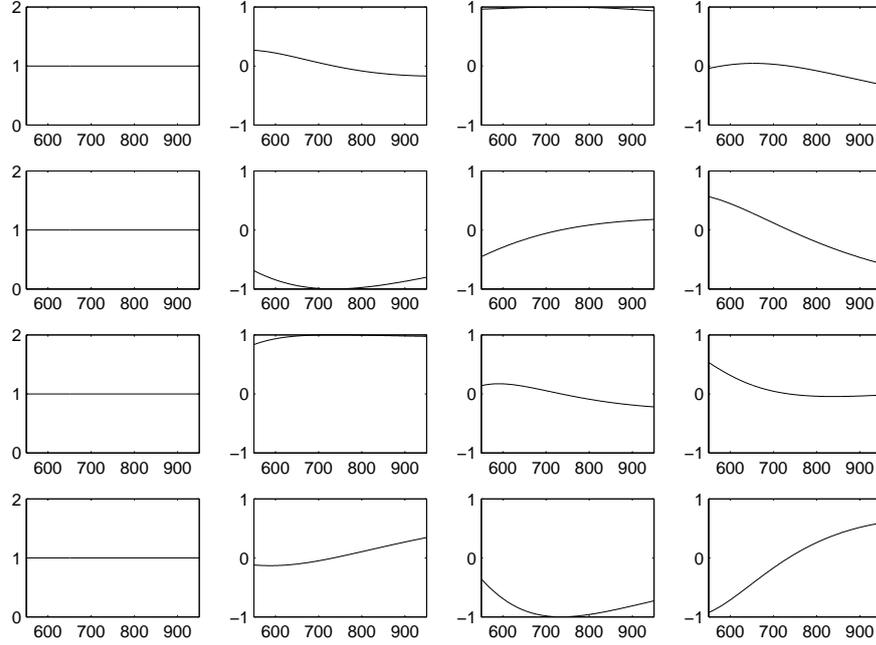


图 6.3: 偏振分析器的偏振响应矩阵的理论值。

相比于QWP和检偏器，校准FeLCs的快慢轴方位则更加复杂，由于FeLCs在交流驱动电压的控制下将快速改变快轴方位。此时，通过寻找光强最小值判断元件快慢轴的方法不再使用。这里提出一种新的校准方法，即通过寻找FeLC的两个偏振态的输出光强是否相等校准FeLC的快慢轴方位。与QWP及检偏器的校准装置相同，由偏振光学的传输理论得到FeLC的两个偏振态的输出光强为

$$I_1 = 1 - \cos^2(2\theta - 2\Delta) - \sin^2(2\theta - 2\Delta) \cos(\delta), \quad (6.13)$$

$$I_2 = 1 - \cos^2(2\theta + 2\Delta) - \sin^2(2\theta + 2\Delta) \cos(\delta), \quad (6.14)$$

其中， $\theta$ 和 $\delta$ 分别为FeLC的参考方位角和相位延迟， $\theta$ 是FeLC的两个快轴方位的角平分线方位。如果两个偏振态的输出光强相等，则有

$$I_1 \equiv I_2 \Rightarrow (1 - \cos(\delta))(\cos(4\theta - 4\Delta) - \cos(4\theta + 4\Delta)) \equiv 0. \quad (6.15)$$

FeLC的参考方位角 $\theta$ 由公式 (6.16) 确定，

$$\theta = 45^\circ n, \quad n \in \mathbb{Z}. \quad (6.16)$$

由公式 (6.16) 可知, FeLC的参考方位的校准存在 $45^\circ$ 不确定性。为了解决该问题, 另一个相位延迟为 $\delta_1$ 且快慢轴方位已知的波片置于被测FeLC和任一偏振片之间, 旋转该波片使得其快轴方位相对偏振片的透射光轴为 $45^\circ$ 。两输出光强 $I_1$ 和 $I_2$ 的表达式如下,

$$I_1 - I_2 = (\cos(\delta) - 1) \cos \delta_1 (\cos^2(2\theta + 2\Delta) - \cos^2(2\theta - 2\Delta)) + \sin \delta \sin \delta_1 (\sin(2\theta + 2\Delta) - \sin(2\theta - 2\Delta)) \quad (6.17)$$

由 (6.17) 式已知, 如果 $I_1 \equiv I_2$ 则FeLC的参考方位平行于任一偏振片; 否则, 其参考方位将相对于偏振片的透射光轴有 $45^\circ$ 夹角, 从而消除了 $45^\circ$ 不确定性。

值得注意的是, 如果被测FeLC的相位延迟 $\delta = 180^\circ$ 时, 不管插入的波片如何旋转两光强 $I_1$ 和 $I_2$ 总是相等的, 因此上述方法将失效。尽管如此, 我们可以适当的选择光源使其波长远离于设计波长来避免这一问题。

### 6.3.2 Mueller矩阵测量

实验中, 偏振分析器的每个偏振元件被单个检测和分析。我们使用了上一节设计的Mueller矩阵椭偏仪测量每个元件的Mueller矩阵并从中拟合得到各偏振参数。元件被置于恒温筒中, 并分别在 $23^\circ\text{C}$ ,  $29^\circ\text{C}$ 和 $35^\circ\text{C}$ 三个温度处测量。

图 6.4 为各偏振元件的Mueller矩阵测量得到的拟合参数, 包括相位延迟, 方位角, 调制角, 不同的曲线代表不同的温度。分析得到, FeLCs的调制角 $\Delta$ 没有达到设计值 $45^\circ$ 并随着温度增加而减小。我们使用拟合得到的参数代替理论设计参数计算了Stokes偏振分析器在观测模式和定标模式下的偏振测量效率, 如图 6.5 和 6.6 所示。在 $23^\circ\text{C}$ - $35^\circ\text{C}$ 温度范围内, 偏振测量效率稍微被减小的调制角影响。

### 6.3.3 偏振分析器的性能分析

两组偏振分析器被装配和测试, 图 6.7 为其中一组的偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ 的测量结果, 并与理论设计结果及用拟合参数得到的模拟结果对比分析, 其中实线代表理论值, 点线代表拟合参数模拟结果, 虚线代表实际测量结果。从图中可以看出, 实际测量结果与拟合参数模拟结果很好的吻合, 但与理论设计值有较大的偏离。这很可能是由于调制角、相位延迟等偏离设计值导致。

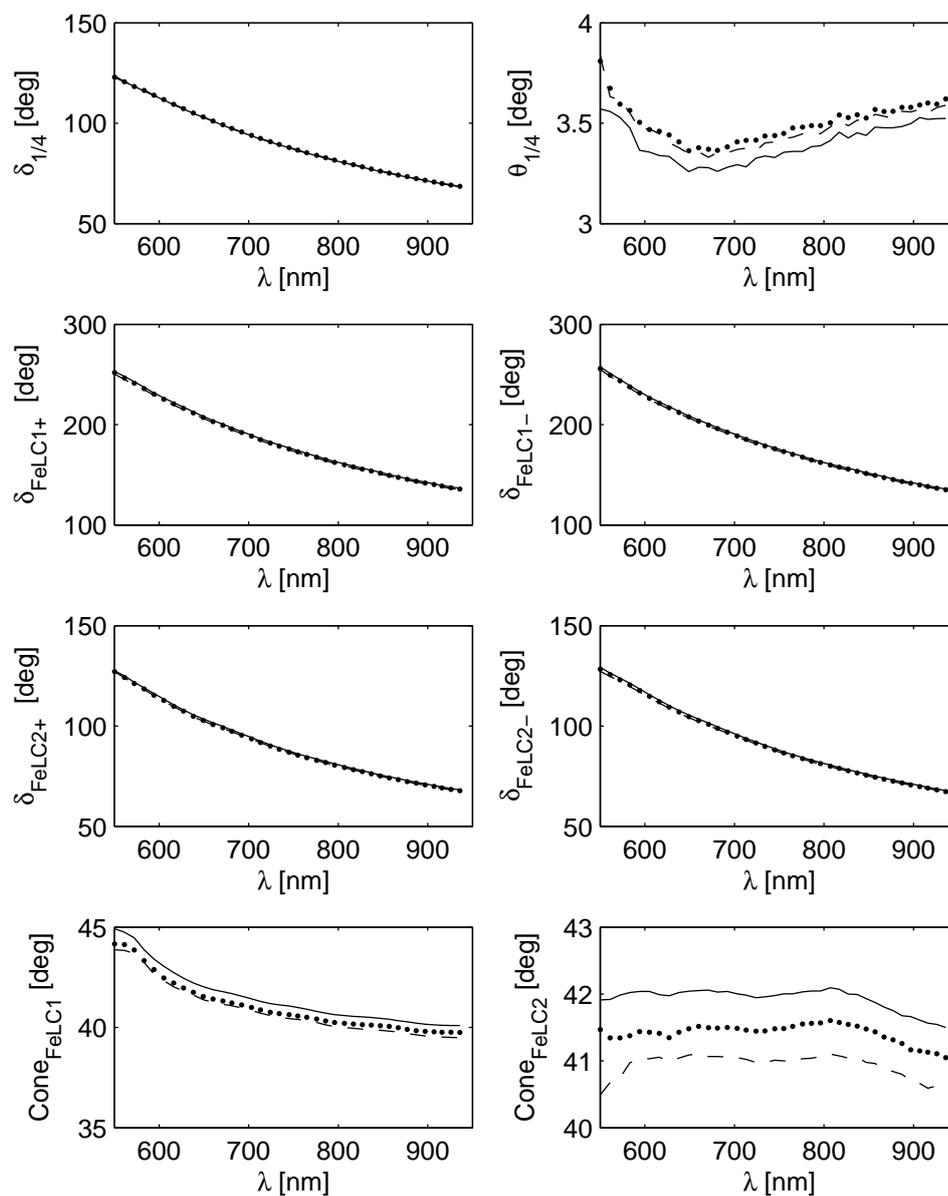


图 6.4: 偏振元件的参数测量。实线: 23°C; 点线: 29°C; 虚线: 35°C。

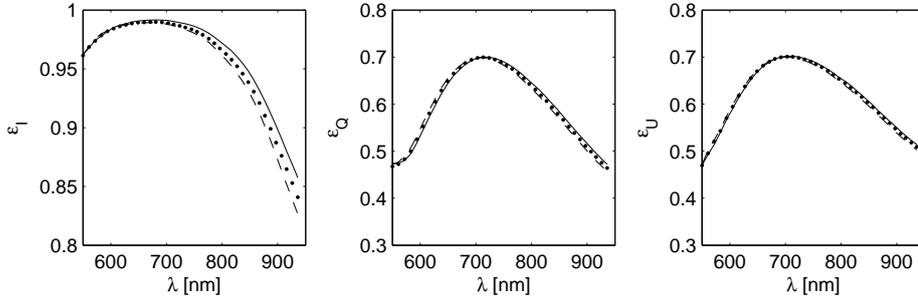


图 6.5: 观测模式下由偏振元件的测量参数计算得到偏振效率。实线: 23°C; 点线: 29°C; 虚线: 35°C。

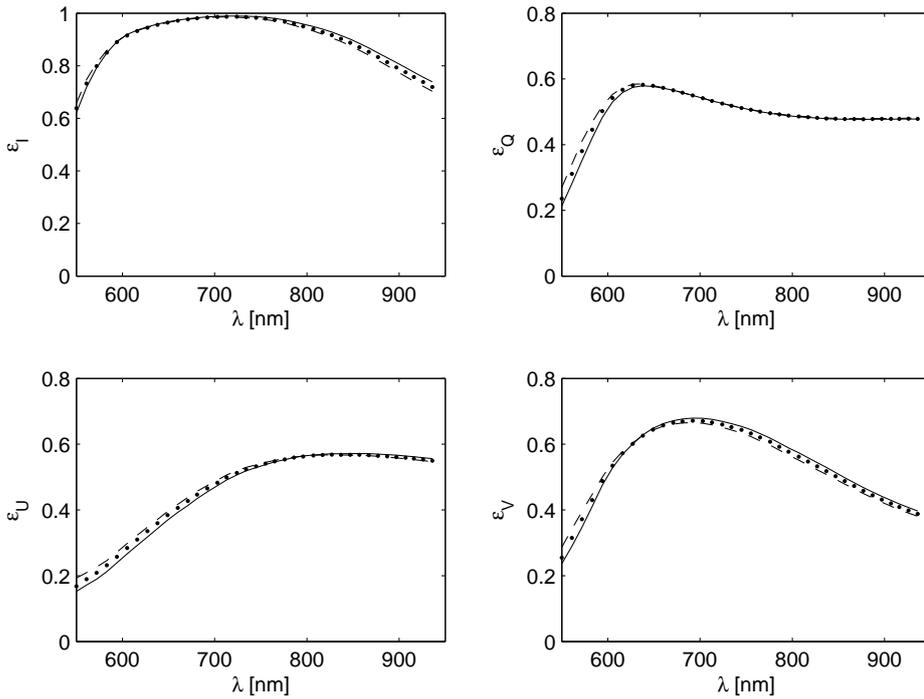


图 6.6: 定标模式下由偏振元件的测量参数计算得到偏振效率。实线: 23°C; 点线: 29°C; 虚线: 35°C。

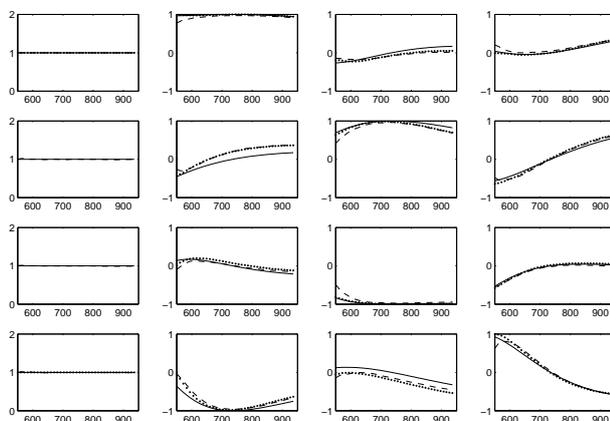


图 6.7: 观测模式下偏振分析器的偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ 。实线：理论设计值；点线：参数模拟值；虚线：实际测量值。

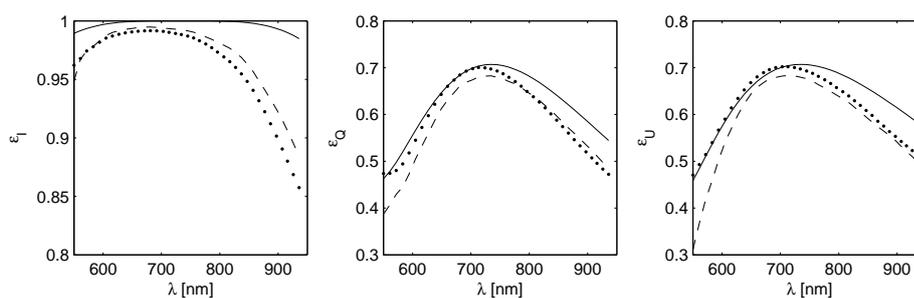


图 6.8: 观测模式下偏振分析器的偏振效率。实线：理论设计值；点线：参数模拟值；虚线：实际测量值。

根据图 6.7 得到的偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ ，分别计算了三种情况在观测模式和定标模式的偏振测量效率，如图 6.8 和 6.9 所示。结果与图 6.7 是相似的，唯一的差别在于实际测量结果和参数模拟结果在波长 600 nm 以下有一些偏离，这可能是由于检偏器的不理想及光纤光谱仪在 600 nm 以下比较差的光谱响应导致。

在最终的调整和装配后，再次检测了两组偏振分析器的偏振测量效率。在 COSMO K 冕仪允许带宽范围，两组偏振分析器的 $(I, Q, U)$ 的偏振效率分别为(99%, 70%, 72%)和(99%, 67%, 71%)，基本接近理论的偏振测量效率(100%, 71%, 71%)。

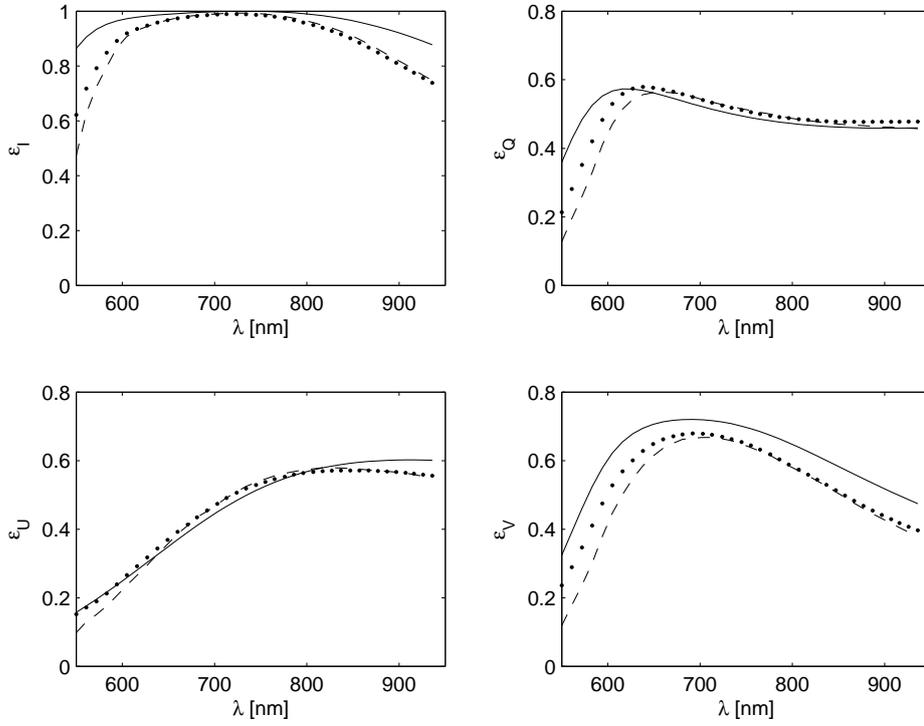


图 6.9: 定标模式下偏振分析器的偏振效率。实线: 理论设计值; 点线: 参数模拟值; 虚线: 实际测量值。

### 6.3.4 讨论

本文中, 我们根据偏振光的传输理论、Poincaré球和Mueller矩阵理论设计了COSMO K冕仪的偏振分析器。该偏振分析器可以工作在两种模式。在观测模式, 偏振分析器仅仅调制Stokes参数的线偏振分量, 属于”Stokes definition”型偏振分析器, 理想情况下在每个调制态中只解调其中一个线偏振分量; 在定标模式, 偏振分析器能够测量所有的Stokes参量, 且只需要将调制器旋转 $45^\circ$ 即可实现两种模式之间的转换。偏振分析器在两种模式均有较高的偏振测量效率。此外, 我们讨论了偏振元件的方位角校准, 发展了一种判断FeLCs的方位角的方法。

实验检测中, 我们在不同的温度测量了每个偏振元件的Mueller矩阵, 拟合得到所有偏振参数, 发现偏振测量效率在 $23^\circ\text{C}$ – $35^\circ\text{C}$ 范围内几乎保持不变, 最

后，我们测量了偏振分析器的偏振响应矩阵 $\mathbf{X}$ ，计算了观测模式和定标模式的测量效率，并与理论值和拟合参数模拟结果比较。结果发现，测量结果与拟合参数模拟结果基本吻合。因此，我们推断通过测量单个元件的Mueller矩阵并拟合偏振参数，根据拟合参数模拟得到的偏振测量效率可以用于评估Stokes偏振分析器的实际性能。最终，我们研制了两组Stoke偏振分析器，测量得到它们在观测模式( $I, Q, U$ )的偏振效率分别为(99%,70%,72%)和(99%,67%,71%)，接近于理想值。图 6.10 为两组偏振分析器的实物图。



图 6.10: 偏振分析器实物图。

## 6.4 本章小结

本章主要介绍了在研的世界上最大的日冕仪项目COSMO中K冕仪的偏振分析器的理论设计和测量。基于偏振测量效率分析，利用偏振光传输理论设计了“Stokes definition”型线偏振偏振分析器。该偏振分析器可以分别工作在观测和定标模式。观测模式只对线偏振敏感，定标模式则可以同时测量线偏振和圆偏振；并研制了两组偏振分析器，测量得到它们在观测模式( $I, Q, U$ )的偏振效率分别为(99%,70%,72%)和(99%,67%,71%)，接近于理想值。



## 第七章 总结与展望

自 1811 年法国科学家 D. E. Arago 发现了月面反射的太阳光是部分线偏振光以来，偏振测量逐渐成为天文学家们了解天体的物理状况、研究天体辐射机制和天体辐射经过的介质特性等的必要手段。偏振分析器作为望远镜实现偏振测量的核心部件，其定标精度直接影响望远镜的偏振测量精度。随着天文研究的日益深入，天文学家们要求望远镜拥有更高的偏振测量精度。尤其在太阳物理领域，新一代的太阳磁场望远镜都有非常高的偏振精度要求，我国正在预研的深空太阳天文台 (DSO) 和中国巨型太阳望远镜 (CGST) 要求达到  $2 \times 10^{-4} I_c$ 。在这样的大环境下，我们开展了“偏振分析器的高精度偏振定标方法研究及其应用”这一课题的研究。本章将对博士期间在偏振定标方面取得的成果进行总结，并对下一步的研究工作进行展望。

### 7.1 工作总结

本课题的研究内容主要集中在偏振分析器的偏振定标方法的研究及其应用，所取得的创新主要分四部分：

#### 1. 高精度偏振定标方法的研究

设计了多点偏振定标方案和非线性拟合偏振定标方案。基于 CGST 的偏振精度要求，系统的分析比较了各种误差元源对两种偏振定标方案的测量精度的影响，给出了满足要求的误差源的可容忍误差范围。误差分析表明：非线性拟合偏振定标方案较多点偏振定标方案的测量精度更高，主要原因在于非线性拟合偏振定标方案将入射光的偏振参数、波片方位角误差、相位延迟和系统透射率作为未知参数由非线性最小二乘拟合直接求解，避免了这些误差源引起的测量误差；

#### 2. 高精度偏振实验系统的建立

建立了偏振分析器的偏振定标系统，突破了偏振分析器同步采集的关键技术，实现了基于 Labview 的自动化控制；实验比较了两种定标方案的测量结果，实验表明，非线性拟合定标法优于多点定标，偏振测量精度达到  $1.2 \times 10^{-3} I_c$ ；讨论了影响偏振测量精度的原因及进一步提高的可能性；

### 3. 高精度偏振定标方法的应用

(1) 开展了波片相位延迟的自校准测量方法研究, 首次通过求解系统的非线性方程避免了旋转波片的相位延迟误差影响; 利用双区域测量法消除了元件方位角误调引起的一阶测量误差, 通过优化检偏器的方位角减小了二阶甚至更高阶误差; 由于不再使用空矩阵定标系统的偏振参数, 实验测量中空气的相位延迟值代表该系统的测量精度, 测量精度在  $0.04^\circ$  以内;

(2) 开展了偏振元件Mueller矩阵的非线性拟合测量方法研究, 首次将非线性拟合方法应用于 Mueller 矩阵的测量, 避免了传统测量方法中波片的方位角和相位延迟定标不准确引起的测量误差; 整个测量过程通过自编的Labview软件实现了智能化; 不同样品的测量中定标单元的波片的偏振参数随波长变化的拟合曲线重复性很好, 说明本文所提方法具有很好的可靠性和实用性; Mueller 矩阵测量精度在 0.01 以内;

### 4. COSMO 项目 K 冕仪的偏振分析器的理论设计和测量

开展了 COSMO 项目中 K 冕仪的偏振分析器的设计和测量工作。基于偏振测量效率分析, 利用偏振光传输理论设计了“Stokes definition”型线偏振偏振分析器。该偏振分析器可以分别工作在观测和定标模式。观测模式只对线偏振敏感, 定标模式则可以同时测量线偏振和圆偏振; 并研制了两组偏振分析器, 测量得到它们在观测模式( $I, Q, U$ )的偏振效率分别为(99%, 70%, 72%)和(99%, 67%, 71%), 接近于理想值。

## 7.2 未来工作展望

综合博士期间的研究工作, 仍然存在以下问题有待研究:

1. 偏振定标系统的测量精度为  $6 \times 10^{-3}$ , 低于 CGST 的要求精度  $1 \times 10^{-3}$ 。需要进一步分析和改进偏振定标方法及系统;

2. 目前的研究工作仅仅实现了实验室偏振分析器的偏振定标, 然而对于天文研究来说, 实现望远镜的偏振定标更加重要。望远镜不仅仅包括偏振分析器, 还包括几何光路系统。后者精密定标的实现才是真正意义上实现了望远镜的高精度偏振定标。因此, 接下来需要开展几何光路系统的偏振定标工作。

3. 设计完成的波片相位延迟和偏振元件Mueller矩阵的测量方法及系统仍然处于试验阶段, 下一步需要通过不同方法不同仪器的测量和比较, 分析这两种测量方法的可靠性和测量精度的准确性;

## 参考文献

- [1] D.F.J.Arago, Sur une modification remarquable qu'éprouvent les rayons lumineux dans leur passage à travers certains corps diaphanes, et sur quelques autres nouveaux phénomènes d'optique. Mém. Inst. 12, Part I, 1811, 93-134
- [2] D.F.J.Arago, Popular Astronomy, Vol. II, Polarisation of the Moon's Light. Longman, Brown, Green and Longmans, London, 1855, 289-292
- [3] J.S.Hall, A photoelectric polarimeter. AJ, 1948, 54: 39-41
- [4] J.S.Hall, Observations of the polarized light from stars. Science, 1949, 109: 166-167
- [5] W.A.Hiltner, On the presence of polarization in the continuous radiation of early-type stars. ApJ, 1947, 106: 231-234
- [6] W.A.Hiltner, Polarization of light from distant stars by interstellar medium. Science, 1949, 109: 165-169
- [7] W.A.Hiltner, On the presence of polarization in the continuous radiation of stars II. ApJ, 1949, 109: 471-478
- [8] W.A.Hiltner, Polarization of stellar radiation. III. The polarization of 841 stars. ApJ, 1951, 11(4): 241-271
- [9] W.A.Hiltner, Interstellar polarization of 405 stars. ApJ, 1954, 120: 454 - 463
- [10] 黄佑然, 许敖敖, 唐玉华等. 实测天体物理学. 北京: 科学出版社, 1987
- [11] Jaap.Tinbergen. Astronomical Polarimetry. New York: Cambridge University Press, 1996
- [12] L.J.Cox. The design of polarimeters for astronomy . MNRAS, 1983, 203: 571-579

- [13] C.U.Keller. 2006, in “Ground-based and Airborne Instrumentation for Astronomy” Proc. SPIE 6269-29
- [14] C.U.Keller. 2000, in “Astrophysical spectropolarimetry. Proceedings of the XII Canary Islands Winter School of Astrophysics” , Cambridge, UK, p. 303-504
- [15] 林元章. 太阳物理导论. 北京: 科学出版社, 2000
- [16] H.M.Schmid, D.Gisler, F.Joos, et al.. 2005, in “Astronomical Polarimetry: Current Status and Future Directions” ASP Conference Series 343 Eds. A. Adamson, C. Aspin, C. J. Davis, p. 89
- [17] S.Keil, T.Rimmele, C.Keller, et al.. Design and development of the Advanced Technology Solar Telescope. Astron. Nachr., 2003, 324: 303-307
- [18] DENG Y Y, ZHANG H Q. Progress in Space Solar Telescope. Sci China Ser G, 2009, 52(11): 1655-1659
- [19] LIU ZH, DENG Y Y, JI H SH, et al.. Ground-based giant solar telescope of China. Sci Sin-Phys Mech Astron, 2012, 42(12): 1282-1291
- [20] 王东光. 太阳空间望远镜偏振分析器的设计与研制. 中国科学院博士学位论文, 2003
- [21] Thomas G Baur, B. W. Lites. A spectrum scanning stokes polarimeter. Solar Physics, 1980, 65: 111-146
- [22] R.M.A.Azzam, E.Masetti, I.M.Elminyaw, and F.G.Grosz. Construction, calibration, and testing of a four-detector photopolarimeter. Rev. Sci.Instrum., 1988, 59(1): 84-88
- [23] R. M. A. Azzam and Ali G. Lopez. Accurate calibration of the four-detector photopolarimeter with imperfect polarizing optical elements. J.Opt.Soc.Am.A, 1989, 6(10): 1513-1521

- [24] S. Krishnan. Calibration, properties, and applications of the division-of-amplitude photopolarimeter at 632.8 and 1523 nm. *J.Opt.Soc.Am.A*, 1992, 9(9): 1615-1622
- [25] A.Skumanich, B.W.Lites, V.Martínez Pillet and P.Seagraves. The calibration of the Advanced Stokes Polarimeter. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 1997, 110: 357-380
- [26] Jakob Selbing. SST polarization model and polarimeter calibration. Master Thesis, Stockholm Observatory, 2005
- [27] C.Beck, W.Schmidt, T.Kentischer and D.Elmore. Polarimetric Littrow Spectrograph-instrument calibration and first measurements. *A&A*, 2005, 437: 1159-1167
- [28] C.Beck, R.Schlichenmaier, M.Collados, et al.. A polarization model for the German Vacuum Tower Telescope from in situ and laboratory measurements. *A&A*, 2005, 443:1047-1053
- [29] K.Ichimoto, B.W.Lites, D.Elmore, et al.. Polarization calibration of the Solar Optical Telescope onboard Hinode. *Solar Phys.*, 2008, 249: 233 - 261
- [30] J.Schou, J.M.Borrero, A.A.Norton, et al.. Design and ground calibration of the Helioseismic and Magnetic Imager (HMI) instrument on the Solar Dynamics Observatory (SDO). *Solar Phys.*, 2012, 275:229 - 259
- [31] Frans Snik. Calibration strategies for instrumental polarization at the  $10^{-5}$  level. *SPIE*, 2006, 6269: 62695
- [32] 艾国祥, 胡岳风. 用于太阳向量磁场和视向速度场的双折射滤光器. *天体物理学报*, 1981, 1:273
- [33] 王敬山, 艾国祥等. 太阳多通道双折射滤光器. *光学技术增刊*, 1995, 41
- [34] H.Q. Zhang, D.G. Wang. Solar Magnetism and the Activity Telescope at HSOS. *ChJAA*, 2007, 7: 281

- [35] Z.Q.Qu, X.Y.Zhang. A solar stokes spectrum telescope. *Solar Physics*, 2001, 201:241 - 251
- [36] 新谷隆一, 范爱英, 康昌鹤. 偏振光. 北京: 原子能出版社, 1994
- [37] William A. Shurcliff. *Polarized Light*. Cambridge: Harvard University Press, 1962
- [38] 李庆扬, 王能超, 易大义. 数值分析. 北京: 清华大学出版社, 2001
- [39] J.Scott Tyo. Design of optimal polarimeters: maximization of signal-to-noise ratio and minimization of systematic error. *Optics Letters*, 2000, 25(16): 1198-1200
- [40] J.Scott Tyo. Design of optimal polarimeters: maximization of signal-to-noise ratio and minimization of systematic error. *Applied optics*, 2002, 41(4): 619-630
- [41] Matthew H. Smith. Optimization of a dual-rotating-retarder Mueller matrix polarimeter. *Applied optics*, 2002, 41(13): 2488-2493
- [42] J. Scott Tyo, Dennis L. Goldstein, David B. Chenault, and Joseph A. Shaw. Review of passive imaging polarimetry for remote sensing applications. *Applied optics*, 2006, 45(22): 5453-5469
- [43] 敦广涛. 光纤阵列太阳光学望远镜偏振分析器设计. 中国科学院硕士学位论文, 2011
- [44] 张志勇. 近红外偏振分析器研制. 中国科学院博士学位论文, 2007
- [45] D.F.Elmore, B.W.Lites, S.Tomczyk, et al.. The Advanced Stokes Polarimeter: A new instrument for solar magnetic field research. *SPIE, Polarization Analysis and Measurement*, 1992, 1746
- [46] F.Paletou. Multi-line spectropolarimetry at THEMIS. *ASP Conference Series*, 2001, 236: 9-15
- [47] 朱京平. 光电子技术基础. 北京: 科学出版社, 2003

- [48] E.A.West. Extending the field of view of KD\*P electrooptic modulators. *Applied Optics*, 1978, 17(18): 3010-3013
- [49] Th.Horn, A.Hofmann. Liquid crystal imaging Stokes polarimeter. *ASP Conference Series*, 1999, 184: 33-37
- [50] M.J.van Noort. Stokes imaging polarimetry using image restoration at the Swedish 1-m solar telescope. *A&A*, 2008, 489: 429-440
- [51] C.U.Keller. The SOLIS Vector-Spectromagnetograph (VSM). *ASP Conference Series*, 2001, 236: 16-24
- [52] V.Martinez Pillet, M.Collados. LPSP&TIP: Full Stokes polarimeters for the Canary Islands Observatories. *ASP Conference Series*, 1999, 183: 264-272
- [53] A.M. Gandorfer and H.P. Povel. Solar polarimetry in the near UV with the Zurich Imaging Polarimeter ZIMPOL II. *A&A*, 1997, 328: 381-389
- [54] J.O. Stenflo. Solar polarimetry with ZIMPOL plans for the future. *Mem.S.A.It.*, 2007, 78: 181-190
- [55] J.C. del Toro Iniesta, M.Collados. Optimum modulation and demodulation matrices for solar polarimetry. *Applied Optics*, 2000, 39(10): 1637-1642
- [56] H.L.Xu, Z.Q.Qu. Polarimeter with two ferroelectric liquid-crystal modulators attached to Yunnan Solar Telescope. *Applied Optics*, 2006, 45(33): 8428-8433
- [57] Steven Tomczyk, Roberto Casini, Alfred G. de Wijn and Peter G. Nelson. Wavelength-Diverse Polarization Modulators for Stokes Polarimetry. *Applied Optics*, 2010, 49(18): 3580-3586
- [58] Jan Olof Stenflo. *Solar magnetic fields*. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1994
- [59] R.M.A.Azzam. Photopolarimetric measurement of the Mueller matrix by Fourier analysis of a single detected signal. *Optics Letters*, 1978, 2(6): 148-150

- [60] 孙英姿. 高精度红外偏振元件检测的技术方法研究. 中国科学院博士学位论文, 2007
- [61] Bruno Boulbry, Bruno Bousquet, Bernard Le Jeune, et al.. Polarization errors associated with zero-order achromatic quarter-wave plates in the whole visible spectral range. *Optics Express*, 2001, 9(5): 225-235
- [62] 侯俊峰, 于佳, 王东光等. 自校准法测量波片相位延迟. *中国激光*, 2012, 39(4): 0408007
- [63] P.A.Williams, A.H.Rose and C.M.Wang. Rotating-polarizer polarimeter for accurate retardance measurement. *Applied Optics*, 1997, 36(25): 6466-6472
- [64] J H W G den Boer, G M W Kroesen and F J de Hoogg. Spectroscopic rotating compensator ellipsometry in the infrared: retarder design and measurement. *Meas. Sci. Technol.*, 1997, 8: 484-492
- [65] Dill et al.. Rotating-Compensator Ellipsometer. 1997, United States Patent: 4,053,232
- [66] L. Shyu, C. Chen and D. Su. Method for measuring the retardation of a wave plate. *Appl. Opt.*, 1993, 32(22): 4228-4230
- [67] 李凡月, 韩杰, 曾爱军等. 基于相位调制和样品摆动的1/4波片相位延迟测量方法. *中国激光*, 2011, 38(2): 0208003
- [68] 王军, 陈磊, 吴泉英等. 一种基于白光迈克耳干涉仪波片延迟量的测量方法. *中国激光*, 2011, 38(5): 0508001
- [69] T.Oakberg. Measurement of waveplate retardation using a photoelastic modulator. *Proc. SPIE.*, 1997, 3121: 19-22
- [70] B. Wang and T. C. Oakberg. A new instrument for measuring both the magnitude and angle of low level linear birefringence. *Rev. Sci. Instrum.*, 1999, 70(10): 3847-3854
- [71] 苏美开, 宋连科, 李艺等. 波片测量中的补偿法. *应用激光*, 1990, 10(5): 220-222

- [72] 云茂金, 李国华. 晶体相位延迟测量的 $\lambda/4$ 波片法及理论研究. 激光技术, 2001, 25(5): 328-330
- [73] X. Zong, W. Liu, and S. Zhang. Measurement of retardations of arbitrary wave plates by laser frequency splitting. *Opt. Eng.*, 2006, 45(3): 033602
- [74] Liu Weixin, Liu Ming, Zhang Shulian. Method for the measurement of phase retardation of any wave plate with high precision. *Applied Optics*, 2008, 47(30): 5562-5569
- [75] 侯俊峰, 王东光, 邓元勇等. 基于最小二乘拟合的波片相位延迟测量. 光学学报, 2011, 31(8): 0812001
- [76] R.Kleim, L.Kuntzler, and A.El Ghemmaz. Systematic errors in rotating-compensator ellipsometry. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1994, 11(9): 2550-2559
- [77] 缪洁, 林强, 张艳丽等. 四区域法消除偏振棱镜缺陷对波片相位延迟测量的影响. 光学学报, 2008, 28(10): 1938-1941
- [78] J. Sheng. Shengjin's Formulas. <http://baike.baidu.com/view/1382952.htm>
- [79] Frantz Stabo-Eeg. Development of instrumentation for Mueller matrix ellipsometry. Norway: Norwegian University of Science and Technology, 2009, 8-11
- [80] E. Compain, S. Poirier, and B. Drévilon. General and self-consistent method for the calibration of polarization modulators, polarimeters, and Mueller-matrix ellipsometers. *Appl. Opt.*, 1999, 38(16): 3490-3502
- [81] Shashar, N., Rutledge, P., and Cronin, T.. Polarization vision in cuttlefish in a concealed communication channel. *J. Exp. Bio.*, 1996, 199: 2077-2084
- [82] Roslund, C. and Beckman, C.. Disputing Viking navigation by polarized Skylight. *Appl. Opt.*, 1994, 33: 4754-4755
- [83] Applequist, J.. Optical activity: Biot's bequest. *Am. Sci.*, 1987, 75: 58-68

- [84] Kahr, B. and Claborn, K.. The lives of Malus and his bicentennial alw. Chem. Phys. Chem., 2008, 9: 43-58
- [85] Yang Lifeng, Zeng Nan, and Chen Dongsheng. Characterization of dehydration and proteolysis process of chicken muscle using polarization-sensitive optical coherence tomography. Chinese Journal of laser., 2011, 38(12):1204002
- [86] 孙学金李浩唐丽萍. 可见光和红外波段大气体散射偏振度特性研究. 光学学报, 2011, 31(5): 0501001
- [87] 彭波,丁天怀,王鹏. 纺织纤维光散射特性的模拟与实验. 光学学报, 2012, 32(8): 082900
- [88] Azzam, R. M. A., Bashara, N.M.. Ellipsometry and polarized light. NewYork: North-Holland Pub. Co., 1977, 153-157
- [89] Thompson, R. C., Bottiger, J. R., and Fry, E. S.. Measurement of polarized light interactions via the Mueller matrix. Applied Optics, 1980, 19(8): 1323-1332
- [90] Compain, E. and Drevillion, B.. High-frequency modulation of the four states of polarization of light with a single phase modulator. Rev. Sci. inst., 1998, 69(4):1574-1580
- [91] Bueno, J. M. and Artal, P.. Double-pass imaging polarimetry in the human eye. Opt. Lett., 1999, 24(1): 64-66
- [92] Delplancke, F.. Automated high-speed Mueller matrix scatterometer. Appl. Opt., 1997, 36(22): 5388-5395
- [93] Laude Boulesteix, B., de Martino, A., Drevillon, B. et al.. Mueller polarimetric imaging system with liquid crystals. Appl. Opt., 2004, 43(14): 2824-2832
- [94] Ladstein, J., Kildemo, M., Svendsen, G. K. et al.. Characterisation of liquid crystals for broadband optimal design of Mueller matrix ellipsometers. Proc. SPIE, 2007, 6587: 65870D

- [95] Pezzaniti, J. L. and Chipman, R. A.. Mueller matrix imaging polarimetry. *Opt. Eng.*, 1995, 34(6): 1558-1568
- [96] Gandorfer, A. M.. Ferroelectric retarders as an alternative to piezoelastic modulators for use in solar Stokes vector polarimetry. *Opt. Eng.*, 1999, 38(8): 1402-1408
- [97] Garcia-Caurel, E.. Spectroscopic Mueller polarimeter based on liquid crystal devices. *Thin Sol. Film.*, 2004, 455-456: 120-123
- [98] Ladstein Jarle, Stabo-Eeg Frantz, Garcia-Caurel Enric et al.. Fast near-infrared spectroscopic Mueller matrix ellipsometer based on ferroelectric liquid crystal retarders. *Phys Stat Solidi (c)*, 2008, 5(5):1097-1100
- [99] Dennis H. Goldstein, Russell A. Chipman. Error analysis of a Mueller matrix polarimeter. *Opt. Soc. Am. A*, 1990, 7(4): 693-700
- [100] R. M. A. Azzam. Arrangement of four photodetectors for measuring the state of polarization of light. *Opt. Lett.*, 1985, 10(7): 309-311
- [101] Bass M., Stryland E. W. V., Williams, D. R. et al.. *Handbook of Optics Volume II Devices, Measurements, and Properties*. New York, NY: McGraw-Hill, INC, 2 ed. 1995
- [102] J. S. Tyo. Noise equalization in Stokes parameter images obtained by use of variable-retardance polarimeters. *Opt. Lett.*, 2000, 25(16):1198-1200
- [103] Stabo-Eeg Frantz, Kildemo Morten, Nerbo Ingar Stian et al.. A well-conditioned multiple laser Mueller matrix ellipsometer. *Optical Engineering*, 2008, 47(7): 073604
- [104] Burkepile, J. T.. Science Requirements of the COSMO K-Coronagraph. COSMO Tech Note 16, High Altitude Observatory, National Center for Atmospheric Research, 2011

- 
- [105] Nelson, P. G., Tomczyk, S., Burkepile, J. T., et al.. Conceptual Design of the COSMO KCoronagraph. COSMO Tech Note 8, High Altitude Observatory, National Center for Atmospheric Research, 2010
- [106] Casini, R., de Wijn, A. G., and Judge, P. G.. Analysis of Seeing-induced Polarization Cross-talk and Modulation Scheme Performance. *ApJ*, 2012, 757: 45

## 发表文章目录

- [1] 侯俊峰, 王东光, 邓元勇, 张志勇, 孙英姿. 基于最小二乘拟合的波片相位延迟测量. 光学学报(EI), 2011, 31(8): 0812001.
- [2] 侯俊峰, 于佳, 王东光, 邓元勇, 张志勇, 孙英姿. 自校准法测量波片相位延迟. 中国激光(EI), 2012, 39(4): 0408007.
- [3] 侯俊峰, 王东光, 邓元勇, 孙英姿, 张志勇. 基于非线性最小二乘拟合法的Mueller矩阵椭偏仪. 中国激光(EI), 2013, 40(4): 0408004.
- [4] 侯俊峰, 王东光, 邓元勇, 张志勇, 孙英姿. 斯托克斯椭偏仪仪器矩阵的非线性最小二乘拟合偏振定标. 光学精密工程(EI), (in press).
- [5] 苏江涛, 邓元勇, 王晓帆, 侯俊峰, 王东光. 太阳宏观电场测量进展. 天文学进展, 2011, 29(1): 19-30.
- [6] **Junfeng Hou**, Alfred G. de Wijin, Steven Tomczyk. Design and measurement of the Stokes polarimeter for the COSMO K-coronagraph, (submit).
- [7] 侯俊峰. 一种波片相位延迟的精密测量系统及其实现方法. 发明专利, 专利号: 201210009867.4 (受理).
- [8] 侯俊峰. 一种Mueller矩阵的自校准测量方法. 发明专利, 专利号: 201210472669.1 (受理).
- [9] 侯俊峰. 一种判断铁电液晶波片 (FeLC) 快慢轴方位的新方法. 发明专利, 专利号: 201310088270.8 (受理).



# 简 历

## 基本情况

侯俊峰，男，山西晋城人，1986年6月出生，已婚。本科期间曾获得校一等奖学金4次，国家奖学金一次，博士期间曾获中国科学院研究生院2009-2010学年、2010-2011学年“三好学生”荣誉称号。

## 教育状况

2004年9月至2008年7月，山西大学物理电子工程学院，本科，专业：物理学（国家基地）。

2008年9月至2013年7月，中国科学院国家天文台，硕博连读研究生，专业：天文技术与方法。

## 工作经历

无。

## 研究兴趣

偏振测量

## 联系方式

通讯地址：北京市朝阳区大屯路甲20号国家天文台

邮编：100012

E-mail: jfhou@bao.ac.cn



## 致 谢

值此论文完成之际，心中感慨万千。回忆这几年的学习、科研历程，步步都离不开师长、同仁给予的关怀与帮助。

首先，感谢我的两位导师邓元勇研究员和王东光研究员。邓老师因人施教，循循善诱，直言不讳地批评和指导使得我少走了许多弯路，并为我提供了许多和国际著名学者交流的机会，使得我的研究工作能够顺利进行。王老师平易近人，在学习和生活上都给了我无微不至的关怀。由于博士课题难度较大，研究工作常常陷入困境和迷茫，王老师耐心地讨论和指导为我指点迷津、给我鼓励，让我能够一次又一次克服困难，最终完成博士论文。谨在此向两位恩师表示最崇高的敬意和最衷心的感谢。

其次，感谢我的国外导师Steven Tomczyk教授。在我访问美国高山天文台的三个月期间，Steve教授不仅在学业上指导我许多，在生活上也给予我很大的帮助。而且，Steve教授在偏振测量方面的渊博知识让我深受启发，使得我对偏振测量有了更深的理解。同时，感谢Alfred G. de Wijn 和Scott Sewell，有了他们的帮助，我在国外的研究工作才得以顺利进行。

感谢腾飞博士，与他在数学方法方面的讨论使得我的博士研究能够更加深入；感谢孙文君在元器件检测方面给予我很大的帮助；感谢张志勇师兄、孙英姿师姐在实验方面给予的帮助和支持；感谢于佳、王炳祥工程师、林佳本高级工程师在电控方面给予我的帮助。

感谢张洪起研究员、张枚研究员、林钢华研究员和苏江涛研究员的热情关怀和富有指导性的建议；感谢怀柔太阳观测基地的工作人员：王慧老师、李威老师、汪国萍老师、张鼎波师傅、阮文东师傅、王绚等，是他们保持了怀柔太阳观测基地仪器的正常运转，并为我们创造了良好的工作与生活环境，为我的博士研究工作提供了许多便利和帮助；感谢人事处的杜红荣老师和艾华老师在我的博士期间提供的各方面的支持和帮助。

感谢一起工作、学习的师兄、师姐、师弟、师妹们：包星明、姜杰、陈洁、郭娟、赵辉、高裕、刘锁、王晓帆、郝娟、赵翠、徐海清、杨尚斌、杨潇、白先勇、朱晓明、曾真、宋勇亮、穆军、李小波等，大家一起交流、互相帮助，

使组内环境充满生机与活力。

感谢我的父母和我美丽的妻子，我所取得的每一个进步都离不开他们的支持与鼓励。祝他们身体健康、天天开心！

谨以此文献给所有关心和帮助过我的人们！