

第一章

光波、光线和成像

1.1 引言

- 光和一般无线电波一样，属于电磁波，但覆盖的波长范围不同。
- 如果所讨论的光波波长与光学系统的口径大小（或说光学系统的粗细）相比小到可以忽略，则可以抽象出在几何光学和光学工程中广泛应用的光线模型。

1. 光是电磁波

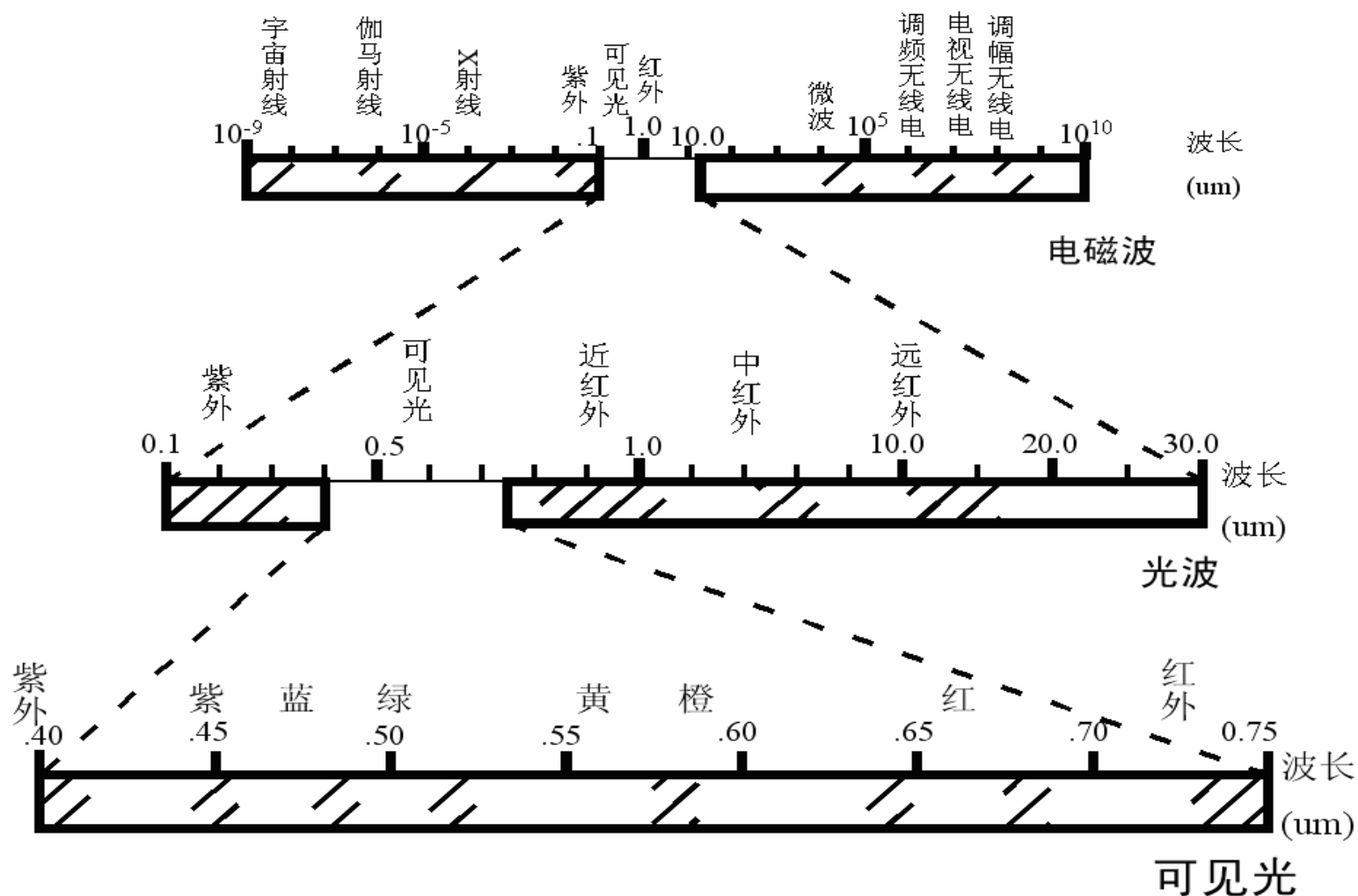


图1-1 电磁波按波长的分类

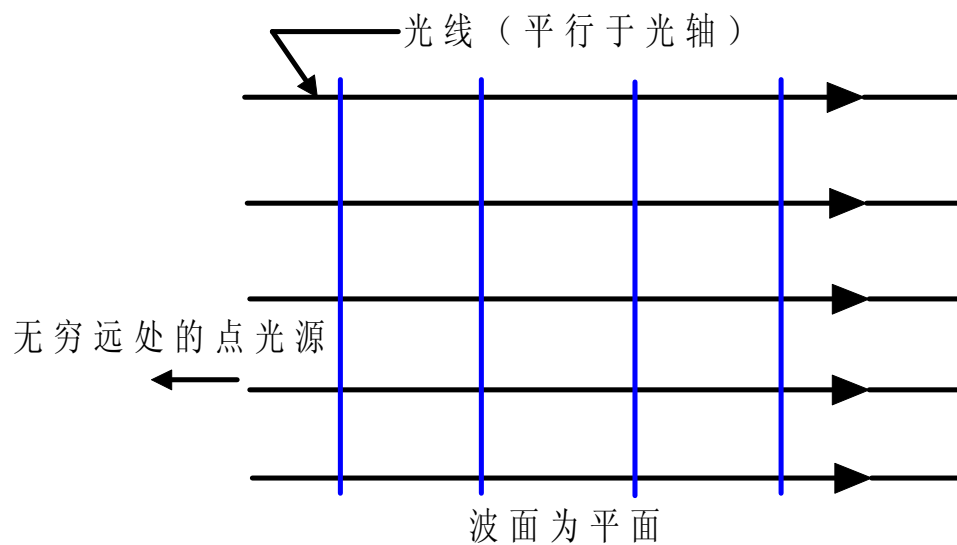
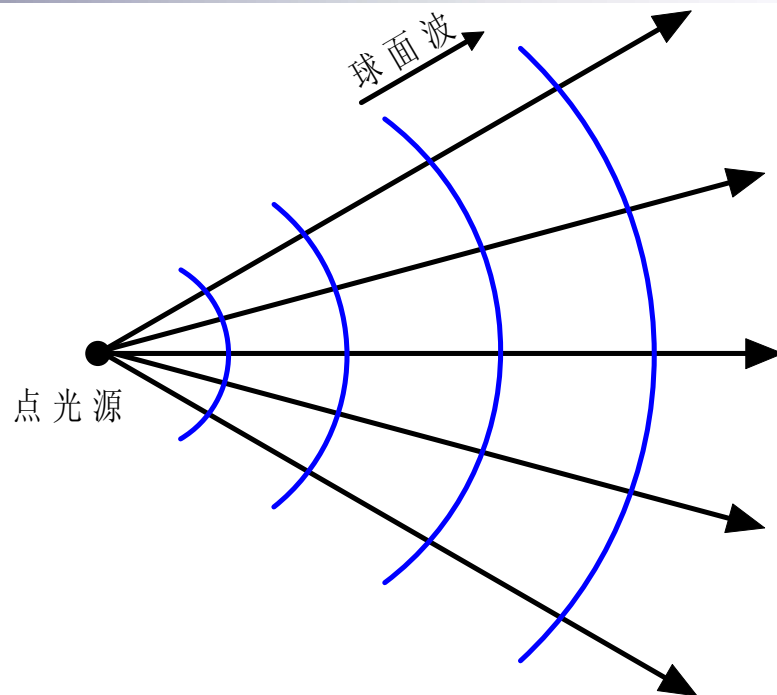
光是电磁波

- 真空中的传播速度C是 $299,792,458\text{ m/s}$
- 光波的速度 v 、波长 λ 和频率 ν : $\nu \cdot \lambda = v$
- 折射率: $n = c / v = n(\lambda)$

光是电磁波

图
1-2

球面波
(a)
和
平面波
(b)



光是电磁波

波面！

VS

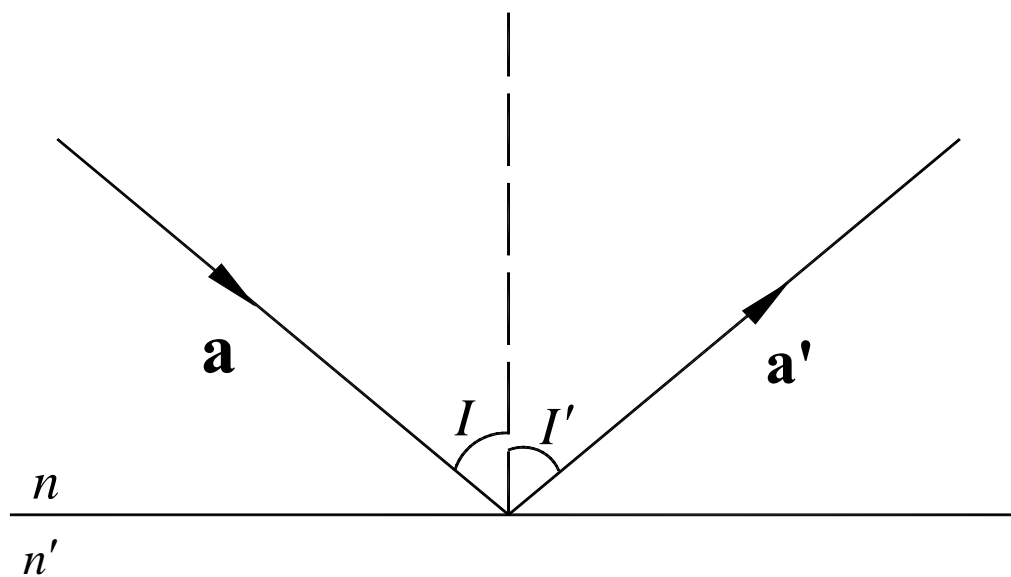
光线！

2. 光线的性质

光线传播几个基本定律

1. 直线传播
2. 反射定律
3. 折射定律

光线的性质

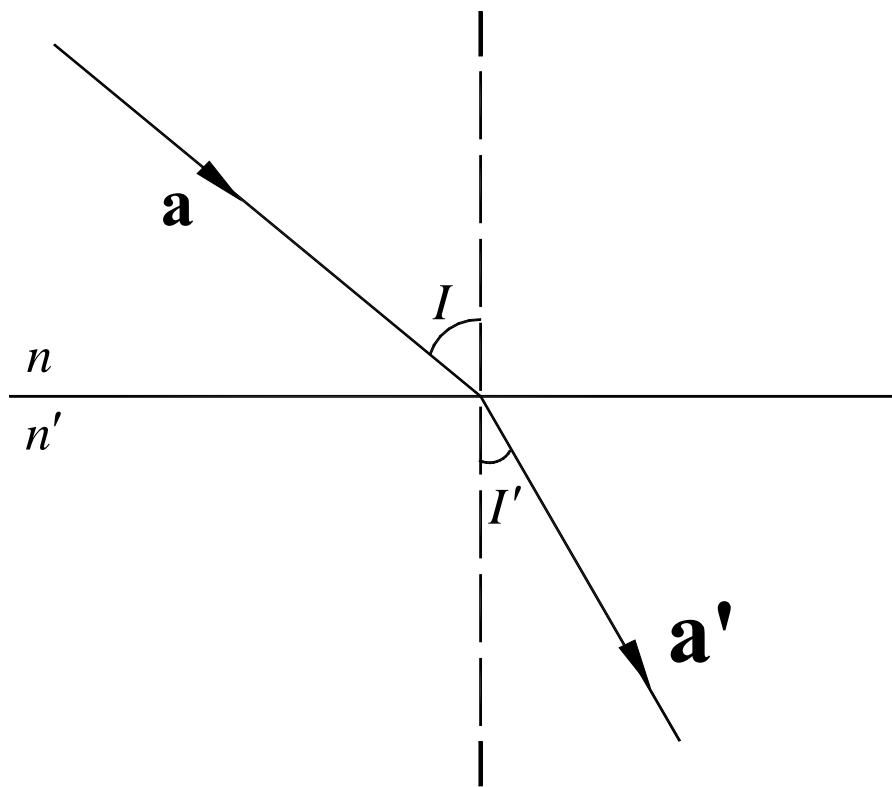


$$I' = I$$

(1-1)

图1-3 光线的反射

光线的性质



$$n' \sin I' = n \sin I$$

(1-2)

图1-4 光线的折射

光线的性质

光路可逆

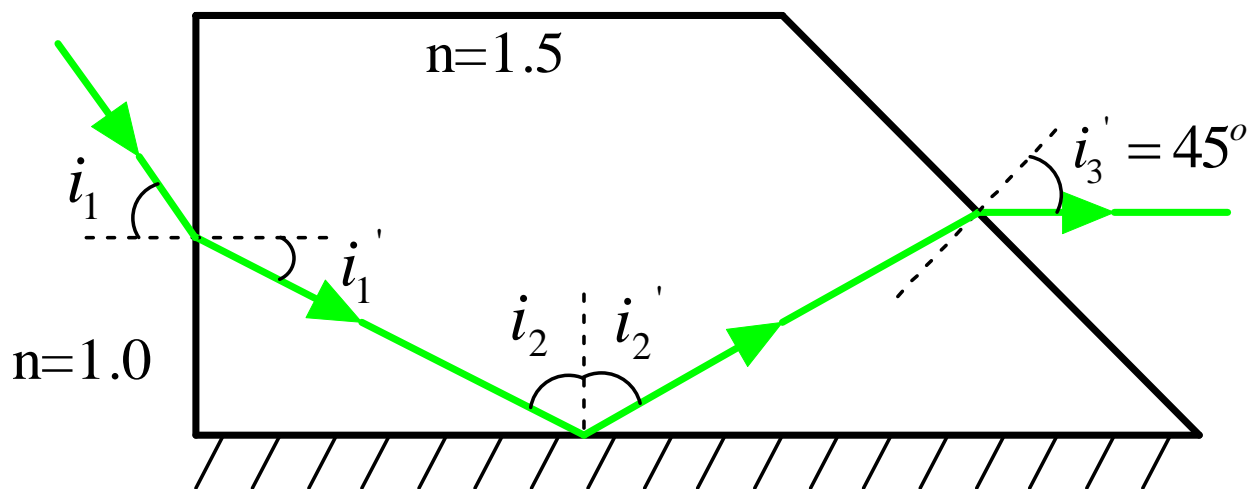


图1-5 光线在玻璃块中的折射和反射

3. 光学玻璃的色散

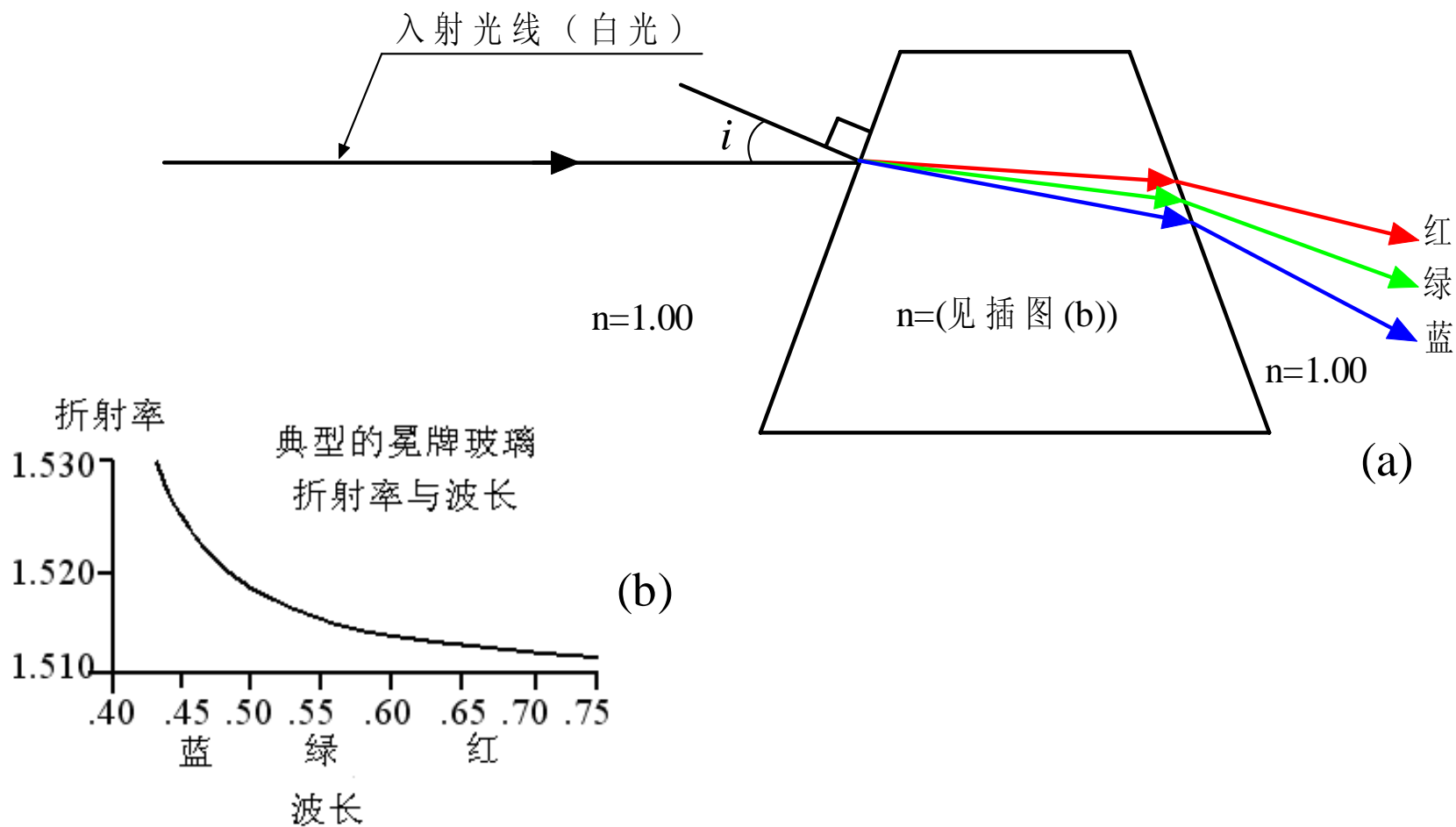


图1-6 光的色散(a), 典型玻璃的色散曲线(b)

光学玻璃的色散

■ 色散的表示:

1. 用两个不同波长的折射率的差 $\delta n = n_F - n_C$ 来描述。
(C线, 红色氧光, 波长656.2725nm
F线, 蓝色氧光, 波长486.1327nm)

2. 阿贝(Abbe)数V:

$$V = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C} \quad (1-3)$$

(d线, 黄色氦光, 波长587.5618nm , 非常接近人眼最敏感的波长)

光学玻璃的色散

柯西色散公式：

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} \quad (1-4)$$

系数**C**在可见光范围内很小，可以忽略，怎将
(1-4) 代入 (1-3)：

$$B = \frac{(n_d - 1)\lambda_C^2 \lambda_F^2}{V(\lambda_C^2 - \lambda_F^2)} \quad (1-5)$$

$$A = n_d - \frac{B}{\lambda_d^2} \quad (1-6)$$

可只用**d**折射率
和阿贝数表征
玻璃光学性质！

光学玻璃的色散

例

已知有种玻璃的 $n_d = 1.51680$, $V = 64.17$,
求玻璃C光的折射率 n_C :

由前已知: $\lambda_d = 587.5618 \text{ nm}$, $\lambda_C = 656.2725 \text{ nm}$, $\lambda_F = 486.1327 \text{ nm}$:

$$B = (5.2366313 \times 10^5 \text{ nm}^2) \frac{(1.51680) - 1}{(64.17)} = 4.2173773 \times 10^3 \text{ nm}^2$$

$$A = (1.5168) - \frac{(4.2173773 \times 10^3 \text{ nm}^2)}{(587.5618 \text{ nm})^2} = 1.5045838$$

$$n_C \approx A + \frac{B}{\lambda_C^2} = (1.5045838) + \frac{(4.2173773 \times 10^3 \text{ nm}^2)}{(656.2725 \text{ nm})^2} = 1.514$$

实际名义值: **1.51432**

1.2

透镜对波面和光线的作用与透镜成像

1. 透镜对波面的作用与透镜成像

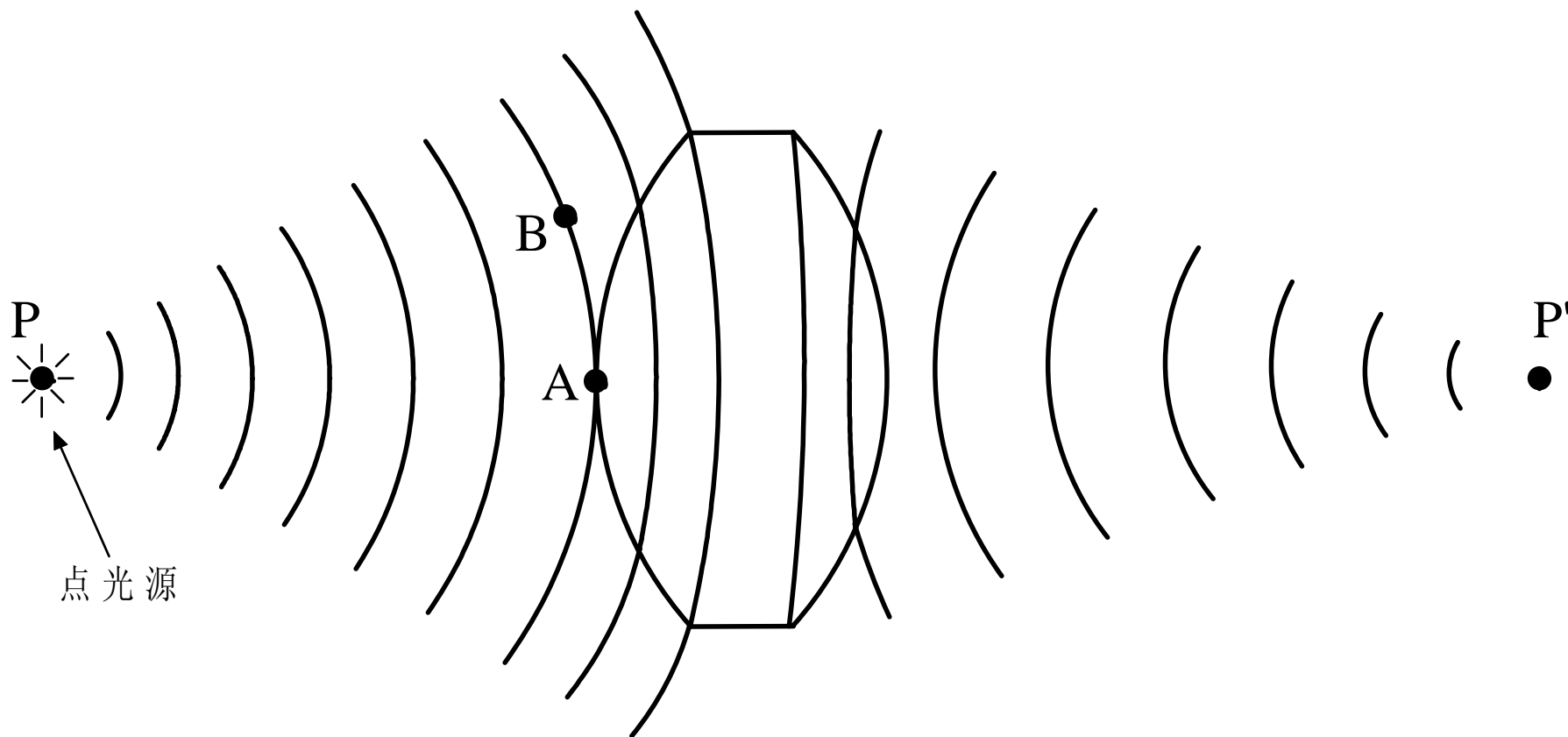


图1-7 透镜对波面的作用与透镜成像

2. 透镜对光线的作用与透镜成像

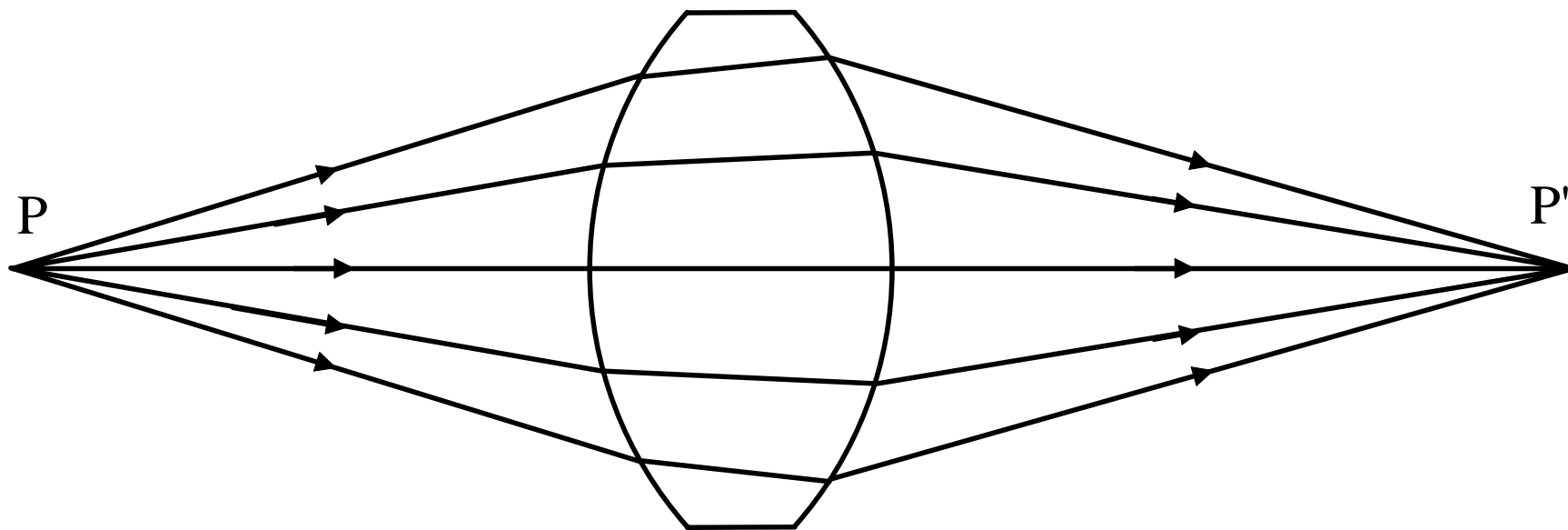


图1-8 透镜对光线的作用与透镜成像

透镜对光线的作用与透镜成像

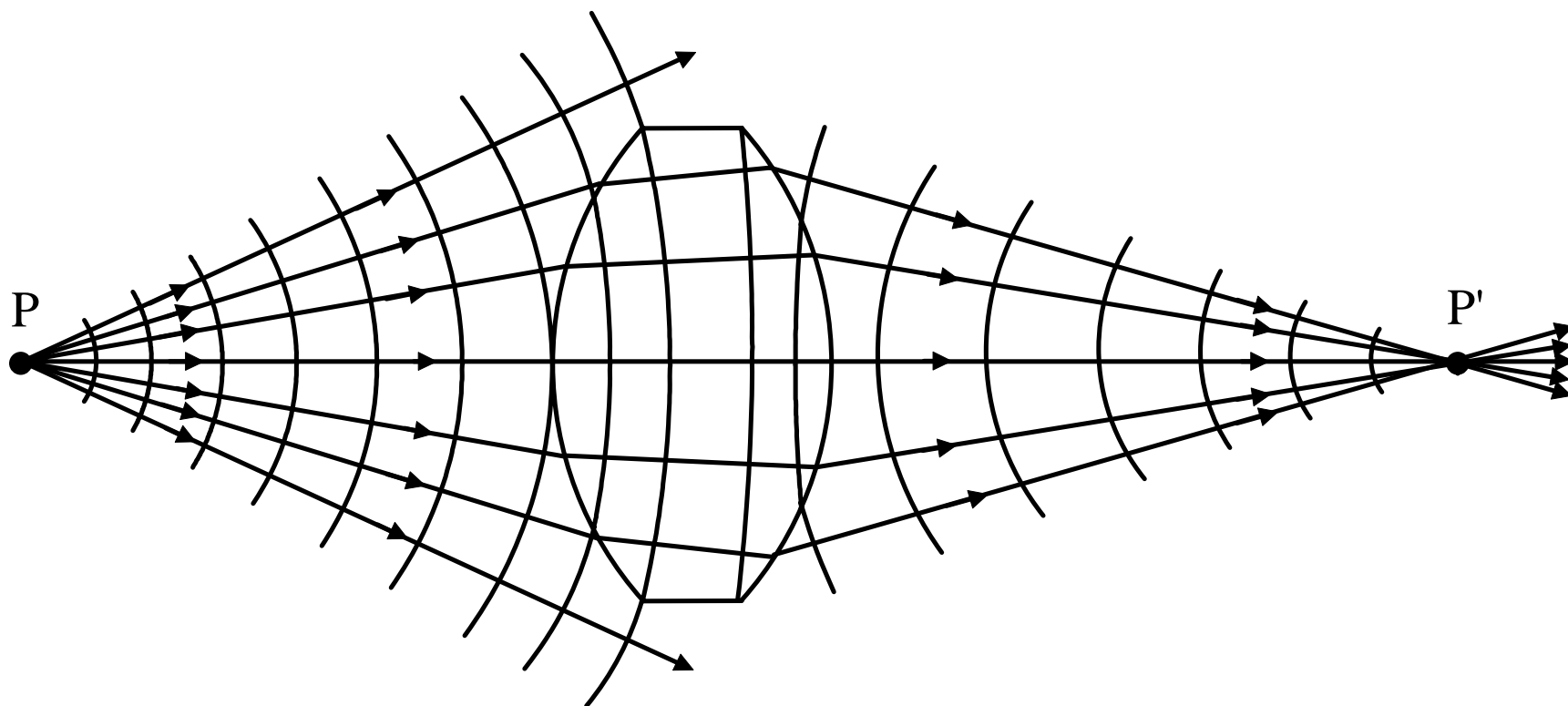


图1-9 光线与波面的关系

3. 光程、等光程与完善成像

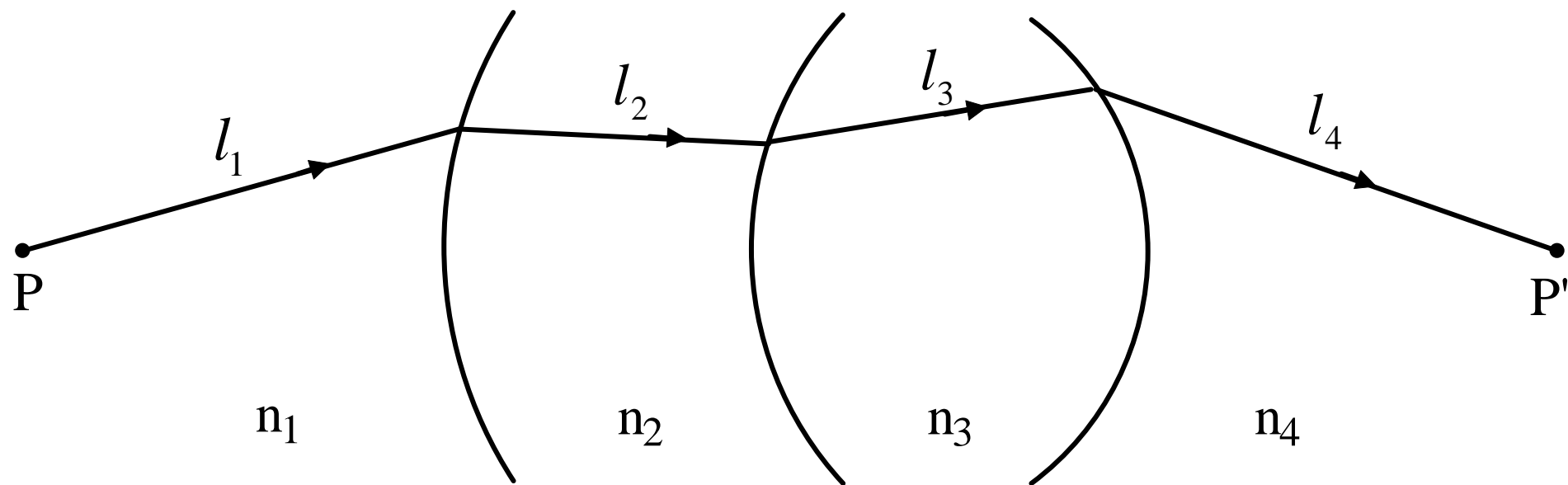


图1-10 光程

光程、等光程与完善成像

光线从P到P'，经历时间：

$$t = \frac{l_1}{v_1} + \frac{l_2}{v_2} + \cdots + \frac{l_m}{v_m} = \sum_{i=1}^m \frac{l_i}{v_i} \quad (1-7)$$

因为 $v_i = c/n_i$

$$t = \frac{1}{c} \sum_{i=1}^m n_i l_i \quad (1-8)$$

路程与相应折射率乘积之和称为光从P到P'的光程：[PP']

$$[PP'] = \sum_{i=1}^m n_i l_i \quad (1-9)$$

若介质折射率连续变化：

$$[PP'] = \int_{P \rightarrow P'} n dl \quad (1-10)$$

光程、等光程与完善成像

- 光程就是光在某媒质中走过一段几何路程所需的时间内光在真空中所走的路程，简言之，光程是等效真空程；
- 点物成点像就是物点与像点之间的光程无论沿那条路径都相等；
- 物、像间的光程处处相等的像是完善像，这种成像称为完善成像。

4. 成像的三种说法

1. 光线模型
2. 几何波面
3. 等光程原理

5. 衍射

定义：

当波的传播遇到障碍物其波面在横向受到限制时，将发生偏离直线传播(并不是指反射和折射)的现象。

衍射现象源于光的波动性

衍射

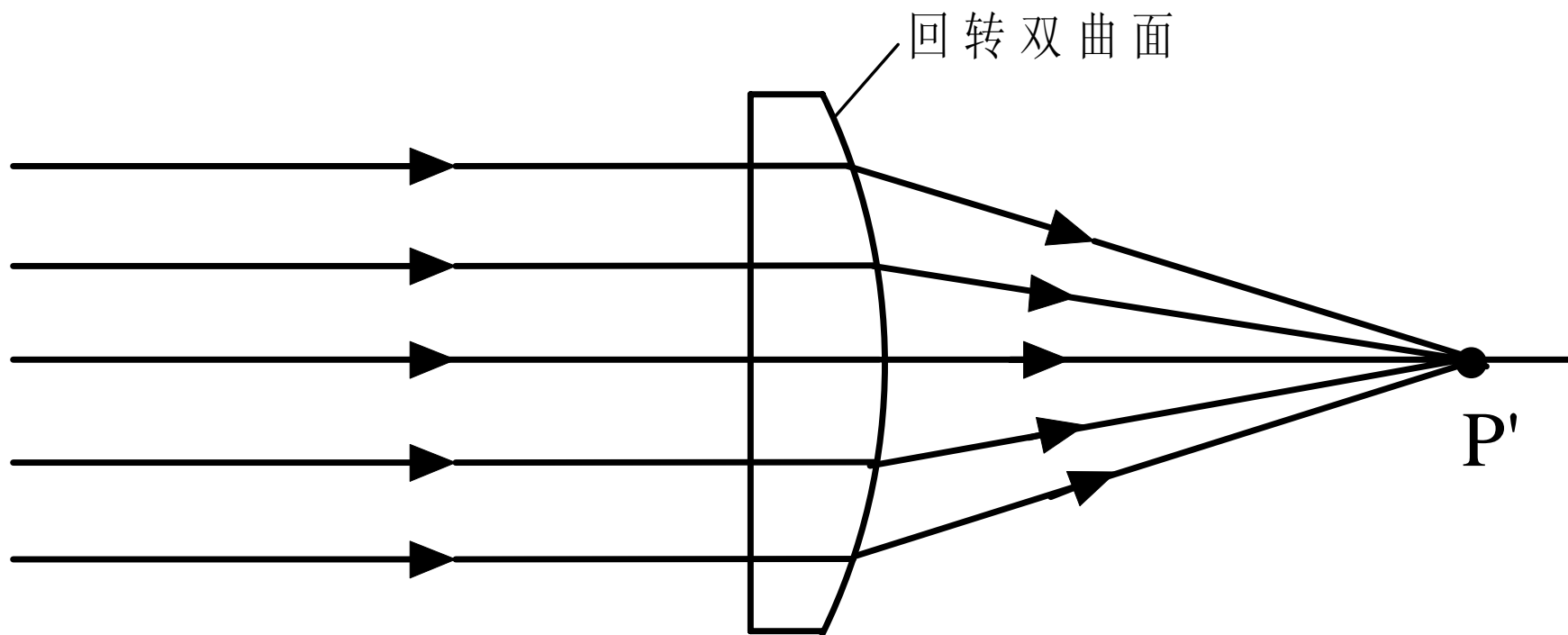


图1-11 完善成像

衍射

$$d_{AIR} = \frac{1.22\lambda}{n'Sinu'}$$

(1-11)

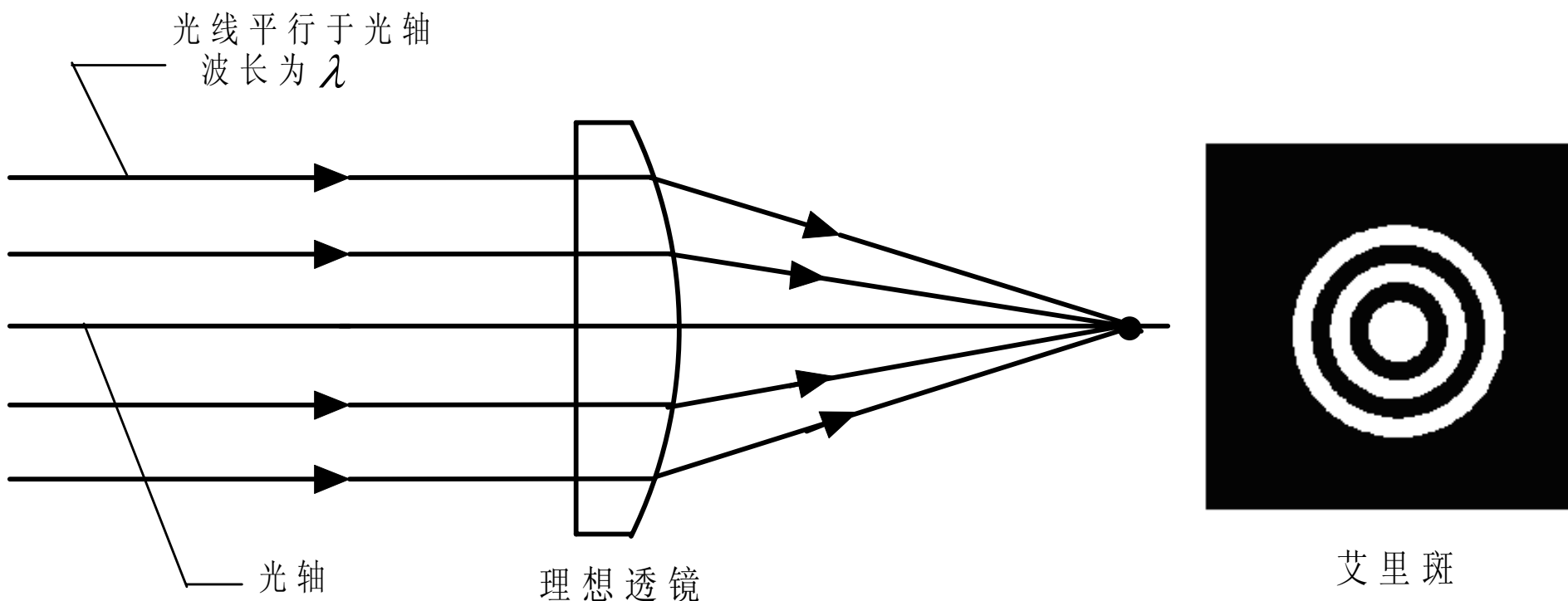


图1-12 无穷远物点完善像的衍射花样（衍射像）

1.3 费马原理

1. 费马原理

光从空间一点传播到另一点是沿着光程为极值的路径传播的，具体地说就是把光传播的实际路径与其邻近的其它路径相比较，光的实际路径的光程为极小、极大或稳定值。

$$\text{泛函 } [PP'] = \int_{P \rightarrow P'} n(x, y, z) dl \quad (1-12)$$

费马原理

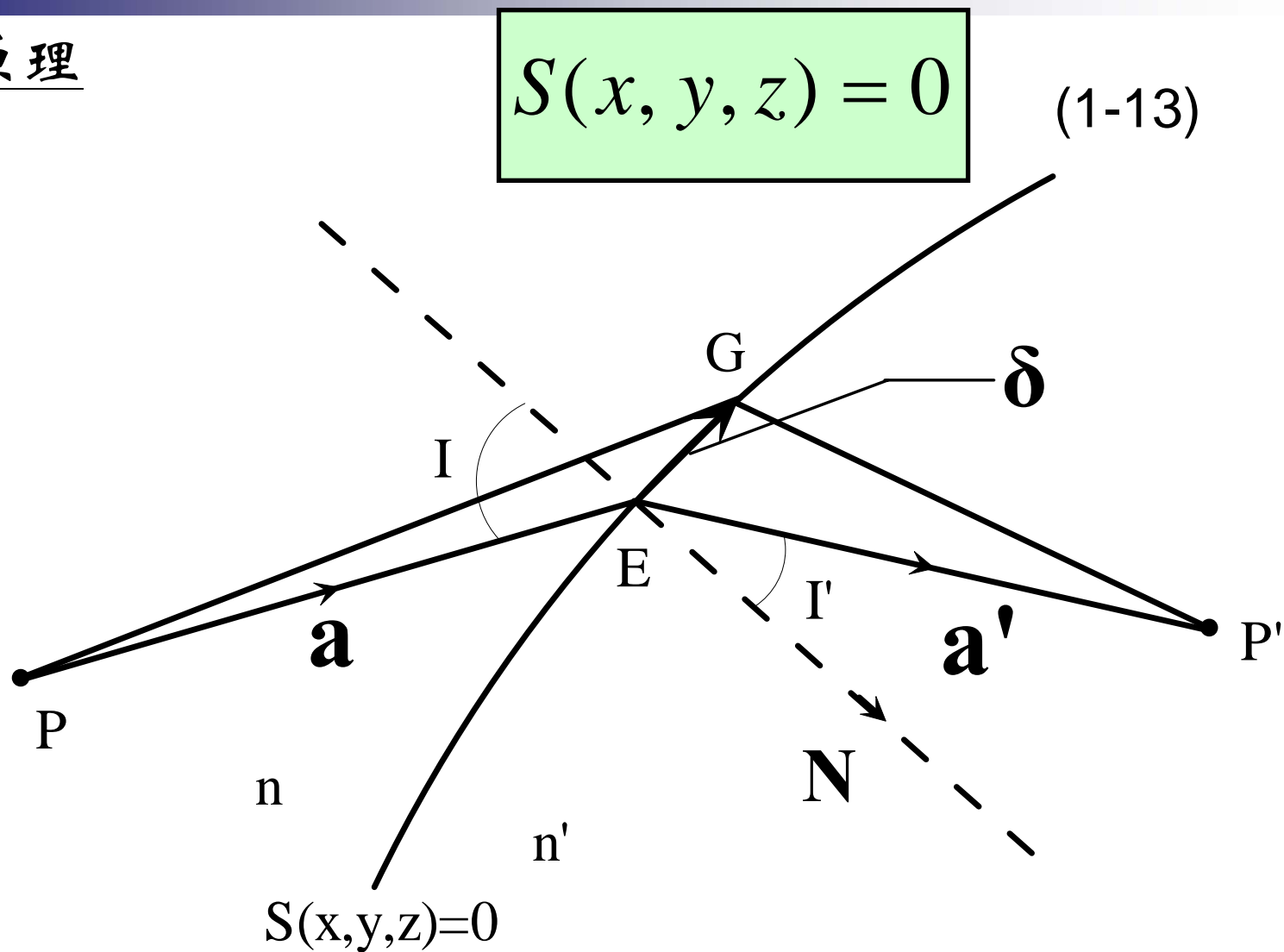


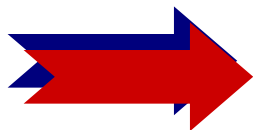
图1-13 由费马原理导出折射定律

费马原理

$$P(x, y, z) \quad P'(x', y', z') \quad E(x_0, y_0, z_0)$$

$$PE = \{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + (z_0 - z)^2\}^{1/2} = d$$

$$P'E = \{(x' - x_0)^2 + (y' - y_0)^2 + (z' - z_0)^2\}^{1/2} = d'$$

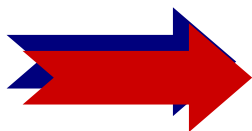


$$[PP']_{P \rightarrow E \rightarrow P'} = n d + n' d' \quad (1-14)$$

费马原理

$$GP = |d\mathbf{a} + \boldsymbol{\delta}| \quad P'G = |d'\mathbf{a}' - \boldsymbol{\delta}|$$

$$[PP']_{P \rightarrow G \rightarrow P'} = n\{(d\mathbf{a} + \boldsymbol{\delta}) \bullet (d\mathbf{a} + \boldsymbol{\delta})\}^{1/2} + n'\{(d'\mathbf{a}' - \boldsymbol{\delta}) \bullet (d'\mathbf{a}' - \boldsymbol{\delta})\}^{1/2} \quad (1-15)$$



$$\Delta[PP'] = [PP']_{P \rightarrow G \rightarrow P'} - [PP']_{P \rightarrow E \rightarrow P'}$$

$$= n\{d^2\mathbf{a} \bullet \mathbf{a} + 2d\mathbf{a} \bullet \boldsymbol{\delta} + \boldsymbol{\delta} \bullet \boldsymbol{\delta}\}^{1/2} + n'\{d'^2\mathbf{a}' \bullet \mathbf{a}' - 2d'\mathbf{a}' \bullet \boldsymbol{\delta} + \boldsymbol{\delta} \bullet \boldsymbol{\delta}\}^{1/2} \\ - \{nd + n'd'\}$$

费马原理

$\because |\boldsymbol{\delta}| \ll d$ 忽略二阶小量 $\boldsymbol{\delta} \bullet \boldsymbol{\delta}$

而且当 $x \ll 1$ 时, $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2}$

则:

$$\begin{aligned}\Delta[PP'] &\approx \left\{ nd \left(1 + \frac{\mathbf{a} \bullet \boldsymbol{\delta}}{d} \right) + n'd' \left(1 - \frac{\mathbf{a}' \bullet \boldsymbol{\delta}}{d'} \right) \right\} - \{ nd + n'd' \} \\ &= (n\mathbf{a} - n'\mathbf{a}') \bullet \boldsymbol{\delta}\end{aligned}\tag{1-16}$$

费马原理

根据 δ 方向的任意性以及费马原理：

$$(n\mathbf{a} - n'\mathbf{a}') \bullet \delta = 0$$

当G充分E靠近时, δ 完全落在曲面 S上, 则:

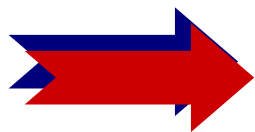
$$\Rightarrow (n\mathbf{a} - n'\mathbf{a}') = \Gamma \mathbf{N} \quad (1-17)$$

Γ 是待定比例因子, 称为偏向常数

矢积形式的折射定律

(1-17) \Rightarrow

$$n' \mathbf{a}' \times \mathbf{N} = n \mathbf{a} \times \mathbf{N} \quad (1-18)$$



$$n' \sin I' = n \sin I \quad (1-19)$$

费马原理

例1:

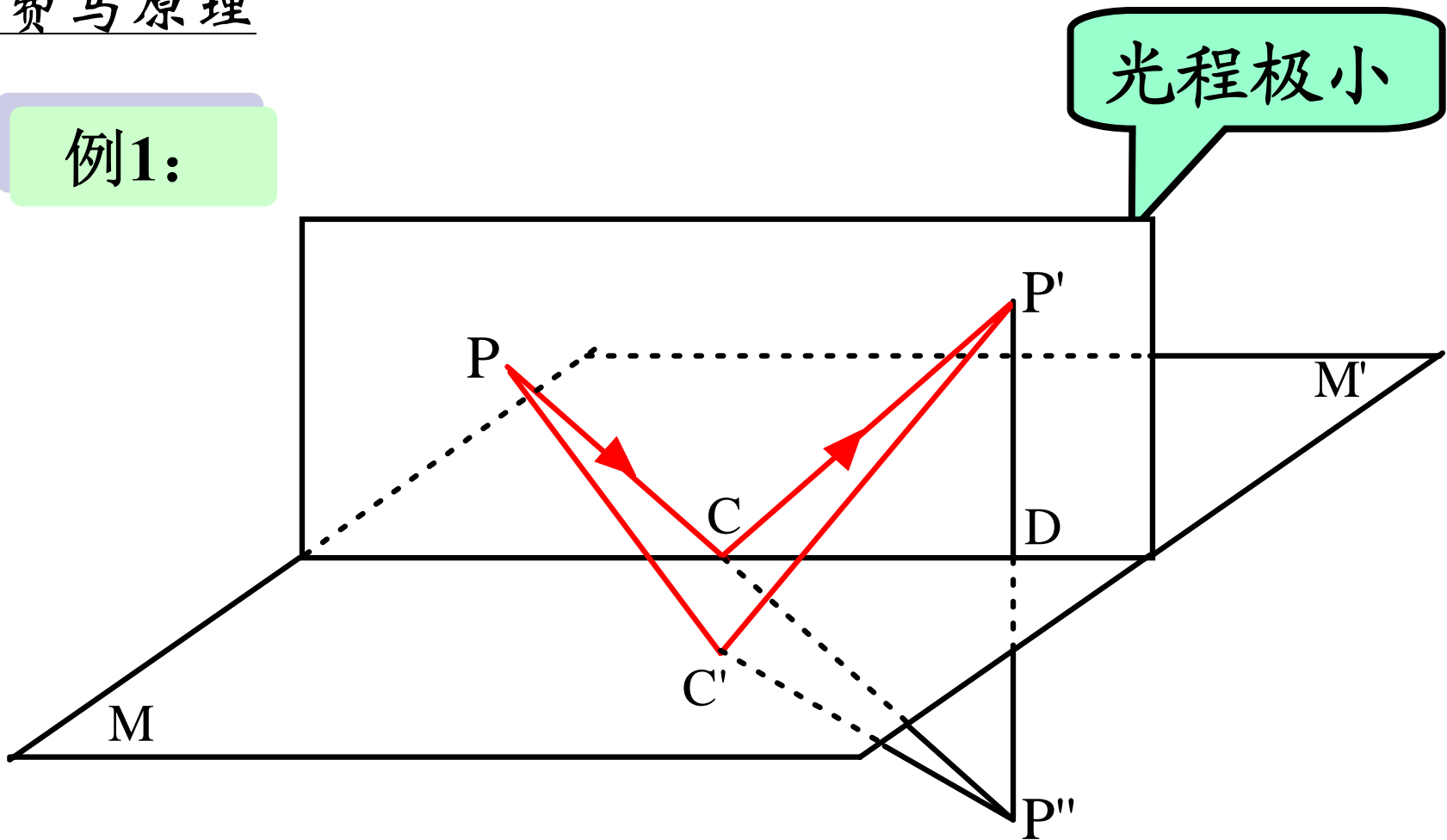


图1-14 遵守反射定律的光线

费马原理

例2:

光程稳定值

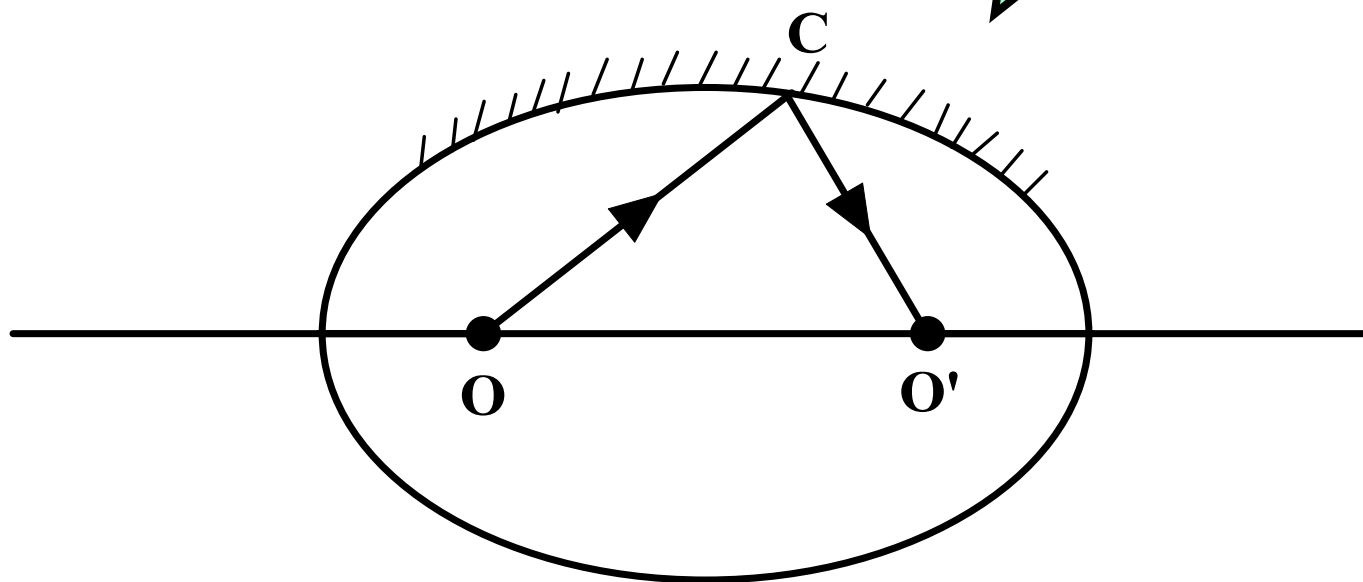


图1-15 回转椭球面凹面反射镜

费马原理

例3:

光程极大

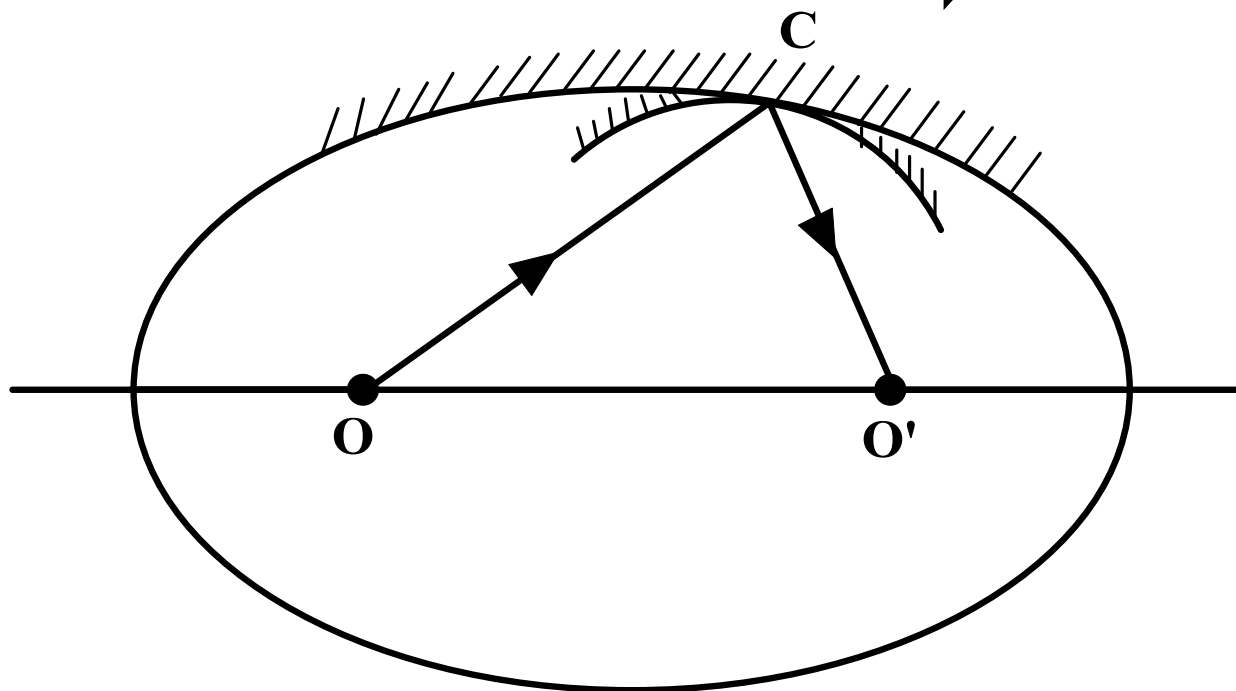


图1-16 内切于回转椭球面的凹面反射镜

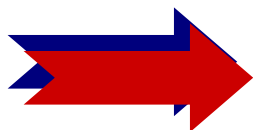
费马原理

定义入射光线矢量 \mathbf{A} 和出射光线矢量 \mathbf{A}' :

$$\begin{aligned}\mathbf{A} &= n\mathbf{a} \\ \mathbf{A}' &= n'\mathbf{a}'\end{aligned}\tag{1-20}$$

由式(1-17)

$$\mathbf{A}' - \mathbf{A} = \Gamma \mathbf{N}\tag{1-21}$$



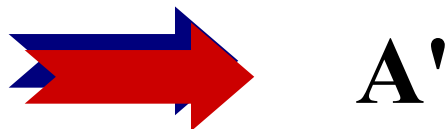
$$\begin{aligned}\Gamma &= \mathbf{N} \bullet \mathbf{A}' - \mathbf{N} \bullet \mathbf{A} \\ &= n' \cos I' - n \cos I\end{aligned}$$

费马原理

据式(1-19):
$$n' \cos I' = \sqrt{n'^2 - n'^2 \sin^2 I'}$$
$$= \sqrt{n'^2 - n^2 + n^2 \cos^2 I}$$
$$= \sqrt{n'^2 - n^2 + (\vec{\mathbf{N}} \bullet \vec{\mathbf{A}})^2}$$

=>偏向系数:

$$\Gamma = \sqrt{n'^2 - n^2 + (\mathbf{N} \bullet \mathbf{A})^2} - \mathbf{N} \bullet \mathbf{A} \quad (1-22)$$



费马原理

光程泛函的变分：

$$\begin{aligned}\Delta[PP'] &= \delta[PP'] \\ &= \delta \int_{P \rightarrow P'} n(x, y, z) dl\end{aligned}\quad (1-23)$$

据费马原理：

$$\delta \int_{P \rightarrow P'} n(x, y, z) dl = 0 \quad (1-24)$$

2. 费马原理与等光程完善成像

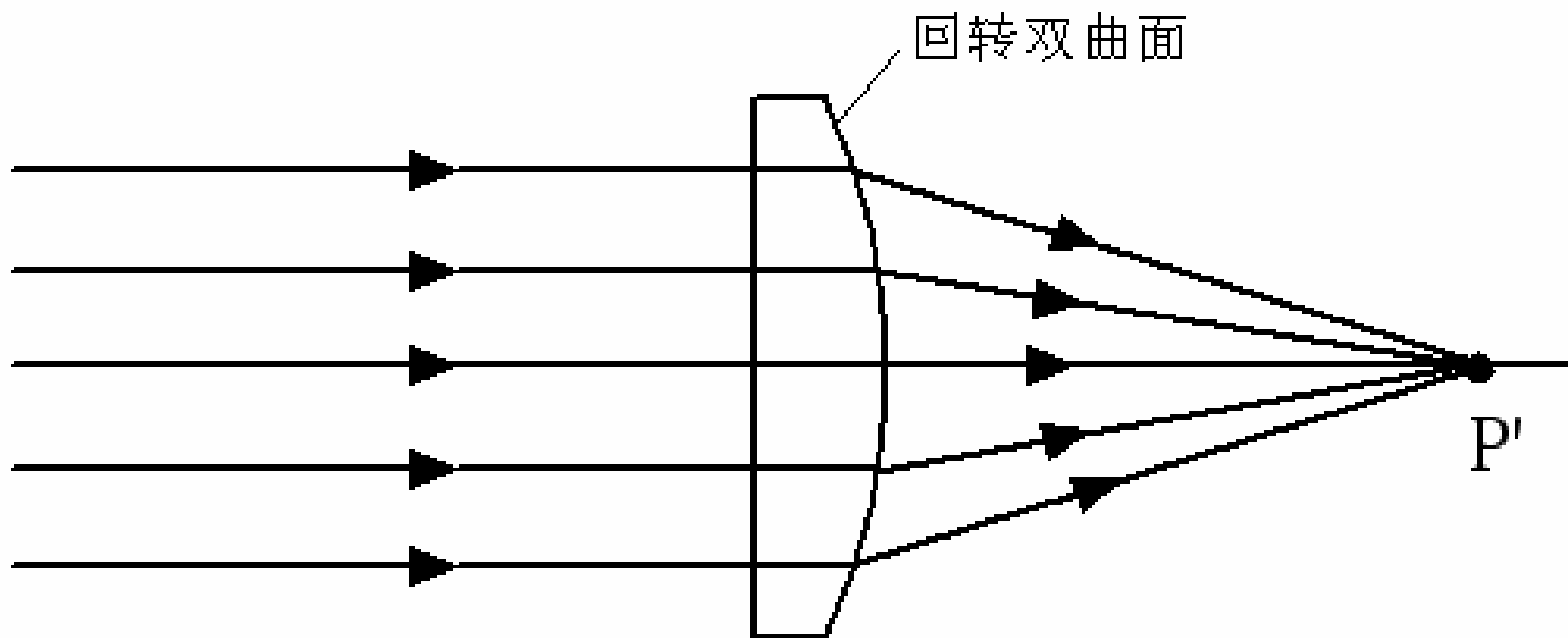


图1-11 完善成像

费马原理与等光程成像

$$\Delta[PP'] = [PP']_1 - [PP']_2 = 0$$

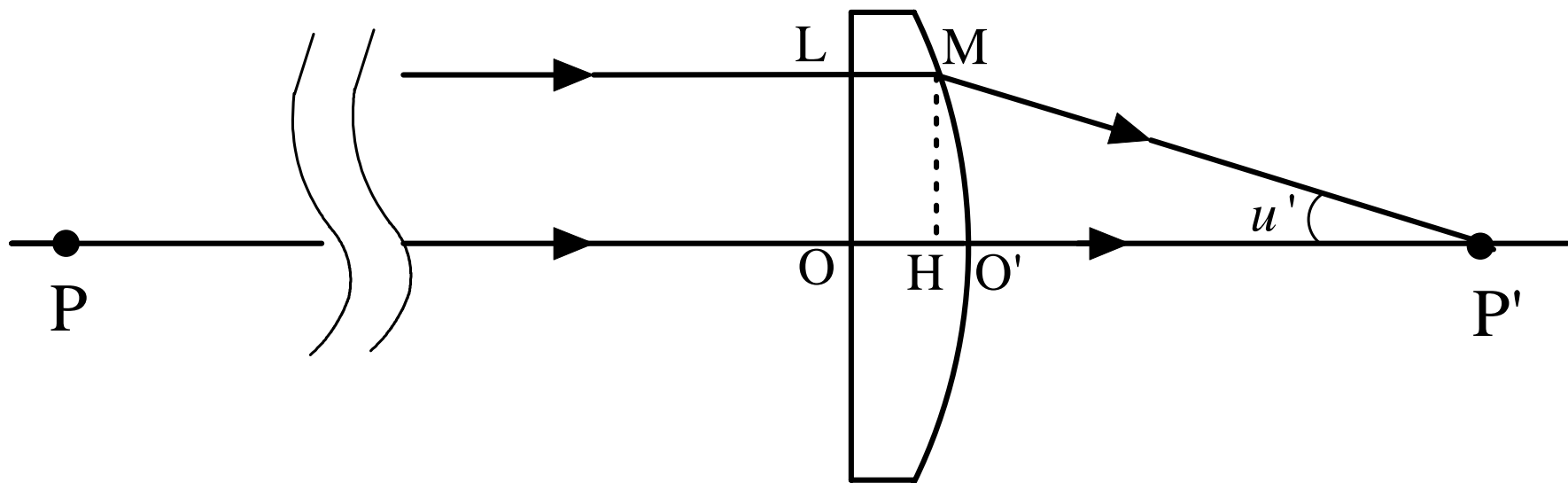


图1-17 理想透镜

费马原理与等光程成像

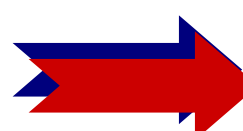
根据等光程性

$$[LMP'] = [OHO'P']$$

长度O'P'

即有

$$l'(u') = n\{l'(u')\cos u' - l'(0)\} + l'(0)$$


$$l'(u') = \frac{(1-n)l'(0)}{1-n\cos u'} = \frac{n(\frac{1}{n}-1)l'(0)}{1-n\cos u'} \quad (1-25)$$

离心率 $e = n > 1$, 式(1-25)就是用极坐标表示的双曲线的标准形式
待求的曲面是旋转双曲面

3. 费马原理的启迪

费马原理不仅仅是几何光学中的基本原理，事实上，它对物理学的发展起过重要的推动作用

这一点曾启发物理学家探索物理规律的其它形式，于是找到了被称之为最小作用原理(或哈密顿变分原理)，它可表述为系统的各种相邻的经历中，真实经历使作用量取极值

是综合整个物理学的真正的基本原理，物理学家们利用它来探索未知领域的基本定律。

1.4 非均匀媒质中的光线微分方程

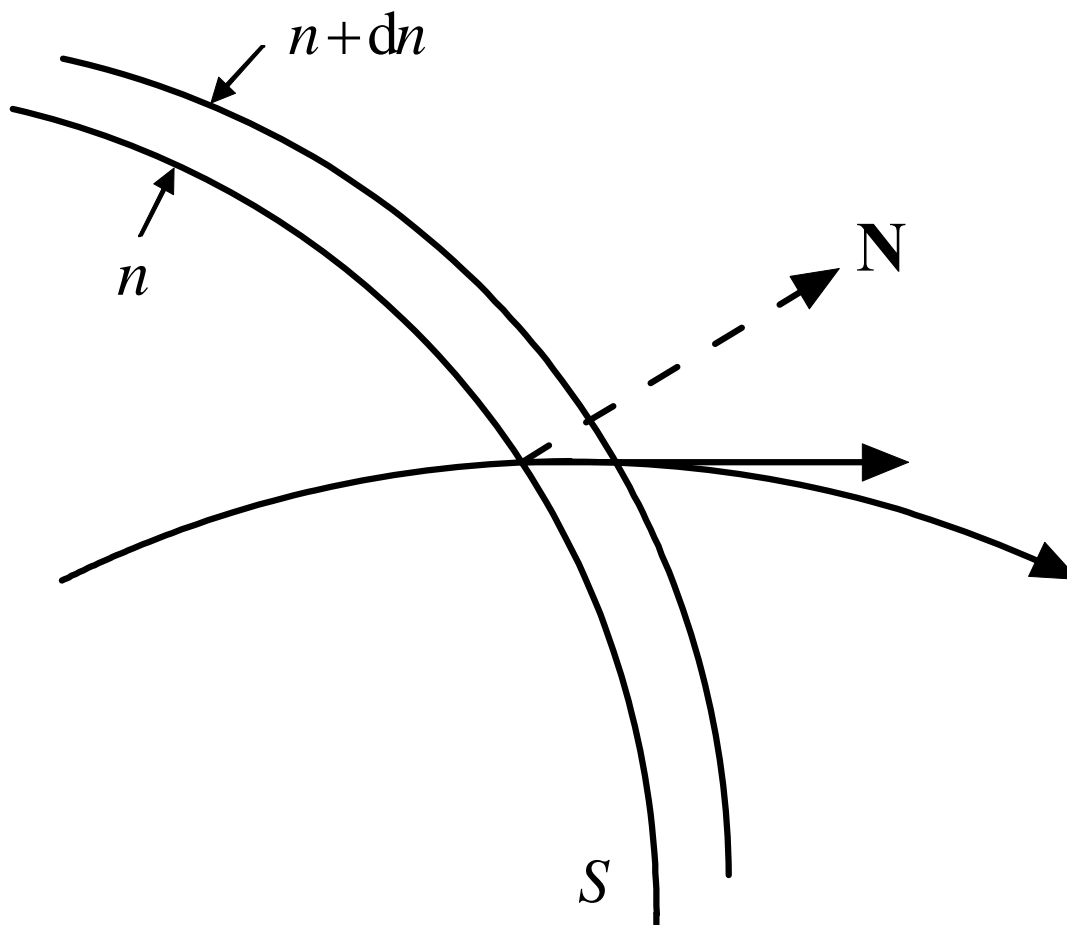


图1-18 非均匀媒质中等折射率曲面

1.4 非均匀媒质中的光线微分方程

单位法矢量方向 $\mathbf{N} = \frac{\nabla n}{|\nabla n|}$ (1-26)

($\nabla = \mathbf{i} \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial}{\partial z}$, 哈密顿算符)

折射定律:

$$(n' \mathbf{a}' - n \mathbf{a}) \times \mathbf{N} = 0 \quad (1-27)$$

设 $n' = n + dn$, $\mathbf{a}' = \mathbf{a} + d\mathbf{a}$

$$\Rightarrow (dn\mathbf{a} + n d\mathbf{a}) \times \mathbf{N} = 0$$

$$\Rightarrow d(n\mathbf{a}) \times \mathbf{N} = 0 \quad (1-28)$$

1.4 非均匀媒质中的光线微分方程

将 n 和 \mathbf{a} 看成是光线弧长 l 的函数

$$\frac{d(n\mathbf{a})}{dl} \times \mathbf{N} = 0 \quad (1-29)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{dn}{dl} \mathbf{a} + n \frac{d\mathbf{a}}{dl} \right) // \mathbf{N} \quad (1-30)$$

$$\frac{dn}{dl} \mathbf{a} + n \frac{d\mathbf{a}}{dl} = g \mathbf{N} \quad (1-31)$$

$$\text{待定常数 } g \quad \frac{dn}{dl} \mathbf{a} + n \frac{d\mathbf{a}}{dl} = g \nabla n \quad (1-32)$$

1.4 非均匀媒质中的光线微分方程

$$\mathbf{a} \bullet d\mathbf{a} = 0$$

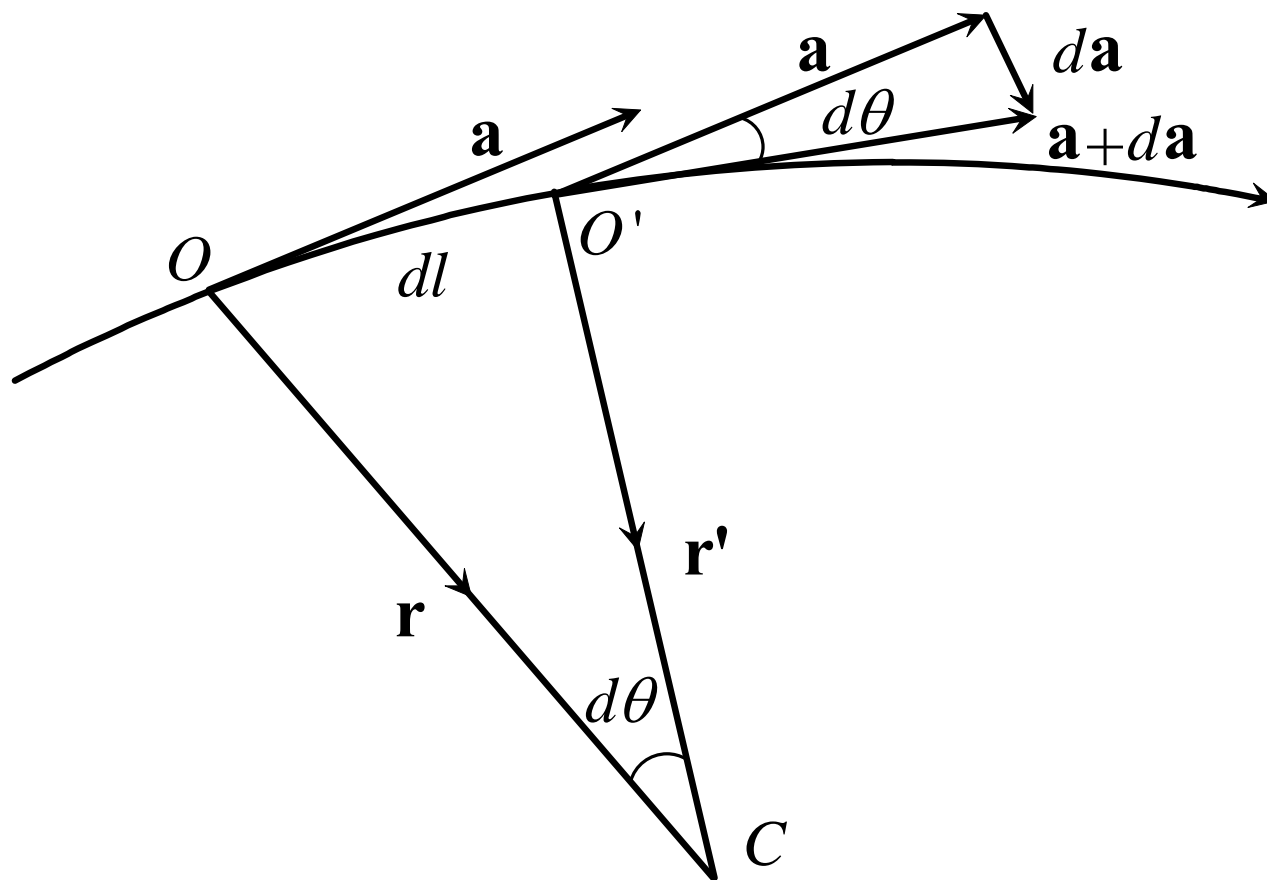


图1-19 光线上不同点处光线矢量间的关系

1.4 非均匀媒质中的光线微分方程

$$d\mathbf{a} = d\theta \cdot \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|} \quad (1-33)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{a}}{dl} &= \frac{d\theta}{dl} \cdot \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|} = \frac{dl}{|\mathbf{r}|} \cdot \frac{1}{dl} \cdot \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|} \\ &= \frac{1}{|\mathbf{r}|^2} \mathbf{r} \end{aligned} \quad (1-34)$$

代入 (1-32) 得 $\frac{dn}{dl} \mathbf{a} + n \frac{1}{|\mathbf{r}|^2} \mathbf{r} = g \nabla n$ (1-35)

1.4 非均匀媒质中的光线微分方程

两边用 \mathbf{a} 点乘，并考虑到 $\mathbf{a} \bullet \mathbf{a} = 1$ ， $\mathbf{a} \bullet \mathbf{r} = 0$ ，则有

$$\frac{dn}{dl} = g \cdot (\text{grad}n) \bullet \mathbf{a} \quad (1-36)$$

因为

$$\mathbf{a} = \mathbf{i} \frac{dx}{dl} + \mathbf{j} \frac{dy}{dl} + \mathbf{k} \frac{dz}{dl}$$

$$dl = \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2}$$

所以

$$\begin{aligned} \nabla n \bullet \mathbf{a} &= \frac{\partial n}{\partial x} \frac{dx}{dl} + \frac{\partial n}{\partial y} \frac{dy}{dl} + \frac{\partial n}{\partial z} \frac{dz}{dl} \\ &= \frac{dn}{dl} \end{aligned} \quad (1-37)$$

1.4 非均匀媒质中的光线微分方程

所以 $g = 1$, $\Rightarrow \frac{dn}{dl} \mathbf{a} + n \frac{d\mathbf{a}}{dl} = \nabla n$

即

$$\frac{d(n\mathbf{a})}{dl} = \nabla n \quad (1-38)$$

分量的形式

$$\frac{d}{dl} \left(n \frac{dx}{dl} \right) = \frac{\partial n}{\partial x}$$

$$\frac{d}{dl} \left(n \frac{dy}{dl} \right) = \frac{\partial n}{\partial y}$$

$$\frac{d}{dl} \left(n \frac{dz}{dl} \right) = \frac{\partial n}{\partial z}$$

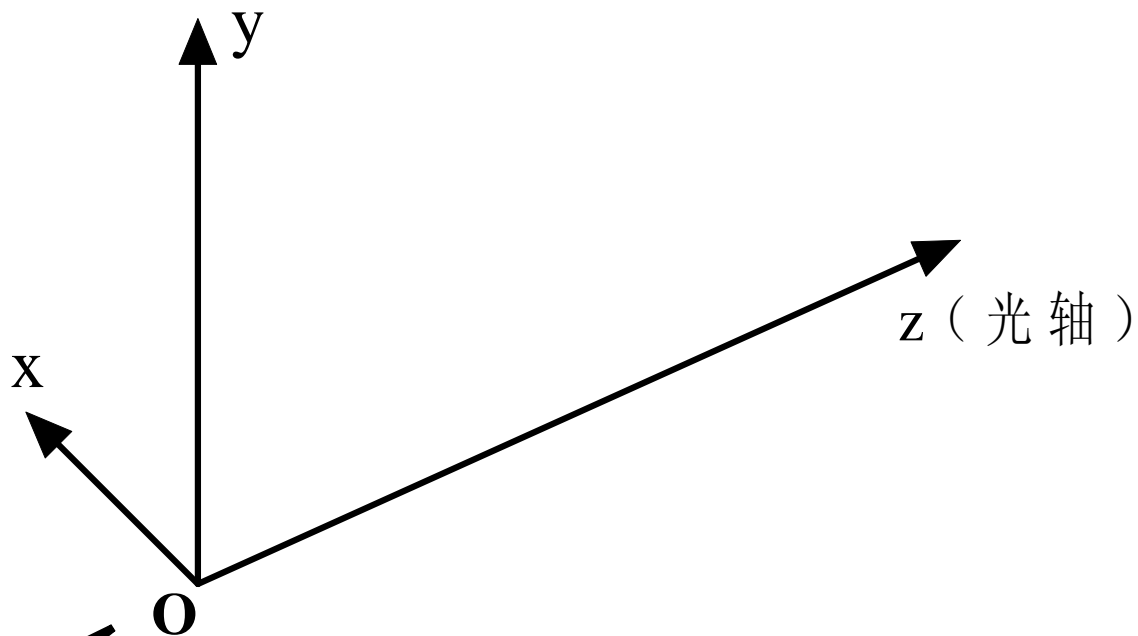
(1-39)

非均匀介质中光线的微分方程式！

1.5 几何光学中常用的曲面形状

- 广义地说，光学系统是由若干几何曲面串连在一起构成的，这些曲面就是两种媒质的分界面
- 常用的曲面形状是球面，二次回转抛物面，二次回转椭球面和二次回转双曲面
- 通常在串连这些曲面时，将各个球面的球心，以及二次回转曲面的回转轴都放在光学系统的几何对称轴上，系统的这个对称轴称为光学系统的光轴，这一类光学系统称为共轴光学系统

1. 球面方程



球面顶点

图1-20 球面方程中所用的坐标系

球面方程

球面半径为 r ，球面方程为：

$$r^2 = x^2 + y^2 + (z - r)^2 \quad (1-40)$$

令 $h^2 = x^2 + y^2$ ， 则

$$r^2 = h^2 + (z - r)^2$$

或者

$$z^2 - 2zr + h^2 = 0 \quad (1-41)$$

$$z = r \pm \sqrt{r^2 - h^2} \quad (1-42)$$

球面方程

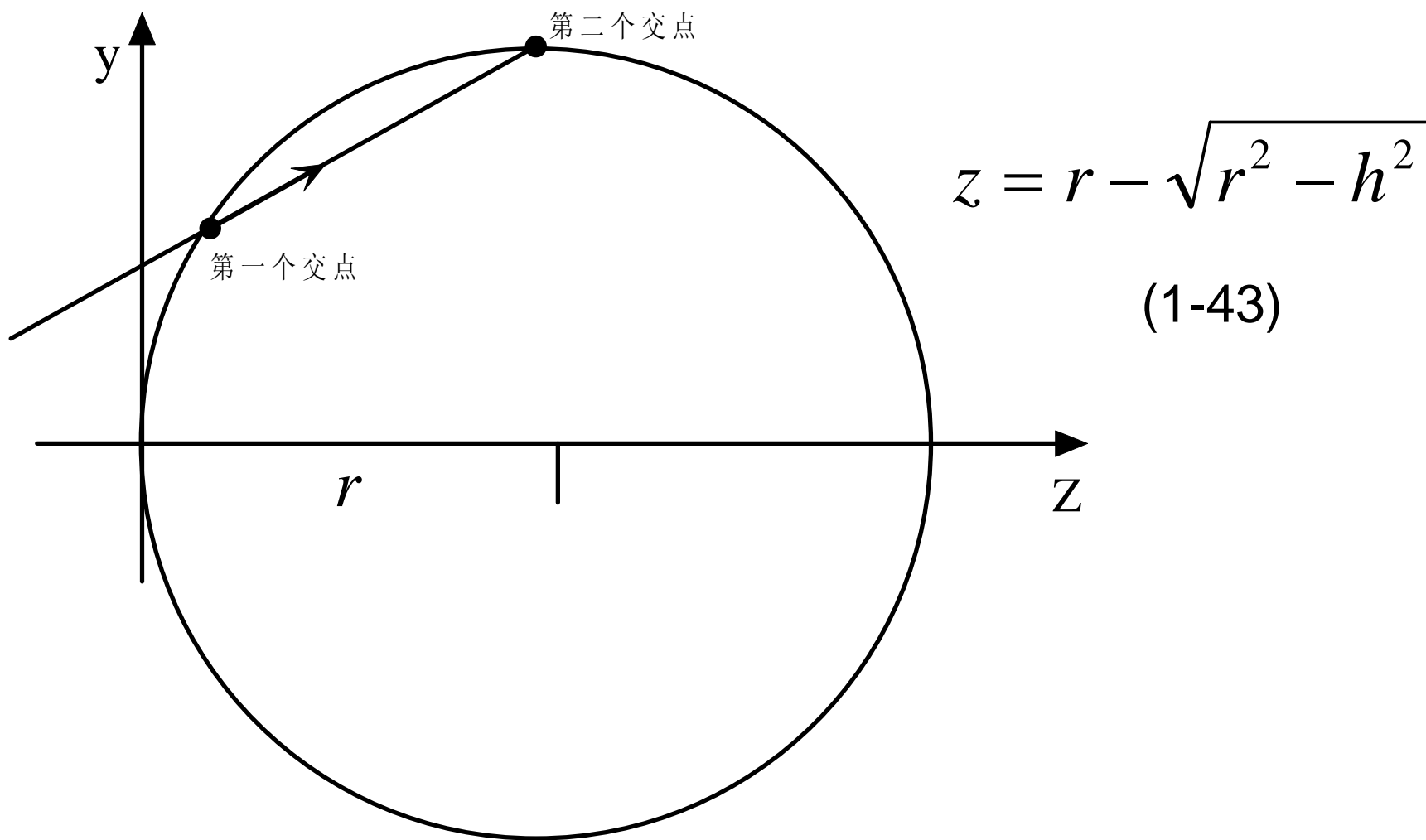


图1-21 入射光线与球面的两个交点

球面方程

$$(1-43) \Rightarrow z = r[1 - \sqrt{1 - (\frac{h}{r})^2}] \quad (1-44)$$

球面曲率 $c = 1/r$

$$z = \frac{1 - \sqrt{1 - (ch)^2}}{c} \quad (1-45)$$

$$z = \frac{ch^2}{1 + \sqrt{1 - (ch)^2}} \quad (1-46)$$

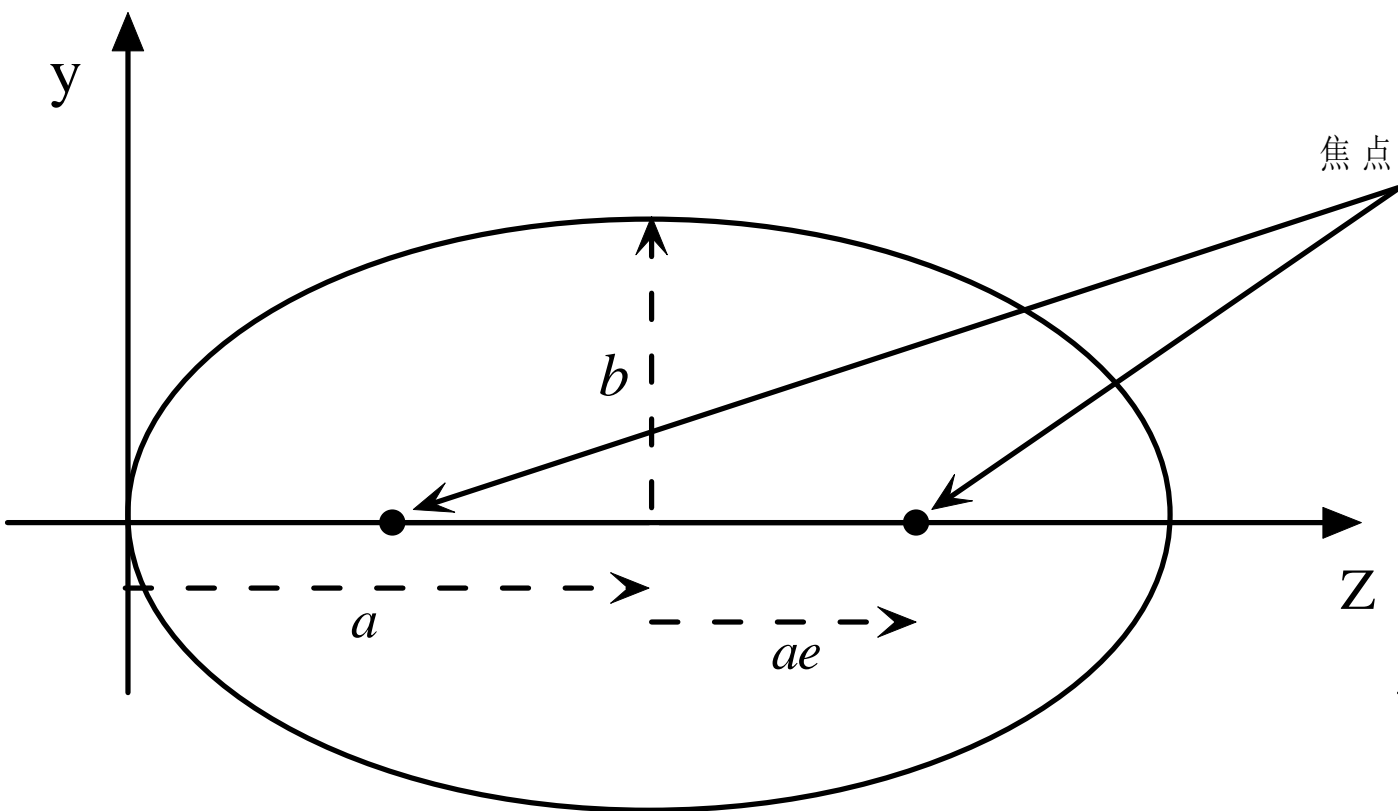
幂级数展开:

$$z = \frac{1}{2}ch^2 + \frac{1}{8}c^3h^4 + \frac{1}{16}c^5h^6 + \quad (1-47)$$

2. 二次回转曲面

- 二次回转抛物面
- 二次回转椭球面
- 二次回转双曲面

二次回转曲面



$$\frac{(z-a)^2}{a^2} + \frac{h^2}{b^2} = 1$$

(1-48)

图1-22 回转椭球面

二次回转曲面

$$(1-48) \Rightarrow z = \frac{ch^2}{1 + \sqrt{1 - \varepsilon(ch)^2}} \quad (1-49)$$

其中 $\varepsilon = \frac{b^2}{a^2}$; r 是椭球面顶点处的半径, $c = \frac{1}{r}$

在许多商用光学设计程序中

$$z = \frac{ch^2}{1 + \sqrt{1 - (1 + k)c^2h^2}} \quad (1-50)$$

圆锥常数 k

$$k = \varepsilon - 1 = \frac{b^2}{a^2} - 1 = -e^2$$

e 称谓椭球偏心率

二次回转曲面

	$k > 0$	$\varepsilon > 1$	扁椭球
$e = 0$	$k = 0$	$\varepsilon = 1$	球
$0 < e < 1$	$-1 < k < 0$	$0 < \varepsilon < 1$	长椭球
$e = 1$	$k = -1$	$\varepsilon = 0$	抛物面
$e > 1$	$k < -1$	$\varepsilon < 0$	双曲面

表1-1 二次回转圆锥曲面假的参数

$$z = \frac{1}{2}ch^2 + \frac{1}{8}(1+k)c^3h^4 + \frac{1}{16}(1+k)^2c^5h^6 + \dots \quad (1-51)$$

3. 轴对称高次非球面

$$z = \frac{ch^2}{1 + \sqrt{1 - \varepsilon(ch)^2}} + a_4h^4 + a_6h^6 + a_8h^8 + a_{10}h^{10}$$

(1-52)